This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.

+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.

+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.

+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`

A propos de ce livre

Ceci est une copie numérique d'un ouvrage conservé depuis des générations dans les rayonnages d'une bibliothèque avant d'être numérisé avec précaution par Google dans le cadre d'un projet visant à permettre aux internautes de découvrir l'ensemble du patrimoine littéraire mondial en ligne.

Ce livre étant relativement ancien, il n'est plus protégé par la loi sur les droits d'auteur et appartient à présent au domaine public. L'expression "appartenir au domaine public" signifie que le livre en question n'a jamais été soumis aux droits d'auteur ou que ses droits légaux sont arrivés à expiration. Les conditions requises pour qu'un livre tombe dans le domaine public peuvent varier d'un pays à l'autre. Les livres libres de droit sont autant de liens avec le passé. Ils sont les témoins de la richesse de notre histoire, de notre patrimoine culturel et de la connaissance humaine et sont trop souvent difficilement accessibles au public.

Les notes de bas de page et autres annotations en marge du texte présentes dans le volume original sont reprises dans ce fichier, comme un souvenir du long chemin parcouru par l'ouvrage depuis la maison d'édition en passant par la bibliothèque pour finalement se retrouver entre vos mains.

Consignes d'utilisation

Google est fier de travailler en partenariat avec des bibliothèques à la numérisation des ouvrages appartenant au domaine public et de les rendre ainsi accessibles à tous. Ces livres sont en effet la propriété de tous et de toutes et nous sommes tout simplement les gardiens de ce patrimoine. Il s'agit toutefois d'un projet coûteux. Par conséquent et en vue de poursuivre la diffusion de ces ressources inépuisables, nous avons pris les dispositions nécessaires afin de prévenir les éventuels abus auxquels pourraient se livrer des sites marchands tiers, notamment en instaurant des contraintes techniques relatives aux requêtes automatisées.

Nous vous demandons également de:

+ *Ne pas utiliser les fichiers à des fins commerciales* Nous avons conçu le programme Google Recherche de Livres à l'usage des particuliers. Nous vous demandons donc d'utiliser uniquement ces fichiers à des fins personnelles. Ils ne sauraient en effet être employés dans un quelconque but commercial.

+ *Ne pas procéder à des requêtes automatisées* N'envoyez aucune requête automatisée quelle qu'elle soit au système Google. Si vous effectuez des recherches concernant les logiciels de traduction, la reconnaissance optique de caractères ou tout autre domaine nécessitant de disposer d'importantes quantités de texte, n'hésitez pas à nous contacter. Nous encourageons pour la réalisation de ce type de travaux l'utilisation des ouvrages et documents appartenant au domaine public et serions heureux de vous être utile.

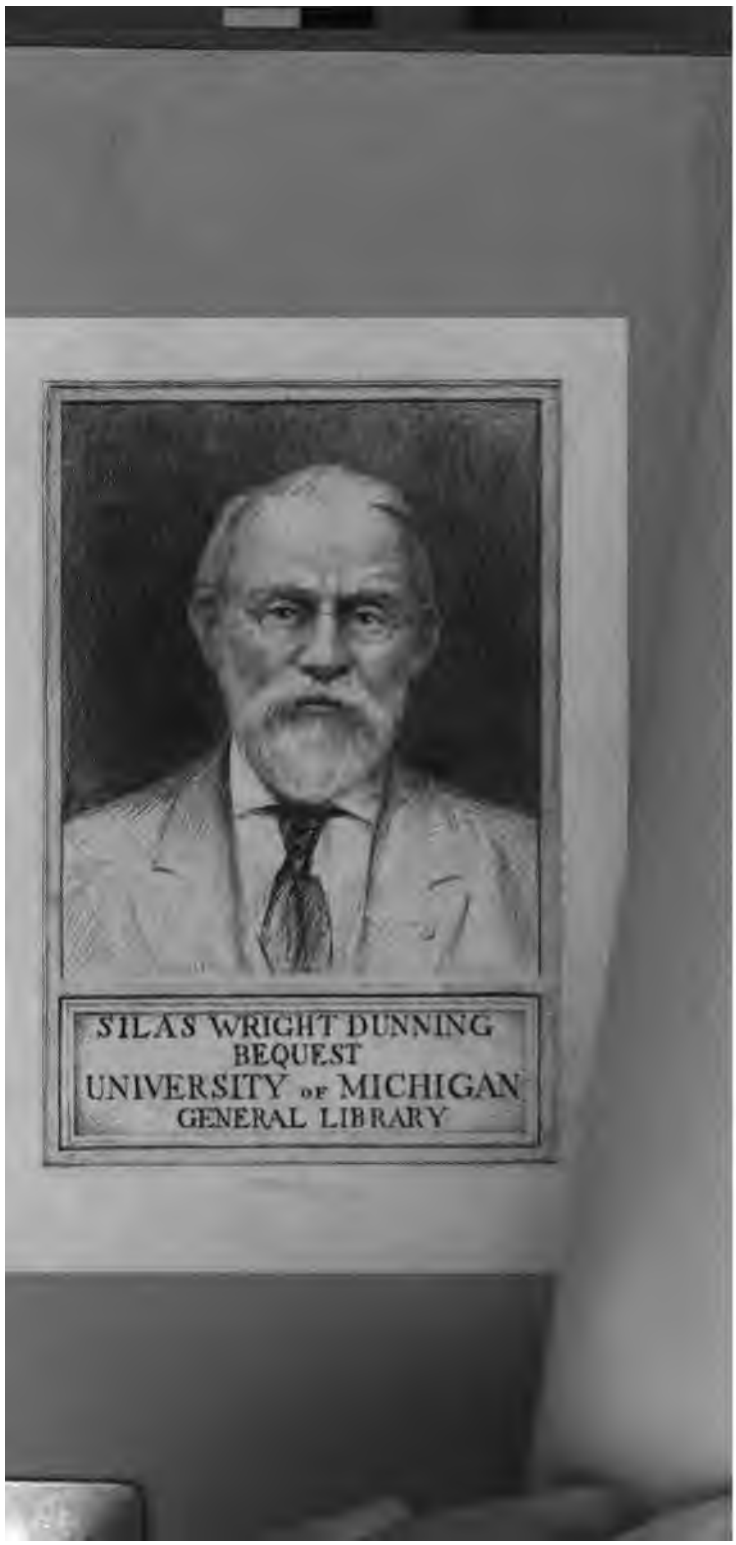
+ *Ne pas supprimer l'attribution* Le filigrane Google contenu dans chaque fichier est indispensable pour informer les internautes de notre projet et leur permettre d'accéder à davantage de documents par l'intermédiaire du Programme Google Recherche de Livres. Ne le supprimez en aucun cas.

+ *Rester dans la légalité* Quelle que soit l'utilisation que vous comptez faire des fichiers, n'oubliez pas qu'il est de votre responsabilité de veiller à respecter la loi. Si un ouvrage appartient au domaine public américain, n'en déduisez pas pour autant qu'il en va de même dans les autres pays. La durée légale des droits d'auteur d'un livre varie d'un pays à l'autre. Nous ne sommes donc pas en mesure de répertorier les ouvrages dont l'utilisation est autorisée et ceux dont elle ne l'est pas. Ne croyez pas que le simple fait d'afficher un livre sur Google Recherche de Livres signifie que celui-ci peut être utilisé de quelque façon que ce soit dans le monde entier. La condamnation à laquelle vous vous exposeriez en cas de violation des droits d'auteur peut être sévère.

À propos du service Google Recherche de Livres

En favorisant la recherche et l'accès à un nombre croissant de livres disponibles dans de nombreuses langues, dont le français, Google souhaite contribuer à promouvoir la diversité culturelle grâce à Google Recherche de Livres. En effet, le Programme Google Recherche de Livres permet aux internautes de découvrir le patrimoine littéraire mondial, tout en aidant les auteurs et les éditeurs à élargir leur public. Vous pouvez effectuer des recherches en ligne dans le texte intégral de cet ouvrage à l'adresse `http://books.google.com`

A 492054


SILAS WRIGHT DUNNING
BEQUEST
UNIVERSITY OF MICHIGAN
GENERAL LIBRARY

MÉMOIRES

DE LA

SOCIÉTÉ DES SCIENCES

DE L'AGRICULTURE ET DES ARTS

DE LILLE.

LILLE, IMPRIMERIE L. DANEL.

MÉMOIRES

DE LA

SOCIÉTÉ DES SCIENCES

DE L'AGRICULTURE ET DES ARTS

DE LILLE

ET PUBLICATIONS FAITES PAR SES SOINS.

ANNÉE 1872. — 2e PARTIE.

IIIe SÉRIE. — 11e VOLUME.

PARIS
DIDRON, LIBRAIRE-ÉDITEUR
23, rue Saint-Dominique.

LILLE
CHEZ L. QUARRÉ, LIBRAIRE
61, Grand'Place.

1873

2·29·31
2439

MÉMOIRE

SUR LA CONSTITUTION DES

SUCRES BRUTS DE TROISIÈME JET.

APPRÉCIATION DE LA MÉTHODE COMMERCIALE D'INCINÉRATION DE CES PRODUITS

PAR M. CHARLES VIOLLETTE

Membre titulaire.

Lu dans la séance du 22 novembre 1872.

On ne trouve guère, même dans les publications spécialement consacrées à l'industrie sucrière, que des conjectures sur la nature et les proportions des principes minéraux contenus dans les produits bruts des sucreries, bien que la connaissance exacte de la composition de ces produits ait acquis une importance capitale dans ces derniers temps, en raison du mode d'incinération adopté pour fixer la valeur commerciale des sucres bruts. Il est clair, en effet, que le seul contrôle qu'on puisse appliquer à la méthode usitée ne peut être efficace qu'autant que l'on connait la nature et la proportion relative des sels transformés en sulfates par l'incinération des sucres avec addition d'acide sulfurique.

Ces considérations m'ont engagé à combler cette lacune, en déterminant aussi complètement que possible les divers principes constituants des sucres bruts, et par suite à apprécier le mode expéditif d'analyse employé pour fixer leur valeur.

Mon travail ne porte, il est vrai, que sur un petit nombre d'échantillons provenant des fabriques du Nord de la France

mais ses conséquences peuvent s'étendre au delà de cette région, car on sait que les produits bruts des sucreries indigènes ne présentent pas dans leur constitution des différences aussi grandes que celles que l'on serait en droit de supposer d'après la diversité de leurs origines.

J'ai opéré sur des sucres bruts de 3e jet provenant de douze fabriques des environs de Douai (Nord), offrant un ensemble aussi complet que possible des différents modes de fabrication actuellement en usage. Ces sucres furent choisis de façon à présenter toutes les variétés de sucres de 3e jet, que l'on rencontre le plus habituellement dans le commerce. Leurs nuances variaient du jaune clair au roux foncé, leur titre saccharimétrique de 92 à 86,5 ; les cendres obtenues par l'incinération sulfurique allaient de 2, 6 à 5, 7 p. % de sucre. Le tableau suivant donne un aperçu de la qualité de ces sucres, en même temps qu'il indique leurs origines.

N°s d'ordre.	ANALYSE COMMERCIALE. Cendres. — Déduction du dixième.	Titre saccharimétrique.	Matières organiques inconnues.	Humidité	TITRE NET.	NUANCES.	ORIGINES.
1	2.646	92.00	2.47	2.88	78.77	Roux très-foncé	A. Delaunay et Cie, de Hénin-Liét
2	2.900	90.75	2.92	3.34	76.16	Id.	E. Flévet et Cie, de Masny.
3	3.168	91.50	2.80	2.48	75.61	Jaune clair.	F. Déregnaut et Cie, de Savy-Berl
4	3.168	90.75	2.92	3.16	74.91	Id.	C. Flévet et Cie, de Sin.
5	3.200	91.25	2.98	2.54	75.22	Roux clair.	Lambelin frères, de Monchecourt
6	3.348	89.75	2.98	3.92	73.01	Roux.	F. Honoré et Cie, de Pecquencour
7	3.826	89.25	3.34	3.58	70 12	Roux très foncé	Delisse, de Béthune.
8	3.852	89.00	3.59	3.56	69.74	Roux foncé.	Vosbergue, de Lambus (Pas-de-Ca
9	4.050	88.75	3.63	3.57	68.56	Jaune roux.	Bisman L. et M., de Monchin.
10	4.320	88.50	3.88	3.30	66 90	Roux clair.	Veuve Giraud, de Marly.
11	4.590	88.00	3.77	3 64	65.05	Jaune roux.	Lauthiez, de Baralle, près Cambr
12	5.706	86.50	4.01	3.78	57.97	Id.	Beauvois, La Pugnoy.
Moyenne	3 73.	89.6	3.27	3.31			

Des poids égaux de ces différents sucres furent intimement mélangés de façon à obtenir un échantillon aussi homogène que possible destiné aux analyses.

SUCRES DE 3e JET ORDINAIRES. — ANALYSE DE L'ÉCHANTILLON MOYEN DES SUCRERIES DU NORD.

Humidité. — L'humidité fut dosée par la perte de poids d'un échantillon de 10gr. de sucre, maintenu à 100 degrés, jusqu'à ce que le poids de matière sèche fût devenu constant. La déperdition fut de 0gr., 383 soit 3,83 p. %, nombre peu différent de la moyenne ci-dessus trouvée égale à 3,31. La différence 0,52 peut provenir de l'absorption d'humidité survenue pendant l'expédition des échantillons, et dans l'intervalle des analyses.

Sucre. — La proportion de sucre fut déterminée par le saccharimètre et la liqueur cuivrique.

Un poids de 16gr.,35 de l'échantillon moyen, dissous dans une fiole de 100 cent. cubes, avec addition de sous-acétate de plomb fournit dans un tube de 20 cent., une déviation directe de 89,5, nombre peu différent de la moyenne 89,6 fournie par l'observation directe faite sur chacun des 12 échantillons.

Après inversion de la liqueur, je trouvai une déviation gauche de	27°
à laquelle doit être ajoutée le dixième de ce nombre, à cause de la dilution due à l'acide, soit donc. . . .	2°.7
ce qui donne pour déviation gauche, après inversion à la température de 20 degrés	29°.7.
Ajoutant à ce nombre la déviation directe.	89°.5
on trouve pour déviation totale, à la température de 20 degrés	119°.2
à laquelle correspond dans les tables de Clerget une proportion de sucre de	89.0%

En suivant les instructions données dans mon traité sur le dosage du sucre par les liqueurs titrées, j'ai trouvé [1] :

Sucre de canne.	89.10%
Sucre interverti.	0.15%

L'accord est donc aussi satisfaisant que possible entre les deux méthodes de dosage.

Cendres réelles. — J'incinérai au rouge sombre à peine visible, 300^{g} de l'échantillon, en ayant soin de lessiver les cendres à plusieurs reprises, lorsque la combustion paraissait se ralentir. Les eaux de lavage, contenant 8^{g}.575 de sels solubles, comme on le verra plus loin, furent portées à 500 cent. cubes, et le poids de la partie insoluble des cendres, déduction des filtres, fut trouvé égal à 0^{g}.765. Cela fait, pour cent parties de l'échantillon :

Sels solubles des cendres.	2.858
Partie insoluble.	0 255
En totalité pour les cendres. . .	3.113

Cendres insolubles. — La portion insoluble des cendres offrit la composition suivante, rapportée à 100 parties de l'échantillon.

Sable et argile	0.063
Alumine et oxyde de fer	0.018
Chaux.	0.092
Acide phosphorique anhydre	0.004
Acide carbonique	0.068
Traces de cuivre, pertes, éléments non dosés	0.010
Total pour cent de l'échantillon. . .	0.255

[1] *Dosage du sucre au moyen des liqueurs titrées.* — Paris, Gauthier-Villars, quai des Augustins, 55. 1868.

En supposant la chaux combinée à l'acide phosphorique et à l'acide carbonique, cela ferait :

Sable et argile	0.063
Alumine et oxyde de fer	0.018
Phosphate de chaux tribasique.	0 009
Carbonate de chaux.	0.155
Traces de cuivre, éléments non dosés. . .	0.010
Total pour cent de l'échantillon . .	0.255

Cendres solubles. — Les sels solubles des cendres, occupant un volume de 500 cent. cubes, furent déterminés en totalité par évaporation à sec de 100 cent. du liquide et calcination, au rouge sombre, du résidu. On trouva ainsi $1^{g}.715$ pour $100^{c.c.}$, soit pour le volume total représentant les sels solubles des cendres de 300^{g}. de l'échantillon, $8^{g}.575$, c'est-à-dire pour cent de l'échantillon 2.858

La nature de ces sels fut déterminée comme il suit :

Sulfates. — Le cinquième du liquide contenant les sels solubles fournit $0^{g}.613$ de sulfate de baryte ; ce qui, en supposant que la liqueur ne contienne que du sulfate de potasse (hypothèse justifiée ci-dessous), équivaut à $0^{g}.4583$ de sulfate de potasse, soit $2,^{g}.191.5$ pour 300^{g}. de sucre brut, ou pour 100 parties de l'échantillon, sulfate de potasse . . . . . $0^{g}.763$

Dans le but de déterminer si le sulfate de baryte provenait bien réellement en totalité des sulfates solubles existant dans le sucre brut, ou si une portion n'était pas due à certains principes sulfurés qui se seraient transformés en sulfates pendant l'incinération, je fis un dosage direct des sulfates contenus dans 60^{g}. de l'échantillon, et je trouvai $0^{g}.615$ de sulfate de baryte, nombre qui ne diffère de $0^{g}.613$ trouvé ci-dessus que de $0^{g}.002$, c'est-à-dire d'une quantité qui rentre dans les erreurs d'analyse.

On peut donc admettre que le poids de sulfate de potasse trouvé ci-dessus, existe bien réellement dans l'échantillon.

Chlorures. — Le cinquième du liquide des cendres solubles fournit 0^{g}·630 de chlorure d'argent, ce qui équivaut, en supposant tout le chlore uni au potassium dans la liqueur (hypothèse justifiée ci-dessous) à 0^{g}·327,5 de chlorure de potassium, soit 1^{g}·637,5 pour les 300^{g}· de l'échantillon, ou pour cent . 0,546

Comme on pouvait craindre que l'incinération d'une quantité aussi considérable de matière organique (300^{g}· de sucre brut), n'eût occasionné une perte de chlorures par volatilisation, un dosage direct des chlorures fut fait sur 60^{g}· de l'échantillon dissous et filtrés. On trouva, après avoir prolongé les lavages jusqu'à disparition de matière organique, 0^{g}·635 de chlorure d'argent, poids supérieur seulement de 0^{g}·005 au poids trouvé après incinération. Cette petite différence en plus peut être attribuée à une minime portion de matière organique retenue sous forme de laque par le chlorure d'argent; en tout cas, elle ne saurait exercer aucune influence sur les résultats de l'analyse.

Alcalinité. — Une partie du liquide fut employée à déterminer l'alcalinité des cendres, et on trouva que les 500^{cc}· du liquide auraient exigé 3^{g}·800 d'acide sulfurique monohydraté, pour déterminer la saturation complète des sels alcalins des cendres de 300^{g}· de l'échantillon, soit pour cent. . 1^{g}·266

Nitrates. — Les nitrates furent dosés dans l'échantillon moyen par le procédé de M. Schloesing, et déduits du volume de bioxyde d'azote trouvé et absorbé par le sulfate ferreux. En supposant que l'échantillon ne contienne que du nitrate de potasse, je trouvai pour 100^{g}· : nitrate de potasse . . . . . 0^{g}·180

représentant : acide nitrique anhydre . . . 0^{g}·096

oxyde de potassium. . . . 0^{g}·084

Potassium. — Le cinquième de la liqueur des sels solubles des cendres fut traité par l'acide chlorhydrique et par une quantité convenable de chlorure de barium, afin d'éliminer l'acide des sulfates et transformer tous les sels en chlorures. On s'était assuré préalablement de l'absence de la silice et de l'acide phosphorique dans le liquide. On trouva ainsi, après évaporation et calcination du résidu, au rouge sombre, pour les deux chlorures de potasium, et de sodium, les deux seuls sels qui restaient dans le résidu, un poids de . . . . . 1ᵍ·742

Ayant dissous ces deux chlorures dans l'eau, traité la liqueur par du chlorure de platine en grand excès, évaporé à sec, repris le résidu par le mélange d'alcool et d'éther, fait sécher le précipité à 115°, je trouvai un poids de chlorure double de platine et de potassium égal à 4ᵍ 110
équivalant à chlorure de potassium . . . . . 1ᵍ·256

Retranchant de ce nombre la somme du chlorure de potassium trouvé dans 100ᶜᶜ. d'après le poids du chlorure d'argent, soit. . . . . 0ᵍ·327.5
et du chlorure de potassium équivalant aux 0ᵍ·458.3 de sulfate de potasse, soit . . . . . 0ᵍ·392.5

c'est-à-dire. . . . . 0ᵍ·720

on trouve pour la différence 1ᵍ·256 — 0ᵍ·720, le nombre 0ᵍ·536 qui représente la quantité de chlorure de potassium qu'on peut supposer provenir du carbonate de potasse de 100ᶜᶜ. du liquide des cendres, transformé en chlorure Or 0ᵍ·536 de chlorure de potassium équivalent à 0ᵍ·496.5 de carbonate de potasse pour le cinquième du liquide; pour les 500ᶜᶜ. de ce liquide, c'est-à-dire pour les 300ᵍ. de l'échantillon, 2ᵍ·482, ou pour °/₀ 0,827

Ce carbonate de potasse provient de l'incinération des sels organiques de potasse, et de la décomposition du nitrate, il renferme en oxyde de potassium. 0,563

Si de ce nombre on retranche les 0ᵍ·084 d'oxyde de potassium du nitrate de potasse, on trouve pour l'oxyde de potassium combiné aux acides organiques contenus dans 100ᵍ· de l'échantillon . . . . . 0ᵍ·479

Sodium. — Le poids des deux chlorures de potassium et de sodium trouvé ci-dessus pour 100ᶜᶜ· du liquide des cendres est de. . . . . 1ᵍ·742

Retranchant de ce nombre le poids de chlorure de potassium total trouvé d'après le poids du sel de platine, soit . . . . . 1ᵍ·256

on trouve, pour le poids de chlorure de sodium . 0ᵍ·486

Si l'on suppose que ce poids de chlorure provienne du carbonate de soude contenu dans 100ᶜᶜ· de la liqueur, on trouve pour ce carbonate 0ᵍ·440, soit pour les 500ᶜᶜ· de liquide ou les 300ᵍ de l'échantillon 2ᵍ·200 ou pour cent. 0,733

Cette quantité de carbonate équivaut à. . . . . 0,430 d'oxyde de sodium provenant de l'incinération des sels organiques à base de soude contenus dans 100ᵍ· de l'échantillon.

Constitution des cendres solubles. — D'après les hypothèses admises ci-dessus sur la constitution des sels solubles des cendres, ces sels seraient pour 100ᵍ· de l'échantillon.

Sulfate de potasse.	0ᵍ·763
Chlorure de potassium.	0ᵍ·546
Carbonate de potasse	0ᵍ·827
Carbonate de soude	0ᵍ·733
Total	2ᵍ·869

Vérifications. — Les hypothèses admises jusqu'ici sur la constitution des sels se trouvent justifiées par les deux expériences rapportées ci-dessus, relativement au poids des sels solubles des cendres et au titre alcalimétrique de la liqueur.

1° Si l'on compare en effet le poids des sels solubles trouvé directement égal à . . . . . 2ᵍ·858

au poids calculé d'après l'analyse . . . . . 2ᵍ·869

on trouve comme différence . . . . . 0ᵍ·011

quantité très-minime et négligeable, ou pouvant être attribuée aux pertes éprouvées dans les analyses.

2° D'autre part, l'alcalinité des cendres est telle que les 500ᶜᶜ· de liquide qui en proviennent exigeraient pour leur saturation un poids d'acide égal à. . . . . 3ᵍ·800

Or les 2ᵍ·482 de carbonate de potasse trouvés exigeraient pour leur saturation par le même acide . . 1ᵍ·760

Reste donc pour l'acide saturé par le carbonate de soude, un poids de.. . . . . 2ᵍ·040

Ce poids équivaut à un poids de carbonate de soude égal à. . . . . 2ᵍ·206

On a déduit d'après le poids de chlorure de sodium, comme poids équivalant en carbonate de soude . . 2ᵍ·200

La différence. . . . . 0ᵍ·006

est négligeable et justifie l'exactitude des analyses, et l'interprétation qui en a été faite.

Constitution de l'échantillon moyen. — En resumant ce qui

précède, on peut admettre que l'échantillon moyen offre la composition suivante :

Sucre de cannes	89,000
Sucre interverti	0,150
Humidité	3,830
Acides et matières organiques, eau combinée (dosés par différence)	4,435
Sulfate de potasse	0,763
Chlorure de potassium	0,546
Nitrate de potasse	0,180
Oxyde de potassium combiné aux matières organiques	0,479
Oxyde de sodium combiné aux matières organiques	0,430

PARTIE INSOLUBLE DES CENDRES.

Alumine et oxyde de fer	0,018
Acide phosphorique anhydre	0,004
Chaux combinée aux acides ou au sucre	0,092
Sable et argile	0,063
Traces de cuivre, éléments non dosés, pertes, etc.	0,010
Total	100,000

Il est nécessaire de remarquer que le nombre 4,468 trouvé par différence, et attribué aux matières organiques acides ou autres, est affecté de toutes les erreurs de dosages et comporte par cela même une approximation moins grande que celle résultant des autres dosages.

Les proportions d'alcalis, potasse, soude et chaux, déterminées très-exactement, permettent de se faire une idée approximative de la quantité d'acides organiques, contenus à l'état de combinaison dans le sucre brut analysé; car on peut

admettre comme maximum, sans trop grande erreur, que l'équivalent de ces acides anhydres qui peuvent exister dans l'échantillon est sensiblement une fois et demie l'équivalent des bases. Or ici, la somme des bases libres, potasse, soude, chaux, est égale à 1 ; on peut donc admettre comme poids maximum des acides organiques, considérés à l'état anhydre, le nombre 1, 5 pour cent du poids du sucre. Resterait donc alors pour les autres matières organiques et l'eau combinée, le nombre 2,968, qui peut être affecté de l'erreur 0,5 sur le dosage du sucre, à cause de la différence entre l'observation directe qui a donné 89,5, et l'observation après inversion qui a fourni seulement 89. Si l'on admettait pour le sucre le nombre 89,5, il y aurait pour l'eau combinée, les matières organiques indéterminées, les erreurs de dosages environ 2,5 pour cent.

Bien que les sucres bruts de betteraves que l'industrie livre au commerce, aient des origines très-diverses, on peut admettre sans s'écarter beaucoup de la vérité que leur composition est fort analogue à celle des sucres bruts du Nord. La raison en est que le milieu dans lequel ils ont pris naissance, offre des variations moins grandes que celles qu'on serait en droit de supposer d'après la diversité de leurs origines et de leurs modes de fabrication. A priori, je puis dire, d'après mes propres recherches, encore inédites, que les sucres provenant des régions où la fumure est moins abondante que dans le Nord, contiennent moins de sels de soude, moins de chlorures et probablement moins de nitrates.

SUCRES DE TROISIÈME JET ANORMAUX.

Les résultats généraux qui précédent ne sont applicables, bien entendu, qu'à des sucres de fabrication normale ordinaire. On conçoit, en effet, que des accidents de fabrication, ou des circonstances tout à fait exceptionnelles puissent donner naissance à des sucres bruts de troisième cristallisation tous différents des

sucres ordinaires. Je citerai comme spécimen de ces sucres anormaux un échantillon que j'ai eu récemment l'occasion d'examiner et dont la composition offre un intérêt particulier, comme on le verra plus loin.[1]

CONSTITUTION D'UN ÉCHANTILLON ANORMAL DE SUCRE BRUT DE TROISILME JET, ORIGINAIRE DE L'AUVERGNE.

Caractères extérieurs.— Ce sucre a l'aspect des bonnes variétés de sucres de 3e jet appartenant aux nuances claires. Abandonné à lui-même dans un flacon bouché, il se clairce facilement et plus vite que les sucres ordinaires de même nuance.

Examen microscopique. — Examiné au microscope, il paraît formé de cristaux homogènes, analogues par leur forme cristalline aux cristaux de sucre ordinaire de 3e jet. Il en diffère cependant par la netteté des faces de la plupart des cristaux qui ne présentent pas de traces d'érosion comme cela se voit sur les cristaux ordinaires de 3e jet, érosions qui proviennent généralement des lavages à la turbine, sous l'influence d'un jet de vapeur. Ils portent presque tous sur leurs faces des cristaux plus petits qui paraissent différents du sucre et qui ont dû se déposer séparément pendant la cristallisation.

Humidité. — La déperdition éprouvée à 100 degrès par 10^{gr} de l'échantillon, fut de $0^{gr}.350$, soit pour cent. . . . 3,50

Sucre. — Un poids de $16^{gr}35$ de l'échantillon, dissous dans une fiole de 100^{cc} avec addition de sous acétate de plomb, donna dans un tube de 20 cent. une déviation directe de. . . 84°

[1] Cet échantillon provient d'une sucrerie des environs de Clermont, en Auvergne.

Après inversion, la liqueur donna à gauche une déviation de. . . . . 26°
à laquelle doit être ajouté le dixième de ce nombre, soit 2°.6

ce qui donne pour déviation gauche, après inversion et à la température de 20 degrés. . . . . 28°.6
Ajoutant à ce nombre la déviation droite.. . . . . 84°.

on trouve, pour déviation totale à 20 degrés . . . 112°.6
à laquelle correspond dans la table de Clerget une proportion de sucre pour cent égale à. 84
c'est-à-dire précisément le nombre fourni par la déviation directe.

L'emploi de la liqueur cuivrique a donné pour le sucre interverti 0,10%

Cendres réelles. — En incinérant au rouge sombre à peine visible 100^{gr} de l'échantillon, en ayant soin de lessiver les cendres à plusieurs reprises, j'obtins comme on le verra ci-dessous, 8^{gr} 940 de cendres solubles et seulement 0^{gr} 050 de cendres insolubles, quantité excessivement minime et qui indique que les sirops dans lesquels ce sucre brut a pris naissance ont du subir une filtration énergique avant la cristallisation.

La liqueur contenant les sels solubles fut amenée à 500^{cc}, et le cinquième de ce volume ayant été évaporé, puis calciné au rouge sombre, fournit un résidu salin dont le poids était de 0^{gr} 894, soit 8^{gr} 94 pour les 100^{gr} de sucre brut. En sorte que les cendres de 100 parties de l'échantillon contenaient :

Sels solubles.	8,940
Partie insoluble.	0,050
En totalité	8,990

Sulfates. — Le cinquième du liquide des cendres solubles fournit 0^{g}. 285 de sulfate de baryte équivalant à 0^{g}. 213 de sulfate de potasse, soit pour cent du sucre brut 1,06

Un dosage direct des sulfates de l'échantillon fournit 1,04 pour cent de sulfate de potasse, les sulfates des cendres provenaient donc bien réellement des sulfates contenus dans le sucre brut.

Chlorures. — Le cinquième du liquide des cendres fournit 2^{g}. 510 de chlorure d'argent, équivalant à 1^{g}. 304.85 de chlorure de potasium, soit pour cent parties de l'échantillon. 6,52

Les chlorures furent dosés directement dans l'échantillon afin de constater s'ils n'avaient pas disparu en partie pendant l'incinération, et l'on obtint 6,55 de chlorure de potassium, nombre peu différent de 6,52, qui fut admis comme exact.

Alcalinité. — Le cinquième du liquide exigea 1^{cc}.7 d'acide normal, pour saturer l'alcalinité des cendres, soit pour les 500^{cc}. ou 100^{g}. de l'échantillon, 8^{cc}.5 d'acide normal ou 0^{g}. 85 d'acide sulfurique.

Nitrates. — Les nitrates furent dosés par le procédé de M. Schlœsing et déduits du volume de bioxyde d'azote absorbé par le sulfate ferreux. En supposant que l'échantillon ne renferme que du nitrate de potasse, je trouvai pour cent parties :

nitrate de potasse 0,300

représentant : acide nitrique anhydre. . 0,160

oxyde de potassium . . . 0,140

Potassium. — Le dixième du liquide des cendres fournit après élimination de l'acide sulfurique et transformation des sels en chlorures, un poids de chlorures alcalins égal à . . 0^{g}. 830

Reprenant les chlorures par l'eau, traitant par le chlorure

de platine en excès, évaporant à sec et lavant le résidu avec le mélange d'alcool et d'éther, j'obtins après dessication à 115° un poids de chlorure double de platine et de potassium, égal à 2^{g}·710 équivalant à chlorure de potassium. . . . 0^{g}·828

Retranchant de ce nombre le poids de chlorure de potassium déduit du poids de chlorure d'argent, fourni par 50^{cc}. . . . . 0,^{g}·652.8

et en outre le poids de chlorure de potassium équivalant aux 0^{g}·106.5 de sulfate de potasse de 50^{cc}, soit. . . . 0,091.2

c'est-à-dire en totalité. 0,744

il reste pour le poids de chlorure de potassium qu'on peut supposer provenir du carbonate de potasse de 50^{cc}· transformé en chlorure . . . 0^{g}·084

soit pour 100^{g}· de l'échantillon . . . . . 0^{g},840

représentant : carbonate de potasse . . . . . 1^{g}·370

ou oxyde de potassium . . . . . 0^{g}·933

Sodium. — Le poids des chlorures de potassium et de sodium provenant de 50^{cc}· du liquide des cendres, ou de 10^{g}· de l'échantillon, a été trouvé égal à . . . . . 0^{g}·830

Le poids de chlorure de potassium total, déduit du poids de chlorure de platine est de . . . . 0^{g}·828

Resterait donc pour le poids de chlorure de sodium 0^{g}·002

Soit pour 100^{g}· de l'échantillon.. 0,020

Quantité minime, rentrant dans la limite des erreurs d'analyse, correspondant à carbonate de potasse. 0,018

ou oxyde de sodium 0,010

On peut donc admettre que l'échantillon ne renferme que des traces de sels de soude, appréciables au spectroscope, comme j'ai pu m'en assurer, mais en quantité trop minime pour qu'on puisse en faire la détermination exacte par l'analyse.

Constitution des cendres. — En résumant ce qui précède, on voit que les cendres de 100 parties de l'échantillon seraient constituées de la manière suivante :

Sulfate de potasse.	1,06
Chlorure de potassium	6,52
Carbonate de potasse	1,37
Carbonate de soude, traces environ .	0,02
Sels solubles	8,97
Partie insoluble. . . .	0,05
En totalité	9,02

Vérifications. — Les hypothèses admises pour établir la constitution des cendres solubles, se trouvent justifiées par la détermination directe des sels solubles, et du titre alcalimétrique des cendres.

1° On a trouvé en effet directement pour les sels solubles de 100 parties de l'échantillon 8,940

L'analyse fournit. 8,970

La différence 0,030

peut être négligée et rapportée aux erreurs des dosages.

2° D'autre part, l'alcalinité des cendres est telle que les 500^{cc} de liquide qui en proviennent exigeraient pour leur sa-

turation, un poids d'acide sulfurique, égal à . . . 0ᵍ·850
Les 1ᵍ·37 de carbonate de potasse trouvé, exigeraient 0ᵍ·755, et les 0ᵍ·02 de carbonate de soude environ 0,02 d'acide sulfurique, soit en tout 0ᵍ·775

La différence. 0,075

est un peu plus grande que dans le cas précédent, par suite de la difficulté où l'on s'est trouvé d'apprécier le titre exact des cendres, à cause de leur faible alcalinité ; mais en tenant compte de cette circonstance, on voit que cette différence peut être négligée.

Composition de l'échantillon anormal. — En résumant ce qui précède, l'échantillon anormal de sucre de 3ᵉ jet offre la composition suivante :

Sucre de cannes	84,00
Sucre interverti	0,10
Humidité	3,50
Acides, matières organiques, eau combinée (par différence)	3,77
Sulfate de potasse	1,06
Chlorure de potassium	6,52
Nitrate de potasse	0,30
Oxyde de potassium combiné aux matières organiques	0,79
Oxyde de sodium combiné aux matières organiques, traces, environ	0,01
Matières insolubles minérales	0,05
Total.	100,00

Ce sucre présente donc, d'après ce qu'on vient de voir, de notables différences avec les sucres bruts de 3ᵉ jet du Nord ; il contient plus de sulfate et de nitrate de potasse et douze fois plus de chlorure de potassium ; mais il renferme moins d'acides végétaux, très-peu de matières insolubles, et seulement des traces de soude.

On ne saurait admettre que le chlorure de potassium existe en liberté à l'état solide dans l'échantillon, car l'examen microscopique le plus minutieux ne montre que des cristaux homogènes et ne décèle point de cristaux cubiques, comme cela aurait lieu si le chlorure de potassium était simplement mélangé au sucre brut; il ne s'y trouve point non plus à l'état liquide, car les cristaux sont relativement secs et ne contiennent que peu de mélasse. Le sel se trouve donc en combinaison avec le sucre, sous forme de sucrate de chlorure de potassium, isomophe avec le sucre, comme je l'ai démontré, et ayant cristallisé en même temps que lui.

En admettant cette manière de voir, et en supposant que tout le chlorure de potassium soit combiné au sucre, il y aurait dans l'échantillon 36,22 pour cent, de la combinaison de sucrate de chlorure de potassium, et il resterait 54,10 pour cent de sucre libre.

On pourrait dès lors, représenter la constitution de ce sucre brut anormal de la manière suivante :

Constitution de l'échantillon anormal.

Sucre de cannes	54,10
Sucrate de chlorure de potassium ($C^{12}H^{20}KClO^{11}$)	36,22
Sucre interverti	0,10
Humidité.	3,50
Acides et matières organiques, etc., (par différence).	3,87
Sulfate de potasse.	1,06
Nitrate de potasse.	0,30
Oxyde de potassium combiné aux matières organiques	0,79
Oxyde de sodium, combiné aux matières organiques traces, environ	0,01
Matières insolubles minérales	0,05
Total	100,00

Un pareil sucre, provenant d'une des usines de la Limagne, située aux environs de Clermont, en Auvergne, a du se produire dans des conditions de fabrication tout a faitanormales et exceptionnelles.

J'ai rapporté cet exemple afin de montrer comment le chlorure de potassium peut être introduit dans les sucres sans que sa présence puisse être décelée par les caractères extérieurs de ce sel.

EXAMEN DE LA MÉTHODE D'INCINÉRATION DES SUCRES

AVEC ADDITION D'ACIDE SULFURIQUE.

Les recherches qui précèdent permettent de contrôler la méthode d'incinération, adoptée généralement aujourd'hui pour fixer la valeur commerciale des sucres bruts, qui s'obtient, comme on le sait, de la manière suivante :

On détermine l'humidité par la dessiccation d'un poids donné de l'échantillon à 100 degrés et le sucre généralement à l'aide du saccharimètre, bien que l'emploi de la liqueur cuivrique fournisse des résultats aussi exacts. On procède ensuite à l'incinération qui se fait ordinairement au moufle en opérant sur 5 ou 10 gr. de sucre pesé dans une capsule en platine et humecté uniformément d'une petite quantité d'acide sulfurique concentré, 3 à 5 cent. cubes environ. L'addition de l'acide empêche le boursouflement de la masse et régularise l'incinération, mais

change la nature et le poids des cendres puisque tous les sels sont transformés en sulfates. On admet que les 9 dixièmes du poids trouvé, représentent très-sensiblement le poids des cendres réelles, c'est-à-dire celui qu'on trouverait par l'incinération directe de l'échantillon sans addition d'acide.

Pour obtenir ce qu'on nomme le titre net de l'échantillon, c'est-à-dire le rendement en sucre cristallisable qu'il est censé fournir à la raffinerie, rendement qui constitue sa principale valeur, on multiplie par 5 le poids des cendres sulfatées (déduction faite du dixième) et on retranche le produit obtenu du titre saccharimétrique de l'échantillon, c'est-à-dire de la quantité réelle de sucre trouvée comme il a été dit ci-dessus. C'est ainsi qu'ont été formés les nombres inscrits dans la sixième colonne du tableau de la page 2, en multipliant par 5, tous les nombres de la 2e colonne, et retranchant les produits des nombres de la 3e.

La valeur commerciale du sucre se déduit de la connaissance du titre net comme il suit. D'après les usages actuellement établis, le cours des sucres est basé sur un sucre ayant un titre net de 88 degrés, et on est convenu, pour fixer le prix d'un échantillon donné, de lui attribuer au-dessous ou au-dessus du cours 1 fr. 50 par chaque degré qu'il possède au-dessous ou au-dessus de 88 degrés.

On voit donc quelle importance on doit attacher dans l'analyse des sucres à la détermination exacte des cendres, puisque c'est d'elle que dépend la valeur de ces produits. Aussi, est-on conduit à se demander jusqu'à quel point est exact ce coefficient 0,9, par lequel on multiplie le poids des cendres sulfatées pour en déduire les cendres réelles et cet autre coefficient 5 par lequel on multiplie les cendres pour en conclure la proportion de mélasse que le sucre analysé est censé fournir en raffinerie.

D'autre part, quel rapport existe-t-il entre les cendres réelles ou sulfatées et le poids des sels qui existent réellement dans le

sucre ? Quels sont ces sels ? Quelle est leur influence au point de vue de la production de la mélasse ? Ce sont là des questions qui attendent jusqu'ici des réponses précises et sur lesquelles les intéressés se livrent journellement à des discussions qui resteront stériles tant quelles n'auront point pour base une expérimentation rigoureuse.

Si les recherches qui précédent ne résolvent point complètement ce problème si complexe de l'évaluation exacte de la valeur des sucres, au moins elles apportent des documents utiles qui pourront mettre sur la voie de la solution. Elles permettent en effet, comme on va le voir, de déterminer le rapport des cendres réelles aux cendres déduites de l'incinération avec addition d'acide sulfurique, et de fixer le rapport du poids des sels des cendres, au poids des sels qui existent en réalité dans l'échantillon.

Rapport des cendres réelles aux cendres sulfatées.— L'incinération avec addition d'acide sulfurique, de l'échantillon moyen des sucres de 3e jet du Nord a fourni 0g·378 de cendres sulfatées en moyenne, soit pour cent 3,78
dont les 9/10, soit 3,41
représentent les cendres réelles d'après les usages commerciaux.

Or, on a trouvé directement pour ces cendres par l'incinération : partie soluble. . . . . 2g·858
partie insoluble. 0, 255

Soit en totalité . . . . . 3g·113
nombre inférieur à . . . . . 3,41 de 0g·30

Cette différence 0g·30 ne saurait être imputable aux erreurs d'analyse, car si l'on calcule d'après l'analyse des cendres réelles (voir p. 8) le poids de cendres sulfatées qu'elles devraient fournir, on trouve les résultats suivants :

Sulfate de potasse contenu dans les cendres . .	0g. 763
Sulfate de potassse provenant de 0g. 546 de chlorure de potassium	0g. 637.4
Sulfate de potasse provenant de 0g. 827 de carbonate de potasse.	1g. 042.4
Sulfate de soude provenant de 0g. 733 de carbonate de soude	0g. 982
Sulfates en totalité, d'après le calcul	3g. 425
auxquels il faut ajouter la partie insoluble des cendres	0,255
pour avoir le poids total des cendres sulfatées qui est de.	3g. 680
L'expérience ayant fourni.	3g. 78

la différence entre le calcul et l'expérience, est de 0,10 pour cent, différence qui aurait été moindre très-probablement si l'incinération sulfurique avait été faite comme l'incinération directe sur 300 g. de l'échantillon au lieu de 10g..

On peut donc admettre que les cendres réelles sont inférieures aux cendres déduites de l'incinération avec addition d'acide sulfurique d'un dixième environ, ce qui occasionne une dépréciation notable du prix des sucres bruts. On sait en effet que pour obtenir la valeur d'un sucre, on multiplie par 5 le poids des cendres sulfatées, déduction faite du dixième, on retranche le produit du titre saccharimétrique, et si le titre net ainsi obtenu est inférieur à 88, on retranche du prix basé sur le titre 88, autant de fois 1f. 50 qu'il y a de degrés en moins. Dans le cas actuel, la différence 0,30 comptée en trop entraînerait un abaissement du titre de 1,50 auquel correspond une dépréciation de 2f. 25 par chaque sac de sucre, pesant 100 kilogrammes.

La différence serait encore beaucoup plus grande, si l'on ne considérait que la partie soluble des cendres et si l'on admettait que la partie insoluble, composée principalement de matières

sableuses et de carbonate de chaux provenant de la décomposition du sucrate de cette base, ne contribue point ou seulement pour une part minime à la production de la mélasse en raffinerie. En admettant cette manière de voir, la partie soluble des cendres étant de . . . . . 2ᵏ·86
et les cendres déduites de l'incinération sulfurique, étant de . . . . . 3ᵏ·42

la différence serait de . . . . . 0ᵏ·56

c'est-à-dire près du double de la précédente. Cette différence entraînerait alors un abaissement du titre net de 2,80, auquel correspondrait une dépréciation de 4ᶠʳ·20 par chaque sac de sucre de 100 kilos.

La méthode d'incinération avec addition d'acide sulfurique, adoptée universellement aujourd'hui, fournit donc des résultats supérieurs à ceux obtenus par l'incinération directe et par cela même est vicieuse. Mais s'ensuit-il que cette méthode doive être rejetée et qu'on doive lui substituer l'incinération directe sans addituon d'acide? Ce serait aller trop loin, car la détermination exacte des cendres réelles est une opération délicate qui exige une surveillance continue, si l'on ne veut s'exposer à commettre de graves erreurs en raison de la facilité avec laquelle les chlorures peuvent se volatilier, tandis que l'incinération par l'acide sulfurique est une opération facile qu'on peut faire à toute température et qui fournit des résultats concordants à cause de la fixité des sulfates. Le mode d'incinération par l'acide sulfurique n'exigeant point le concours d'un chimiste expérimenté, constitue un procédé essentiellement pratique qui doit être maintenu; toutefois il est important que l'on sache la différence qui existe entre les résultats fournis par cette méthode et ceux que l'on obtient par l'incinération directe pour les différentes sortes de sucres bruts.

J'ai évalué de la même façon le rapport entre les cendres

réelles déduites de l'incinération sulfurique pour l'échantillon de sucre brut anormal provenant de la Limagne dont la composition a été donnée ci-dessus (p. 17), et j'ai obtenu les résultats suivants :

Une première incinération après addition d'acide sulfurique a fourni pour 10gr. de l'échantillon un poids de cendres sulfatées, égal à.	1gr.027
Une seconde incinération a donné	1gr.040
soit en moyenne	1gr.033
dont les 9/10, c'est-à-dire	0gr.930
représenteraient les cendres réelles, d'après les usages du commerce, soit pour 100 de l'échantillon, cendres déduites de l'incinération sulfurique	9,30
La détermination directe des cendres (voir p. 13) a fourni pour 100 de l'échantillon.	8,99
La différence entre les deux résultats est donc. .	0,31

Cette différence ne provient point des erreurs d'analyse ; car si l'on calcule d'après la composition des cendres trouvée ci-dessus (p. 16), le poids des sulfates que ces cendres fourniraient ; on trouve :

Sulfate de potasse contenu dans les cendres. . .	1,06
Sulfate de potasse provenant de 6,52 de chlorure de potassium.	7,61
Sulfate de potasse provenant de 1,37 de carbonate de potasse	1,71
En totalité pour les sulfates calculés	10,38
Ajoutant les cendres insolubles pour avoir la totalité des cendres.	0,05
Total des cendres sulfatées d'après le calcul . . .	10,43
Trouvé d'après l'expérience directe	10,33
Différence.	0,10

Cette différence rentre dans les erreurs d'analyse, surtout si l'on considère que les résultats donnés par le calcul sont basés sur une incinération de 100^{g} de sucre brut tandis que ceux fournis par l'expérience provenaient seulement d'une incinération de 10^{g} de matière; on remarquera du reste que dans la seconde incinération on avait trouvé pour les cendres 10,40, ce qui atténue la différence si l'on partait de ce résultat.

En prenant les neuf dixièmes du poids des cendres sulfatées trouvées par l'expérience égal à 10,33, on obtiendrait en appliquant la règle adoptée par le commerce pour les cendres 9,30.7

On a trouvé directement (voir p. 13). 8,99

La différence entre les deux résultats est de. . . . 0,31

On remarquera le peu d'écart entre les résultats de l'incinération par l'acide sulfurique et ceux de l'incinération directe d'un sucre brut tout à fait anormal, et l'on aurait lieu d'en être surpris si l'on ne savait que les cendres sont composées en majeure partie de chlorure de potassium.

Le résultat eût été tout autre si les 8^{g} 97 de sels solubles des cendres de ce sucre anormal avaient été formés de sels analogues à ceux que l'on a obtenus avec les sucres du Nord.

On sait en effet que 74,6 de chlorure de potassium fournissent 87,1 de sulfate de potasse, dont les 9/10, c'est-à-dire 78,4 ne diffèrent que de 3,8 de 74,6; par conséquent si les cendres n'étaient formées que de chlorure de potassium, l'erreur que l'on ferait par l'incinération sulfurique ne serait que de 5,09 en trop pour cent du poids des cendres réelles. Mais si les cendres ne contenaient que du chlorure de sodium, comme 58,5 de chlorure de sodium donnent 71 de sulfate de soude dont les 9/10, soit 63,9, diffèrent de 58,5 de 5,4, l'erreur commise serait de 9,23 pour cent en trop. L'erreur serait plus considérable s'il n'y avait que du carbonate de potasse dans les cendres, car 69,1 de carbonate

de potasse fournissent 87,1 de sulfate, dont les 9/10 ou 78,39 diffèrent de 69,1 de 9,29; l'erreur atteindrait donc en trop 13,44 pour cent du poids des cendres réelles. Elle s'élèverait à 20,57 pour cent si les cendres ne contenaient que du carbonate de soude, car 53 de carbonate de soude donnent 71 de sulfate, dont les 9/10 ou 63,9 diffèrent de 53 de 10,9.

On voit donc que dans le mode d'incinération par l'acide sulfurique, l'erreur du procédé adopté pour l'évaluation des cendres réelles est d'autant plus grande que les cendres sont plus riches en sels de soude et en carbonate de potasse, et l'on s'explique comment le sucre brut anormal dont il est question ait fourni un résultat voisin de l'exactitude, puisque ses cendres contenaient beaucoup de chlorure de potassium, peu de carbonate de potasse et point ou seulement des traces de carbonate de soude.

Mais c'est là un fait tout à fait exceptionnel, et en général l'erreur commise par l'incinération sulfurique sera d'autant plus grande que la proportion des sels alcalins dans les cendres sera plus considérable. On a vu par l'analyse des sucres bruts du Nord, que ces sels alcalins existent réellement dans les cendres en proportion notable et que l'erreur commise en leur appliquant l'incinération sulfurique est loin d'être négligeable.

Rapport des sels des sucres bruts à leurs cendres. — Si l'on se reporte à l'analyse des sucres bruts du Nord, indiquée ci-dessus p. 10, et si l'on admet que les acides organiques considérés à l'état anhydre représentent au maximum une fois et demie le poids des bases réunies, que la chaux, l'alumine et l'oxyde de fer doivent être comptés avec les sels, et que l'on ne doit pas tenir compte de l'argile et du sable, on trouve que les sels existant en réalité dans l'échantillon moyen des 12 fabriques du Nord, peuvent être désignés de la manière suivante pour 100 parties de l'échantillon.

ESPÈCES SALINES EXISTANT DANS LES SUCRES BRUTS.

Sulfate de potasse.	0^{g}·763
Chlorure de potassium	0, 546
Nitrate de potasse	0, 180

BASES EXISTANT EN COMBINAISON.

Oxyde de potassium	0, 479
Oxyde de sodium.	0, 430
Chaux	0, 092
Alumine et oxyde de fer	0, 018

ACIDES SUPPOSÉS ANHYDRES EN COMBINAISON.

Acide phosphorique.	0, 004
Acides organiques indéterminés. . . .	1, 500
Total.	4^{g}·003

Par l'incinération, ces sels ont fourni, d'après l'analyse (voir p. 4 et 5), en négligeant le sable et l'argile :

CENDRES SOLUBLES.

Sulfate de potasse	0,763	= 2^{gr} 869
Chlorure de potassium . .	0,546	
Carbonate de potasse . .	0,827	
Carbonate de soude. . . .	0,733	

CENDRES INSOLUBLES.

Carbonate de chaux. . . .	0,155	= 0,192.
Phosphate de chaux, . . .	0.009	
Alumine et oxyde de fer . .	0,018	
Eléments non dosés, pertes.	0,010	
Total . . .	3^{gr}·061	

Le rapport des sels aux cendres est donc très-sensiblement celui des nombres 4 et 3, en admettant les hypothèses indiquées ci-dessus. Il est hors de doute que ce rapport varie avec la nature et la provenance des sucres; mais cependant je suis porté à le considérer comme très peu variable, si j'en juge par le peu de

variations que présentent les mélasses dans leur composition.

Resterait une question importante à déterminer, celle de savoir la part qui revient aux sels des sucres bruts dans la production de la mélasse en raffinerie, c'est-à-dire l'évaluation exacte de ce coefficient que l'on estime actuellement devoir être égal à 5. Dans mon opinion, la détermination exacte des rendements industriels, peut seule fournir une réponse satisfaisante à cette importante question.

De l'ensemble de ce travail, on peut déduire les conclusions suivantes, qui en forment le résumé.

1° Les sucres de troisième jet du Nord de la France contiennent, en dehors du sucre et des matières terreuses, les principes minéraux et organiques des mélasses d'où ils proviennent, c'est-à-dire du chlorure, du sulfate, du nitrate de potassium, des sels organiques à base de potasse de soude, de chaux, d'alumine et d'oxyde de fer en proportions variables; ces variations devant être peu considérables pour les divers sucres de fabrication normale.

2° Des mélasses exceptionnellement riches en chlorure de potassium, peuvent, dans certaines conditions, fournir des sucres de troisième cristallisation, de composition très-différente de celle des sucres ordinaires de troisième jet. Elles peuvent contenir notamment des proportions considérables de sucrate de chlorure de potassium isomorphe avec le sucre de cannes.

3° La méthode d'incinération des sucres avec addition d'acide sulfurique, généralement adoptée aujourd'hui, donne un poids de cendres supérieur au poids des cendres réelles des sucres bruts. La différence est d'autant plus grande que ces cendres sont plus riches en sels de soude et carbonates alcalins.

4° Les cendres des sucres bruts de troisième jet du Nord dont il est question dans ce travail, représentent sensiblement les trois quarts du poids des sels existants dans ces sucres.

POÉSIE

1870

PAR M. JULES DUTILLEUL

Membre titulaire.

Lue à la séance du 8 novembre 1872.

France, redresse toi sous le sort qui t'accable !
Comme Rachel pleurant ses fils, inconsolable
Tu gémis sur l'Alsace et la Lorraine en deuil !
Debout !.... de tes vainqueurs tu peux braver la rage !
Le Prussien ne saurait sur ton front qu'il outrage
Sceller la pierre du cercueil !

Il s'était dit : « Volons au festin sanguinaire,
» La France va périr !... mais l'homme de Brumaire
» N'est plus là pour sauver son peuple agonisant !

» Hourrah pour la curée !!.. avec des cris de joie,
» Pareils à des limiers qui déchirent leur proie,
» Fouillons son cadavre sanglant !

» Massacrons tout, enfants, vieillards, femmes et filles !
» Qu'importent les remparts, nous brûlerons les villes !
» Krüpp avec ses canons doit venger Iéna !
» Bourrons leurs flancs d'obus, de pétrole et de poudre !
» L'ennemi ne saurait, en tombant sous leur foudre,
» Voir la main qui la déchaîna. »

Et le torrent Teuton des monts de Germanie
Nous jetant Saarbrück ainsi qu'une ironie,
Roulait ses flots guerriers dans un double courant,
Grondait autour des murs de Strasbourg en détresse,
Et faisait écumer sa vague vengeresse
A Wissembourg, Metz et Sedan !

Où sont ces fiers chasseurs, ces cuirassiers stoïques
Qui broyant les Prussiens dans leurs charges épiques
Sauvaient à Reischoffen leurs frères des périls ?
Ils sont morts, engloutis dans la mêlée ardente,
Sans demander aux flots de cette mer vivante,
Même en tombant : Combien sont-ils ?

Nobles gueriers, salut ! la mort vous fit esclaves.
La France, un jour vengée, inscrira : Champ des braves,
Sur le sol reconquis où dormiront vos os !
En attendant ce jour vos ombres désolées
Comme un essain plaintif, flottant sur les vallées,
Troubleront Wœrth de leurs sanglots!

Mac Mahon poursuivit sa fuite triomphale
Les vengeurs s'amassaient, quand l'aigle impériale
Vint s'abattre à Sedan pour livrer leurs débris !
Et la famine alors, comme un spectre farouche
Qui met la rage au cœur et l'écume à la bouche,
Grinça dans les murs de Paris.

Pareille à ce lion, qui fouetté dans sa cage
Roule des yeux de flamme et dans un bond sauvage
Déchire ses barreaux des griffes et des dents,
Dans Paris étouffé la foule famélique
Rugit et disputa six mois la République
Aux belluaires Allemands !

En vain pour le sauver, Orléans vit Aurelles
Aguerrir à la mort ses bataillons rebelles,
Et Faidherbe illustra nos jeunes régiments :
En vain, tel qu'un serpent, se glissant avec feinte,
Chanzy rampait autour de la mouvante enceinte
Pour en trouer les murs vivants ;

Rien n'y fit : le Teuton de son glaive barbare
Faucha de nos héros la phalange trop rare,
Paris dans ses liens se tordit garrotté !
Nous l'avons vu tomber avec la France en cendre !!!...
Mais, au prix de leur chute, un Ange a pu descendre
Sur ce peuple persécuté !

Quel est-il ? Demandez à cette Prusse altière
Qui jadis fit trembler Brunswick sur la frontière ?
Qui triompha sous Hoche en franchissant le Rhin ?

Qui grondait à Valmy, Fleurus, Jemmappe, Arcole,
Et faisait retentir jusqu'aux confins du pôle
La Marseillaise au chant d'airain ?

Né du sein d'un orage, et grandi par la guerre
Il a reçu dans Lille, aux éclats du tonnerre,
Un baptême de gloire et d'immortalité !
C'est lui qui sur Paris plane comme un génie....
Son nom ?... mais il se mêle à celui de Patrie !
C'est l'Ange de la Liberté.

VOYAGE

D'UN HOLLANDAIS EN FRANCE

1713 — 1714

PAR M. DE GODEFROY MÉNILGLAISE

Membre correspondant.

J'ai trouvé dans ma bibliothèque un petit manuscrit intitulé : *Voyage d'un Hollandais en France*, 1713-1714.

Ce sont des lettres adressées à un ami. L'auteur qui ne se nomme point, et ne fait point connaître sa qualité, est catholique et appartient au monde distingué de sa nation. Il a des lettres d'introduction dans la bonne compagnie. A Paris il voit les ambassadeurs hollandais, et fait partie de leur cortége, le jour de leur entrée solennelle.

Il se borne d'ailleurs à une sorte d'itinéraire, énumérant sommairement, dans un style terne, ce qu'il a fait et vu, notant les auberges, leur mérite, et les prix, appréciant peu, ne jugeant guère, renvoyant même souvent aux *Délices des Pays-Bas*, aux *Délices de la France* et à la *Description de Paris*, par Germain

Brice, récemment rééditée et dont il atteste l'exactitude. L'animosité que la Hollande venait de déployer contre la France, semble lui être étrangère. Il n'exprime point d'opinion sur les événements, sur la politique, sur la religion : « J'étais là, telle chose m'avint » ou plutôt m'apparut ; voilà tout son journal à peu près. Mais ce journal, bien que ne méritant pas les honneurs de l'impression, n'est point absolument dénué d'intérêt, en ce qu'il rappelle la physionomie de certains lieux, la manière de voyager, et quelques habitudes d'il y a cent cinquante ans. C'est sous ce rapport seulement que j'en essayerai une rapide analyse.

C'était au lendemain de la paix d'Utrecht, qui mit fin à la longue et sanglante guerre de la succession d'Espagne, signalée pour nous par tant de revers. Parti d'Amsterdam le 26 juillet 1713, il voit encore debout, à La Haye, les échafaudages dressés pour les réjouissances publiques à cette occasion, traverse Delft, Rotterdam, Dordrecht, d'où il va visiter la Zélande et ses vertes campagnes. Après avoir vu Terveren, Middelbourg, Flessingue dont la mer fait trembler et parfois surmonte les remparts, il arrive en cinq heures de navigation à Lécluse, alors forteresse hollandaise importante, puis monte sur la *barque* qui fait le service de Lécluse à Bruges moyennant quatre sols.

Ne lui demandez point d'impressions historiques ou artistiques. De l'antique cité qui a mérité le nom de Venise flamande il ne trouve à dire que ceci : « J'y remarque la place qui est assez spacieuse, et quelques églises très *propres :* pour le reste, une ville ancienne avec des bâtiments qui ne donnent pas beaucoup dans la vue. »

Voici encore la *barque* qui, en cinq heures, le transporte à Nieuport moyennant quatorze sols. De là c'est un chariot loué quatre patacons qui le voiture jusqu'à Dunkerque en suivant cette singulière route du *Stran*, c'est-à-dire la grève marine qui, lorsque le flot en descend, offre un sol ferme, uni, et roulant.

Dunkerque était encombré de curieux, devinez pourquoi ? Pour

contempler une dernière fois les puissants ouvrages par lesquels Louis XIV avait rendu ce port si redoutable aux Anglais et aux Hollandais, ouvrages dont, vainqueurs rancuneux et prévoyants, ils venaient d'imposer la démolition par un article du traité d'Utrecht. Notre voyageur les passe rapidement en revue : le grand bassin pour les bâtiments de guerre ; la citadelle réputée imprenable possédant un canon de 25 pieds de long ; les jetées s'avançant de trois cents pas dans la mer, terminées chacune par un château en bois garni d'artillerie ; le fort de Risbancq se dressant du milieu des flots, avec son immense citerne voûtée, sa chapelle, son clocher ; le fort blanc où l'on ne pénètre qu'avec une échelle à marée basse, etc., etc.

Le 7 août il quitte Dunkerque encore par chariot, traverse Bergues, Poperingue, loue les belles campagnes de la Flandre maritime, et entre de bonne heure à Ypres, en ce temps une des plus fortes places des Pays-Bas. On lui indique au milieu du chœur de la cathédrale la sépulture du fameux et malencontreux évêque Jansénius, marquée par de simples carreaux bleus et blancs ; car l'autorité a fait disparaître la pierre tumulaire et l'épitaphe; sévérité qui peut sembler excessive, puisque Jansénius est mort longtemps avant la condamnation de son gros livre, et en le soumettant au jugement de l'Église. Cette cathédrale conservait un don du pape Clément VII, la chape qu'il porta le jour de son sacre ; elle était rouge, richement brodée en or et argent, garnie de pierres précieuses.

Nos aïeux n'étaient ni pressés, ni difficiles. Je laisse le voyageur raconter comment s'effectuait le court trajet d'Ypres à Lille. « Je partis le mercredi 9 août à huit heures du matin par le chariot *ordinaire*. On y paye chacun 2 florins 5 sols. On y est fort incommodé, le chariot étant naturellement ouvert, couvert seulement d'une voile tendue sur des cercles de tonneaux. Nous étions assis sur une botte de paille, arrosés par la pluie, cahotés. Nous dînâmes à Warneton assez mal, et arrivâmes bien mouillés à Lille sur les six heures du soir. »

Aujourd'hui nos petits cultivateurs seuls daignent se transporter ainsi.

Et ce n'était point une exception ; même allure pour gagner Tournay. La voiture ordinaire chemina paisiblement en six heures. La route était déjà pavée, et le pays à l'entour ne portait pas trop de traces de la guerre.

A Tournay l'abbaye de Saint-Martin, avec sa belle église, son orgue à quatre mille tuyaux et à jeux compliqués, frappe surtout notre voyageur. Il se loue de l'accueil de l'abbé Dom Van-Roden « un prélat de beaucoup de mérite et de savoir, dit-il, avec tout cela fort galant homme, qui nous fit mille honnêtetés, et envoya son carosse hors la porte à notre rencontre. » Il remarque que chaque religieux a son jardin particulier qu'il cultive à sa fantaisie. Le séjour de la ville lui parut agréable, quoiqu'elle eût notablement perdu par la translation du parlement que Louis XIV y avait institué.

Dégoûté des véhicules publics, il loue, moyennant 14 florins, une chaise de poste, et gagne Valenciennes à travers une contrée plus ou moins dévastée. Fort bien traité par les moines de Saint-Amand dont il décrit la singulière et remarquable église ; il passe à côté de ceux de Vicogne, et fait à Raismes une assez bizarre rencontre. C'était l'Electeur de Cologne (le même au sacre duquel Fénelon monta ici en chaire) « se divertissant avec une comédie ou opéra en pleine campagne, où il y avait des bancs construits au bord d'un canal, avec un monde infini. »

Un spectacle plus édifiant l'attendait à Valenciennes dans l'église Notre-Dame, où se trouvaient rassemblés et exposés les nombreux et riches reliquaires de toutes les paroisses et abbayes circonvoisines, apportés pour figurer à la solennelle procession du Saint-Cordon. Cette exposition se prolongeait durant l'Octave entière de la Nativité.

La promenade fréquentée en ce temps par les Valenciennois était un jardin particulier hors des portes, appelé Marly, avec

fontaines et berceaux. Chacun avait permission d'y venir, y porter une collation, et se réjouir ; « ce qui, ajoute-t-il naïvement, est fort divertissant. »

Deux jours après il monte dans une chaise de poste louée 16 florins, et se dirige vers Douai en traversant le champ de bataille de Denain où l'année précédente s'était relevée la fortune militaire de la France aux abois. Les terres laissées en friche, ne témoignaient que trop des récentes fureurs de la guerre. Douai lui-même, pris par les Alliés et repris par les Français, en conservait bien des traces ; mais les maisons détruites se reconstruisaient déjà plus belles qu'auparavant.

De Douai à Lille, c'est la *barque* classique que nous avons connue dans notre enfance. La place coûtait 22 patars (27 sols et demi).

La capitale de la Flandre française laisse de gracieuses impressions à notre voyageur. Introduit dans les salons, il dit avoir « veu toutes les belles de Lille, dont il y en a qui méritent bien ce nom, et elles sont ordinairement bien faites. » Il y avait trois sociétés qu'il appelle *assemblées :* la grande où tout le monde entrait ; celle de la rue Royale, presque semblable à la grande ; celle de Saint-Maurice qui se bornait à peu près à ce quartier, et n'admettait point les officiers de la garnison. Les autorités d'alors étaient : le gouverneur, fils de l'illustre Maréchal de Boufflers ; trop jeune pour exercer, le comte de Lisle le suppléait ; le commandant de la citadelle, M. de Labadie ; le major de place, M. d'Argens, l'Intendant, M. de Bernière. Le prince de Tingry, connu auparavant sous le nom de chevalier de Luxembourg, y fit un séjour de six semaines : il tenait grande table, et par ses manières affables plaisait beaucoup à la bourgeoisie qui fit un feu de joie en son honneur.

L'énumération des nombreux édifices n'apprend rien de particulier. Saint-Pierre et la Madelaine avaient reçu force boulets pendant le siége de 1708 ; la brèche voisine n'était pas réparée ;

l'église actuelle de Saint-André n'était encore qu'en projet. Sur l'emplacement qu'elle occupe s'élevait une modeste chapelle appartenant aux Carmes déchaux.

Notre esplanade n'offrait qu'une surface rase, le siége ayant exigé le sacrifice de ses beaux arbres ; on se préparait à la replanter. En attendant, les carrosses des promeneurs suivaient les quais parallèles de la Deûle reliés par le pont-neuf ; puis, on se portait hors la ville au jardin du Gouverneur, adopté par la mode pour le soir.

L'esplanade dépouillée pouvait d'autant moins attirer les promeneurs, qu'elle venait d'être le théâtre d'une lugubre exécution. Un cadet flamand, servant dans un régiment suisse, entêté de je ne sais quelles chimères de sorcellerie, avait persuadé à trois soldats qu'au moyen de sortiléges pratiqués sur une hostie consacrée, Satan garnirait amplement leurs bourses. L'un de ces malheureux alla de grand matin, le jour de l'Assomption, communier chez les Capucins, et fut aperçu crachant immédiatement quelque chose dans son chapeau. Ses chefs avertis firent une perquisition la nuit suivante, et trouvèrent le corps du délit. Les lois étaient terribles contre le sacrilége. L'un des soldats fut étranglé, le second eut le poing coupé, le troisième (le plus coupable) eut le poing coupé et la langue arrachée ; puis tous trois passèrent au bûcher. Quant au conseilleur, on l'arquebusa. Au reste, tous trois moururent repentants, et l'un d'eux, Luthérien, abjura l'hérésie.

Le lendemain procession expiatoire solennelle qui dura de deux à onze heures du soir. Le grand vicaire de Tournay, suivi des autorités, du Magistrat, des ordres religieux et d'une foule immense avec plus de six mille flambeaux en cire blanche, portait l'hostie profanée, la garnison entière formant la haie.

M. Victor Derode, dans son histoire de Lille, mentionne ce triste evénement, (t. II. p. 292). On en trouve une relation dans les archives historiques du nord de la France, par M. Dinaux, (nouvelle série, tome V. page 82).

Emportant un souvenir agréable de l'hospitalité Lilloise, des attraits et de l'amabilité de nos grand'mères, notre Batave s'achemine enfin vers Paris. Les moyens de communication entre Lille et la capitale du Royaume n'avaient pas progressé depuis un demi-siècle. En 1670 une voiture publique à neuf places, dite *le carrosse*, faisait le trajet en cinq à six jours, par étapes de huit à dix lieues. On déjeûnait, dînait, soupait, couchait, à la grande satisfaction des aubergistes échelonnés sur le parcours.

En 1713, c'est encore de même. « J'avais arresté la première place dans le carrosse où l'on paye 25 livres pour toutes les places également, même dans la portière; de sorte que le premier venu a la meilleure. Dans le panier, c'est 15 livres. »

Première journée : départ de Lille à sept heures du matin; repas à Pont-à-Vendin; couchée à Vimy, village ruiné par la guerre,

Seconde : Départ à quatre heures du matin; dîner à Arras; couchée à Bapaume.

Troisième : Arrivée à Péronne à onze heures avec une escorte de 13 dragons et un officier, car les voleurs couraient le pays; visite des hardes par la douane, couchée au village d'Omiécourt.

Quatrième journée : dîner à Roye; couchée à Gournay.

Cinquième : dîner à Pont-Ste-Maxence; traversée de la forêt de Senlis, où l'on remarque avec satisfaction que le chemin est pavé; chose rare encore en ce tems. Jusques là nos voyageurs en avaient eu de fort mauvais, si bien qu'il fallait souvent atteler huit chevaux à leur véhicule. Et ce n'était pas seulement sur cette ligne. Quelques années plus tard, Marie Leksinska, venant épouser Louis XV, faillit demeurer embourbée dans les grands chemins de la Champagne, quoique l'Intendant eût requis force corvées pour les mettre en état.

Sixième journée : dîner à Louvres; entrée à Paris à cinq heures du soir; arrêt à la barrière St.-Martin, pour la visite des personnes et des petites hardes. Quant au gros bagage, la

douane le gardait jusqu'au lendemain, prenant ses aises et trouvant l'heure trop avancée pour se donner la peine de l'examiner.

Pardon de cette énumération fastidieuse et vulgaire; mais, voyageur délicat et impatient qui maugréez quand votre confortable wagon se complète, et trouvez éternelle la petite vitesse, il est bon de vous montrer votre bisaïeul empaqueté pour une semaine entière dans un lourd berlingot avec des compagnons de hasard, cloué peut-être au strapontin de portière, voué aux chances de la cuisine et des lits d'auberge, pour atteindre à pas de tortue le terme de ce parcours que vous dévorez en quelques heures.

Malgré les calamités accumulées sur la France depuis le commencement du XVIII[e] siècle, il y avait encore du luxe à Paris. Notre touriste compte au Cours-la-Reine un millier de carrosses défilant sur six rangs; ce qu'il trouve la chose du monde la plus magnifique (et qui dépasse peut-être notre Longchamp); puis tout ce monde met pied à terre pour venir prendre le frais au jardin des Tuileries, par le clair de lune, jusques bien avant dans la nuit, où alors, ajoute-t-il malignement, il ne manque pas d'aventures. Le jardin lui paraît fort régulièrement ordonné, et bien entretenu.

Le palais des Tuileries était peu meublé, mais splendidement décoré, surtout le vaste théâtre nommé la salle des machines.

Le Louvre, abandonné de la cour depuis que les séditions de la Fronde eurent dégoûté Louis XIV du séjour de la capitale, emmagasinait l'ancien mobilier de la couronne, et ouvrait ses appartements aux Académies. On songeait à y installer la bibliothèque royale, encore entassée dans quinze ou vingt chambres de l'hôtel Colbert, rue Vivienne. On travaillait en même temps à une grande galerie reliant le Louvre aux Tuileries, et où étaient conservés 160 plans de forteresses, depuis transportés aux Invalides.

Des Tuileries nous passons au Palais Royal, dont le jardin

s'ouvrait déjà au public. Ce bel édifice, légué par le cardinal de Richelieu reconnaissant à son royal maître, était devenu la propriété de ce duc d'Orléans, qui bientôt allait faire succéder les orgies de la Régence aux tristesses austères de la fin du grand règne. Il se signalait alors par son goût pour les arts et les sciences, s'entourait d'un luxueux mobilier, collectionnait de riches raretés, des tableaux de prix, peignait lui-même, entretenait un laboratoire, et y présidait aux expériences chimiques.

Au palais royal attenait l'opéra. « On y représente trois fois, dit la lettre, et pendant le carnaval quatre fois la semaine, des tragédies en musique, avec des ballets et machines admirables; ce qui est le plus charmant du monde pour des étrangers, tant pour la beauté des habits et changements de théâtre, que pour la symphonie, surtout quand ce sont des pièces de M. Baptiste Lulli, qui toujours l'ont emporté sur toutes les nouvelles pièces qu'on a faites depuis, et qui paraîtraient bien davantage si elles étaient représentées sur le grand théâtre des Tuileries. »

La comédie française, en ce temps, était de l'autre côté de la rivière, dans la rue des Fossés-St.-Germain, et ne faisait relâche qu'aux grandes fêtes et durant la quinzaine de Pâques. Les impressions de notre étranger méritent d'être reproduites dans leur simplicité.

« La place et les loges sont fort bien disposés, le théâtre serait grand assez, mais il y a fort souvent tant de monde que les acteurs en sont embarrassés, quoiqu'on y ait remédié beaucoup par une balustrade de fer qui est à chaque côté, dans laquelle il faut que les spectateurs se tiennent assis sur des bancs. Cela ne laisse pas d'ôter beaucoup de la beauté du théâtre; mais quand toutes les dames de la cour y sont placées, richement habillées, cela fait le plus bel effet du monde, comme je l'ai vu. Au reste les décorations ne sont pas extraordinaires;

mais les habits des acteurs et surtout des actrices, sont de la dernière magnificence et propreté, et quand les parties sont bien distribuées, et qu'ils font de leur mieux, il est constant que nulle part on n'a poussé ce divertissement à un plus haut degré. Néanmoins, il est vrai que dans leurs tragédies ils ont une manière de déclamer trop affectée. Les premiers d'entre eux ont des revenus très-considérables, qui vont jusqu'à neuf ou dix mille livres par an : il y en a aussi qui ont carrosse et laquais. »

Le siècle d'or des Talma et des Rachel n'était pas venu : ce pactole là leur eût paru mesquin.

Les amateurs moins délicats pouvaient se délecter aux spectacles de la foire St.-Germain. Elle durait du 2 février au dimanche de la Passion, et se tenait à l'extrémité de la rue de Tournon. Ses allées, bordées de riches boutiques, attiraient le beau monde le soir, et aussi les filous. Des cafés bien tenus offraient la séduction d'un éclairage fourni par des lustres de cristal, que trouveraient pâle les consommateurs inondés de l'éblouissante lumière du gaz. « On y était bien, mais chèrement servi de toutes sortes de liqueurs. »

Ce quartier préludait au développement aristocratique qu'il a reçu depuis. Réputé le plus sain de la ville, les étrangers le fréquentaient de préférence. Aussi le nôtre s'installa-t-il à l'hôtel de Hambourg, rue des Boucheries-St.-Germain.

Il exprime une vive admiration pour cette royale création qui fit tant d'honneur en Europe à Louis XIV, l'hôtel des Invalides, déjà peuplé de quatre mille vétérans et pouvant en abriter dix mille. Il en décrit complaisamment les grandioses proportions et les magnificences.

Dans sa revue il note la vaste église St-Sulpice, dont le chœur seulement était achevé, le reste ayant encore l'aspect d'une grange : l'église des Cordeliers près la rue Hautefeuille, où chaque dimanche le beau monde se pressait en foule à la

belle messe : St.-Etienne-du-Mont, qui avait recueilli plusieurs tombes illustres exhumées à la destruction de Port-Royal, entr'autres celle du grand poête Racine : Le Luxembourg, dont il prise fort l'architecture, mais négligé et démeublé; le terrible hiver de 1709 en avait ruiné les plantations : Notre-Dame, dont les chanoines, fidèles aux antiques règles canoniques, chantaient encore matines à minuit : l'hôtel de ville, dont l'intérieur ne répondait point à la belle apparence extérieure : St-Jacques-de-la-Boucherie où il a goûté la pieuse éloquence du célèbre Massillon : l'Oratoire où il a connu particulièrement le docte Père de Vence, que l'on consultait de toutes parts : la place Vendôme, dite alors place Louis-le-Grand, non encore terminée. Le financier Crozat venait de s'y construire une somptueuse demeure; on l'appelait le *gueux*, parce qu'il ne possédait que huit millions, tandis que la fortune de son frère, établi rue Richelieu, montait à douze : le couvent de Picpus, dont quelques appartements étaient affectés à recevoir, le jour de leur entrée publique, les ambassadeurs des puissances catholiques; on venait les y complimenter de la part du Roi et des princes. Non loin de là l'hôtel Rambouillet, lors appartenant au prince de Rohan, avait la même destination pour les légations protestantes. Le 27 mai 1714, MM. Buys et Goskinga, ambassadeurs des Provinces-Unies, en partirent à cinq heures après-midi pour leur entrée, avec leur pages et bon nombre de gentilshommes. Le cortége, où figurait l'auteur de ces lettres, se composait de quinze carrosses. M. Buys n'avait pu être choisi par son gouvernement afin d'être agréable à Louis XIV, car dans les conférences pour la paix il s'était distingué par son acharnement à nous imposer les conditions les plus dures.

Quant aux ambassadeurs extraordinaires, leur hôtel, jadis propriété du maréchal d'Ancre, était dans la rue de Tournon. Le roi les y traitait pendant trois jours, eux et leur suite.

Au jardin des plantes, qu'on appelait le Jardin royal des simples, le narrateur, que je soupçonne n'être guère naturaliste, ne

voit rien de singulier, « sinon un grand et gros marronnier bien haut et bien vieux » qu'on lui dit le premier planté en France, et une hauteur garnie d'arbres où l'on monte en *caracolle*.

La Salpêtrière, dans le voisinage, était un immense hospice et dépôt de mendicité. « Ce n'est pas, dit-il, une chose fort agréable à voir. Là sont enfermés et élevés chrétiennement, au nombre de six mille environ, les pauvres de tout âge et de tout sexe pris dans les rues. On les fait travailler, et il y règne beaucoup d'ordre. »

Après avoir bien joui de Paris qu'il qualifie une grande et superbe ville (ce n'était point encore toutefois le Paris de M. Haussmann), notre curieux, associé à deux compatriotes, entreprend une tournée en province, et se dirige d'abord sur Orléans par le coche.

Départ le 24 avril 1714 à six heures du matin : mention des magnificences du château de Sceaux qu'animait la présence de la remuante duchesse du Maine : dîner à Chartres : couchée à Etampes. Le lendemain, départ à une heure du matin, pour dîner à Thoury et atteindre Orléans à neuf heures du soir. C'était la rapidité de l'époque.

Il demeure deux jours à Orléans, et consigne sur ses tablettes, à côté de l'Université, un produit gastronomique de l'endroit, une gelée appelée *Cotignac*.

Le 28, pour descendre la Loire jusqu'à Nantes, il loue une barque, dite *cabane*, au prix de 50 florins et 5 de pourboire; chaque batelier ayant droit à 5 florins par jour de surplus. Cette stipulation additionnelle avait pour but de laisser la liberté des excursions sur différents points. C'est ainsi qu'il visite Chambord, alors tout démeublé, les châteaux de Blois, d'Amboise, du Plessis-lès-Tours qui tombait en ruines, le champ de bataille où furent écrasés les Sarrasins d'Abderame, Richelieu, Chinon, les ardoisières d'Angers. A Blois le cicerone ne manque pas de montrer les oubliettes pratiquées par le terrible Louis XI, et de recommander en même temps les gants et le jus de réglisse dûs à l'industrie locale.

L'église d'Amboise exhibe l'énorme bois et deux côtes d'un puissant cerf pris sous Dagobert, et porteur d'un collier d or attestant qu'il fut à Jules César (ce qui ne paraît pas croyable, dit simplement le touriste, d'ailleurs peu ferré sur l'histoire, car il prend Charles Martel pour Charlemagne, et place le ministère de Richelieu sous la minorité de Louis XIII).

La ville de Richelieu créée par le grand cardinal, jouissait encore des priviléges et exemptions d'impôt dont il l'avait dotée; ce qui y attirait des habitants. Le journal admire la largeur et la régularité des rues, le bel effet des maisons construites sur un plan uniforme, et s'extasie devant le château, son mobilier somptueux, ses plafonds dorés surpassant peut-être ceux de Versailles, son parc giboyeux enfermé dans quatre lieues de murailles.

Avant d'arriver à Nantes, il fallut subir deux douanes. Dans cette ville une sorte de colonie flamande et hollandaise peuplait le faubourg de Pirmil.

Le retour s'effectua par La Flèche, Le Mans, Nogent-le-Rotrou, Chartres, Maintenon, Rambouillet, alors au comte de Toulouse, et d'où l'on gagnait Paris par une chaussée pavée, chose notable pour le temps.

Les mois de juin et de juillet furent employés à la visite des environs de Paris.

Le château de Saint-Cloud dont les Prussiens viennent de faire une ruine, appartenait au duc d'Orléans, et, comme le Palais-Royal, portait l'empreinte de son goût pour les arts. Le parc, la cascade, un jet d'eau de cent trente pieds, l'orangerie qui, à quatre-vingts ans de là, devait voir un corps législatif sauter par ses fenêtres, la galerie, les meubles, les tableaux, en faisaient une magnifique demeure.

Meudon qui avait abrité le grand Dauphin, était un peu abandonné.

L'abbaye de Saint-Denis recevait de nouvelles constructions de la munificence de Louis XIV. Au-dessus des nombreuses

tombes royales se dressait dans le chœur le catafalque du duc de Berri, son troisième petit-fils, décédé en mai 1714, à la suite d'un père, d'un frère, d'un neveu, d'une belle-sœur; et pendant la quarantaine de prières funèbres chantées pour le repos de son âme, sa veuve mettait au monde, avant terme, un enfant posthume qui ne vécut point.

Le château de Marly qu'affectionnait le vieux Roi dans ses dernières années, où il n'amenait qu'un petit nombre d'élus, et dont il reste à peine vestige à présent, étalait la pompe de ses jardins et de ses eaux.

Clagny où le Roi avait tant dépensé pour Mme de Montespan, par les soins complaisants de Colbert, hébergeait en ce moment le prince Ragotski.

Dans leur visite à Versailles nos étrangers furent admis à voir en détail le cabinet des antiques, des médailles et des curiosités, puis à monter dans les chaloupes amarrées sur le grand canal conduites par des bateliers vêtus de rouge ou bleu avec galons d'or, qui les menèrent vers Trianon resplendissant de fleurs. Au retour ils virent jouer les grandes eaux : les dames y assistaient dans des chaises roulantes que tiraient des gens à la livrée du Roi.

Ils se mirent ensuite en route pour Fontainebleau, visitant sur leur passage de belles résidences : Choisy, bâti par la grande Mademoiselle : Villeneuve-le-Roi, au conseiller d'Etat Le Peletier : Villeroy, au maréchal de ce nom : Petit-Bourg, au duc d'Antin. Ce fils légitime de Mme de Montespan jouissait de la faveur de Louis XIV, qui logeait chez lui en se rendant à Fontainebleau. On voit qu'il était moins intraitable que son père sur le chapitre de l'honneur de sa mère.

De Fontainebleau le journal ne dit pas autre chose que ce qu'on trouve dans les livres, sinon qu'en un endroit de la forêt habitait un ermite édifiant, ancien gendarme.

Melun possédait la singularité d'une poste aux ânes.

Le superbe château de Vaux, théâtre des profusions inouïes

du vaniteux et malheureux Foucquet, appartenait au célèbre maréchal de Villars. A l'entrée se voyaient six pièces de canon prises sur les Hollandais à la bataille de Denain, témoignage délicat de la gratitude du Roi pour le sauveur du royaume.

Rueil, création du cardinal de Richelieu, demeurait la propriété de l'héritier de son nom qui l'entretenait assez mal.

Issy était à la princesse douairière de Conti.

Bellevue, charmante fantaisie du fermier-général Hebrard, venait d'être vendu 180,000 livres à l'Electeur de Bavière.

Les mêmes traits conviennent à peu près, sauf les proportions, à toutes ces habitations royales, princières, ou d'opulents particuliers : architecture régulière et solennelle du dix-septième siècle, galeries, vastes appartements dorés, fresques, tapisseries et tableaux, allées droites, parterres à compartiments, charmilles, cabinets de verdure, statues, bassins, jets d'eau, cascades à étages, fontaines jaillissantes à surprises : telle était la mode d'alors : elle régnait despotiquement.

Les Anglais ayant suivi la mauvaise fortune du Roi Jacques, peuplaient tristement Saint-Germain : sa veuve y menait une existence modeste et retirée.

Le mont Valérien, occupé maintenant par une forteresse qui a eu un rôle si important dans nos dernières péripéties, était à cette époque un paisible lieu de dévotion et portait le nom de Calvaire, à cause de sept chapelles offrant la représentation au naturel des scènes de la Passion : les pieux pèlerins y affluaient.

Le 2 août 1714, notre Hollandais reprit le chemin de sa patrie. Le 30 du même mois il terminait à La Haye son odyssée de retour à travers les principales villes de la Belgique. Son journal, pour cette partie, n'est qu'une sèche nomenclature n'apprenant rien qui ne soit dans les itinéraires imprimés. Aussi n'en veux-je extraire que le relevé du trajet de Paris à Bruxelles pour montrer une fois de plus avec quelle placidité de limaçon on voyageait il y a un siècle et demi.

La place dans le carrosse coûtait 42 florins, plus 3 sols neuf deniers par livre de bagages.

Première journée : Départ de Paris à six heures du matin ; dîner à Louvres à midi ; couchée à Senlis.

Deuxième : déjeûner à Verberie ; dîner à Compiègne ; couchée à Noyon.

Troisième : dîner à Ham ; couchée à Saint-Quentin ; douane.

Quatrième : dîner au Catelet ; couchée à Cambray.

Cinquième : dîner à Haspre ; couchée à Valenciennes.

Sixième : dîner à Quiévrain ; couchée à Mons.

Septième : Soignies, Braine-le-Comte ; dîner à Tubise ; Halle et N.-D. d'Anderlecht ; arrivée à Bruxelles sur le soir.

Aujourd'hui ce voyage de sept jours s'accomplit en huit heures et coûte 34 francs, soit 44 centimes par lieue (en première classe).

En terminant cette revue rétrospective, je ne saurais me défendre d'un mélancolique rapprochement avec l'époque actuelle.

En 1713 aussi la France venait d'éprouver des revers cruels et accumulés. Louis XIV, longtemps la terreur et l'éblouissement de l'Europe, avait succombé sous l'effort coalisé de ses vaincus d'autrefois. Dépouillé d'une portion de ses brillantes conquêtes, mis à deux doigts de sa ruine, il avait dû, de sa main victorieuse tant de fois, signer une paix douloureuse. En deuil de son fils et de ses petits-fils prématurément moissonnés, le vieux Roi s'acheminait vers la tombe, et l'avenir du Royaume épuisé reposait sur un frêle enfant de quatre ans.

Néanmoins les choses reprenaient leur cours régulier ; l'autorité demeurait incontestée et la population paisible parmi tant de souffrances. On s'occupait à relever ses débris, on s'avançait sans cauchemar vers l'avenir. Il n'y avait point de ces formidables problèmes sociaux devant lesquels notre génération frissonne trop justement. On n'entendait point encore rugir ces convoitises affamées de spoliations et de bouleversements qui font songer à la fin des temps. C'est que la société d'alors avait des croyances et une base. Mais la société d'aujourd'hui..... ?

NOTICE

SUR LE

TERRAIN CRÉTACÉ DE LA VALLÉE DE L'HOGNEAU

ET SUR LES SOUTERRAINS CONNUS SOUS LE NOM DE

TROUS DES SARRASINS

DES ENVIRONS DE BAVAY

PAR MM. F. L. CORNET ET A. BRIART.

L'intérêt qui s'attache actuellement à toutes les recherches relatives à l'homme des temps anciens, nous engage à soumettre à l'appréciation de la Société des Sciences, quelques considérations à propos des vastes et mystérieux souterrains que nous avons visités récemment dans le canton de Bavay, sous le territoire de la commune de Houdain.

L'existence de ces anciennes galeries est connue, depuis longtemps déjà, par les habitants de la localité, qui leur ont donné le nom de *Trous des Sarrasins*, mais la génération actuelle

semble n'avoir possédé cette connaissance que par tradition, car les orifices qui donnaient accès dans les souterrains, furent obstrués pendant longtemps. Cependant des mineurs à la recherche du minerai de fer, y ont probablement pénétré postérieurement à l'obstruction.

Dans le cours de l'année 1871, des éboulements qui se sont produits dans des champs cultivés, ont permis du nouveau l'accès des *trous des Sarrasins* qui furent dès lors visités et étudiés par quelques personnes des environs, principalement par MM. Nicolas Colmant, de St-Vaast-lez-Bavay; Charles Debove, d'Elouges et Théodore Bernier, d'Angres, qui ont bien voulu nous guider dans l'exploration de ces antiques galeries, que nous avons faite le 29 septembre 1872.

L'attention du public a déjà été appelée sur l'existence des souterrains dont nous voulons parler. Madame Clément-Hemery dans un ouvrage publié vers 1828, [1] s'exprime comme suit à ce sujet :

« L'ancienne commune de Bellignies, située sur le Honneau, est remarquable par de vastes et profonds souterrains, divisés en plusieurs allées, soutenus par des colonnes, et qui s'étendent sous Bellignies dans toutes les directions. Je priai instamment M. E. de m'accompagner dans ces souterrains qui, s'ils ne sont pas l'ouvrage des Celtes nos aïeux, doivent leur construction aux immortelles phalanges de Jules César. » etc.

Dans une notice sur l'arrondissement d'Avesnes [2] nous trouvons le passage suivant, relatif aux mêmes souterrains :

« Sans bien en connaître l'origine, on rattache aux monu-

1 *Promenade dans les environs d'Avesnes.* Avesnes. Viroux, édit. 2 vol. in-12. Publié vers 1828.

2 *Recueil de notices et articles divers sur l'histoire de la contrée formant l'arrondissement d'Avesnes*, par Lebeau. Avesnes, Michoux, édit. 1859.

ments de la période romaine de vastes et tortueux souterrains (dits Trous des Sarrasins), creusés dans une espèce de gypse calcaire, dont la masse immense remplit presque tout l'intervalle qui sépare les villages de Hon-Hergies, de Houdain et de Bellignies. La vase qui en obstrue partout l'entrée, l'obscurité qui y règne, l'air méphitique qui s'en exhale, les rendent en quelque sorte inaccessibles. De là les diverses conjectures auxquelles ils ont donné lieu. C'était, au jugement de quelques érudits, la résidence d'un collége de Druides. Selon d'autres ils auraient été destinés à servir de refuge pendant les incursions des Barbares. Le vulgaire soupçonne qu'ils sont fréquentés par les esprits infernaux. M. Clerc, ingénieur des mines, qui les a visités, a jugé que c'étaient des carrières d'où il a été extrait des matériaux de construction. La description détaillée qu'en a laissée feu l'architecte Niveleau, en donne la même idée et c'est la seule, ce semble, qu'il soit raisonnablement possible de se former de ce fangeux dédale, quand on a eu la curiosité d'y descendre. D'étroits et long boyaux, de larges et profondes cavités, privées d'air respirable, où l'on ne pénètre qu'en rampant, ne peuvent avoir servi d'habitation ni de retraite. »

Dans ses *Recherches historiques sur Maubeuge et son canton* [1] et dans son *Guide complet du touriste et de l'archéologue*, etc., [2] M. Piérard consacre quelques lignes aux souterrains de Houdain. Dans ce dernier ouvrage nous trouvons le passage suivant :

« Ces souterrains, comme tous ceux du même genre qu'on trouve sur divers points de la France, sont évidemment d'origin celtique. C'étaient de ces lieux de refuge que Tacite appelle *Latebræ*, où les populations s'abritaient avec leurs troupeaux et leurs instruments. Ils avaient quelquefois une très-grande éten-

[1] Maubeuge, 1851. Levecque, édit.

[2] Id. 1862 id

due et, s'il faut croire une tradition certainement erronée des habitants du pays, reproduite autrefois par Jacques de Guise, ceux de Houdain auraient fait communiquer Bavai avec les rives de l'Escaut et de la Haine. L'orifice de ces souterrains a été obstruée, on ne sait pourquoi, en 1810. Un antiquaire zélé et consciencieux, M. Carlier, doyen de Bavay, qui les avait souvent visités, dit qu'ils étaient divisés en plusieurs chambres et soutenus par des piliers et des voûtes. Comme les catacombes de Rome et de Paris, seraient-ils provenus de l'extraction des matériaux, dont on se serait servi pour la construction de l'antique Bavai ? Toute conjecture est permise à ce sujet. »

Enfin M. L. Delhaye [1] dit à propos de la même question : « *Les Nerviens conservaient les grains dans des souterrains dont l'ouverture était cachée et qui servaient encore de retraite en cas de surprise.* » (Ammien Marcellin, Liv. XVI).

» Nous nous rappelons en effet que des souterrains creusés quelquefois dans le roc, existent en grand nombre sous le sol de notre ville (Bavai), détournés maintenant de leur première destination, et qu'entre Houdain et Bellignies se trouve aussi un de ces refuges (que j'ai plusieurs fois parcouru en 1826 et 1827), où l'on voit des chambres de douze à quinze mètres carrés, taillées dans la pierre, ainsi que des galeries conduisant à d'autres réduits. »

Comme on le voit, les personnes qus ont traité la question sont loin d'être d'accord sur l'âge et la destination des souterrains des environs de Bavai. Pour les unes ce ne sont que d'anciennes carrières qui ont fourni des matériaux de construction. Pour les autres c'étaient des lieux de refuge ou des magasins d'approvisionnements des anciennes populations de nos contrées.

[1] *Bavay et la contrée qui l'environne*, par L. Delhaye. Douai, 1869. De Christi, édit.

Avant d'émettre une opinion à ce sujet nous croyons utile de dire quelques mots relatifs à la constitution géologique de la localité, car nous sommes d'avis que l'étude des terrains que l'on observe dans le vallon de l'Hogneau, peut éclairer certains côtés de la question qui nous occupe.

Les *Trous des Sarrasins* que nous avons explorés sont ouverts sous la surface du coteau de la rive droite de l'Hogneau, au nord du village de Houdain et à peu de distance d'un chemin qui conduit de Bellignies à Hon-Hergies. Ce point correspond à celui où M. Meugy a inscrit le mot *souterrain* sur sa *carte géologique des arrondissements de Valenciennes, Cambrai et Avesnes.*

La constitution géognostique de la localité est peu compliquée. Sur la rive gauche le sol qui s'élève en pente douce, est partout formé de limon, qui se relie insensiblement aux alluvions modernes de l'Hogneau, étendues horizontalement au fond de la vallée. Sur la rive droite cette surface alluviale se termine brusquement à un escarpement de calcaire dévonien recouvert de couches crétacées qui occupent le dessus du plateau, où elles ne sont recouvertes que par un mince dépôt caillouteux quaternaire, formé principalement de silex mélangés à un peu de limon.

La coupe (fig. 1) que nous joignons à cette notice ,montre la superposition des couches que l'on peut observer dans les souterrains ou dans de petites excavations ouvertes à la surface pour l'exploitation de la marne. Sous le dépôt caillouteux superficiel B, on rencontre successivement en descendant :

C — Une marne grisâtre que nous rapportons à la craie marneuse à *Terebratulina gracilis* du nord de la France et à la marne supérieure des carrières d'Autreppe et de Montignies-sur-Roc, où l'on rencontre le même fossile.

D. — Une marne bleuâtre, très-argileuse et un peu glauco-

nifère, correspondant à la marne inférieure des carrières d'Autreppe.

La surface de contact des assises D et E présente de nombreuses et profondes dénudations. Il y a donc à ce niveau une lacune stratigraphique.

E. — Roche à teinte ferrugineuse jaunâtre, comme dans la localité sous le nom de *Pierre des Sarrasins* et par abréviation de *Sarrasin*. Elle forme des bancs bien stratifiés dont quelques uns sont constitués par des débris de coquilles plus ou moins fortement aggrégés et les autres par un calcaire très-cohérent, renfermant quelques grains de glauconie ou de petits grains disséminés, arrondis et luisants de limonite.

A sa partie inférieure l'assise E présente un conglomérat de 0 m 30 à 0 m 60 d'épaisseur, formé de cailloux de psamitis et de grès dévoniens, plus ou moins roulés et enveloppés dans une pâte calcaire jaune, peu cohérente.

F. — Calcaire bleu dévonien de l'étage du *Calcaire de Givet*. La surface de contact de ce calcaire avec le conglomérat de l'assise E, montre de nombreuses perforations de coquilles lithophages.

La coupe que nous venons de décrire est identique, quant à la succession des couches, à celles que l'on peut encore ou que l'on a pu jadis observer dans différentes carrières ouvertes pour l'exploitation du calcaire dévonien, entre Houdain et Gussignies. L'étude que nous avons faite dans ces localités, il y a plusieurs années déjà, du conglomérat qui se trouve au contact de l'assise E et du calcaire dévonien, nous a prouvé que ses caractères pétrographiques et paléontologiques sont bien, comme plusieurs géologues l'avaient admis avant nous, identiques à ceux du célèbre poudingue fossilifère connu en Belgique sous nom de Tourtia de Tournay ou de Tourtia de Montignies-sur-

Roc. Il est vrai que les coquilles fossiles sont très-abondantes à Tournay et à Montignies, tandis qu'elles sont relativement rares à Gussignies et beaucoup moins nombreuses encore à Bellignies et à Houdain. Mais toutes les espèces que l'on a rencontrées dans le conglomérat de ces trois dernières localités ont aussi été recueillies dans le Tourtia de Montignies et de Tournay. De plus ces espèces ont été trouvées à Bellignies et à Houdain dans les bancs de l'assise E, supérieure au conglomérat, de sorte que l'on ne peut douter que toute cette assise ne forme une même unité géologique, appartenant au terrain crétacé.

Entre le dépôt de cette assise E dont nous avons fait ailleurs [1] notre troisième étage crétacé, et le dépôt des couches qui la recouvrent en Belgique et dans le département du Nord, il s'est produit un phénomène de dénudation qui a enlevé l'assise presque complètement en Belgique, où nous ne trouvons plus, pour la représenter, que les petits lambeaux isolés du Tourtia de Tournay et de Montignies-sur-Roc. Les effets de la dénudation ont été moins complets aux environs de Houdain, où l'assise présente encore une épaisseur de huit mètres. Cependant les profonds ravinements que l'on remarque dans cette localité au contact de la marne bleue et du *sarrasin*, nous prouvent que là aussi des couches ont été emportées. Nous pensons que ces couches sont représentées en partie par des bancs assez épais (1m 50) de minerai de fer oolitique qui étaient encore exploités il y a quelques années et qui ont été observés en 1850, dans diverses coupes des environs de Houdain, par André Dumont, qui les a vus reposant sur un calcaire jaune renfermant de petits grains disséminés de limonite. D'après la description qu'en a donnée l'auteur de la carte géologique de la Belgique dans ses

[1] *Description du terrain crétacé de la province du Hainaut;* Mémoires et publications de la Société des sciences du Hainaut, 3e série, t. 1, 1867.

notes inédites [1], ce calcaire nous semble correspondre aux bancs supérieurs de l'assise E de notre coupe fig. 1.

Le dépôt qui dans le département du Nord et la province du Hainaut, paraît s'être immédiatement effectué après la dénudation des couches du *Sarrasin*, est une marne très-glauconieuse, renfermant presque partout un fossile caractéristique, le *Pecten asper*, Lamk. A cette marne, qui a été traversée par de nombreux puits de mines dans le Hainaut et le département français voisin, les mineurs ont donné le nom de *Tourtia*, bien longtemps avant que l'on ait, si improprement, appliqué la même dénomination au conglomérat fossilifère de Tournay et de Montignies. Le mot *Toutia* sert donc à distinguer dans nos contrées deux couches parfaitement distinctes. Ce fait qui avait été reconnu depuis longtemps par MM. Dumont et Meugy et contesté plus tard par la plupart des géologues, est admis aujourd'hui, pensons-nous, par tous ceux qui ont étudié le terrain crétacé du nord de la France et de la province de Hainaut.

Pour la distinguer du conglomérat fossilifère de Tournay et de Montignies-sur-Roc, on a donné à la marne glauconifère à *Pecten asper* le nom de Tourtia de Valenciennes, d'Anzin ou de Mons. Cependant elle ne se montre pas à la surface dans ces localités, mais elle y a été traversée par la plupart des puits creusés pour l'exploitation de la houille et presque partout elle s'est trouvée caractérisée par la présence du *Pecten asper*. Sur les bords de la Sambre le même fossile se rencontre abondamment dans le Tourtia de Mons mis à découvert par les travaux des carrières à Sassegnies, Boussières, Assevent, Boussois, etc.; où il repose sur le calcaire dévonien ou sur le calcaire carbonifère; mais nous n'avons eu que très-rarement l'occasion d'observer cette couche remarquable aux environs de Bellignies et d'Autreppe, en-dessous de la marne bleue et reposant sur le Sarrasin ou sur le

[1] Au moment où nous écrivons ces lignes nous avons sous les yeux les notes d'André Dumont.

calcaire dévonien. Cependant nous en avons, il y a quelque temps, rencontré un lambeau peu important recouvert par la marne bleue, dans une carrière d'Autreppe où il occupait une dépression du calcaire dévonien exploité. Au même point on remarquait dans une fissure de ce calcaire, un conglomérat fossilifère à pâte jaune renfermant quelques unes des espèces fossiles principales du Tourtia de Montignies-sur-roc.

Les souterrains que nous avons explorés sont entièrement creusés dans la *Pierre des Sarrasins*. L'existence de celui que nous avons principalement étudié et dont nous avons donné le plan (fig. 2) relevé à la boussole par les soins de M. Debove, s'est révélée par un éboulement qui s'est produit au point X de la coupe, dans un champ cultivé appartenant au sieur Bruno. Un plan incliné à pente rapide nous a permis, non sans difficulté, d'arriver au fond des galeries à 8 m. environ de la surface du sol. Au pied de ce plan incliné on remarque d'abord à gauche l'entrée d'une galerie A fermée par un éboulement de la marne qui recouvre la pierre des Sarrasins. A droite une galerie B de peu de longueur conduit dans une chambre C, en grande partie remblayée par de la marne éboulée.

En dépassant les galeries A et B on pénètre dans une vaste chambre D de 18 m de longueur sur une largeur de 6 à 7 m. Aucun pilier n'en soutient la voûte, qui est taillée avec soin en *anse de panier* et s'élève à 2 m. environ au-dessus du sol. Dans la partie la plus large de cette chambre, un puits P la fait communiquer avec un étage inférieur dont nous parlerons plus loin.

Vers l'extrémité de la chambre D on remarque l'orifice d'un second puits Q s'enfonçant à un niveau inférieur, mais entièrement comblé par de la marne. Au delà l'on pénètre dans une galerie E de 1 m. 60 de largeur sur 2 m. environ de hauteur dont la voûte est taillée presqu'en plein cintre. On y remarque des niches *n* de différentes grandeurs occupant toute la hauteur

de la galerie et dont la partie supérieure arrondie se raccorde parfaitement avec le cintre de celle-ci. Dans la paroi d'une de ces niches on voit un éboulement de marne qui n'est peut-être qu'un puits remblayé ayant servi à établir une communication directe avec la surface.

Au point F se trouve l'entrée d'une chambre assez vaste dans les parois de laquelle deux petites niches ont été taillées, et en face un passage étroit G permet de pénétrer dans une galerie H parallèle à la galerie E, dont elle n'est séparée que par une cloison de roche peu épaisse. Trois niches d'une exécution parfaite se montrent à l'extrémité J de la galerie et, au même point, la cloison de roche qui sépare celle-ci de la chambre D, est percée à niveau du sol par une ouverture de 0 m. 30 à 0 m. 35 de hauteur et de largeur, taillée avec beaucoup de soin.

Deux galeries, K et L fermées par des éboulements de marne, communiquent avec la galerie H. Dans la première on voit deux belles niches creusées presqu'en face l'une de l'autre.

Le sol de la plus grande partie de la chambre D et de toutes les galeries dont nous venons de parler, est recouvert par une épaisseur de 0 m. 20 à 0 m. 80 de marne très-plastique qui rend la circulation difficile. Lors de notre visite cette marne avait été partiellement déblayée en quelques points pour faciliter le passage, mais il nous fut affirmé par M. Colmant qu'elle s'étendait comme une nappe lorsqu'on pénétra pour la première fois dans les souterrains. Évidemment cette marne n'a pas été apportée par l'homme, mais délayée par les eaux pluviales qui tombent sur le plateau, elle a pénétré dans les galeries par des fissures bien visibles encore qui traversent la roche, ou par des vides que des éboulements ont produits dans la voûte. Cependant nous n'avons vu en aucun point des blocs de pierre des sarrasins éboulés, mais si l'on se rappelle ce que nous avons dit plus haut de l'existence de ravinements importants entre le sarrasin et la marne qui le recouvre, on comprendra que quelques

uns de ces ravinements ont pu être assez profonds pour atteindre la voûte des souterrains et donner ainsi un passage facile aux marnes délayées. C'est principalement par les galeries L et K que les marnes ont, pensons-nous, fait irruption. Elles se seront ensuite répandues dans les galeries dont le sol présente une légère pente vers le puits P. Si l'on enlevait aujourd'hui toute la marne qui recouvre le sol des souterrains, les eaux pluviales qui pénétreraient par les fissures de la roche, s'écouleraient par le puits P. Il est probable que c'est pour faciliter cet écoulement que l'on a pratiqué, au niveau du sol, la petite ouverture qui fait communiquer avec la chambre D, l'extrémité J de la galerie H.

Le puits P a une profondeur d'environ 3 m. 50 et une section grossièrement elliptique de 2 m. 30 sur 1 m. 80. Les parois présentent beaucoup d'aspérités saillantes qui permettraient la descente et la remonte sans beaucoup d'efforts. Du fond de ce puits, qui se trouve sur le calcaire dévonien, une galerie M est creusée vers le sud-est dans le conglomérat de la base du sarrasin, le sol se trouvant, comme le fond du puits, sur le calcaire ancien. A 22 m. cette galerie est obstruée par un éboulement de marne, mais nous pensons qu'elle se prolongeait jadis au-delà de ce point et qu'elle débouchait à la surface, à peu de distance, au fond d'un petit vallon latéral dans lequel coule, pendant la saison pluvieuse, un mince filet d'eau qui se jette dans l'Hogneau.

A 14 m. du puits P une galerie O, prise au-dessus de la galerie M, se dirige au S.S.O. en s'élevant vers la surface qu'elle a dû atteindre en un point où se trouve aujourd'hui une petite marnière ouverte à 30 m. environ du point X. Un éboulement récent nous a montré que là aussi il existe dans le sarrasin un souterrain que nous croyons être le prolongement de la galerie O.

Les galeries M et O n'ont qu'un mètre à un mètre trente centi-

mètres de largeur et 1 m. 50 environ de hauteur. Comparativement à celle des galeries de l'étage supérieur, leur section est très-irrégulière, preuve qu'elles ont été creusées avec moins de soins. Le sol de la galerie M était aussi recouvert d'une couche de marne assez épaisse que nous avons trouvée déblayée en partie et rejetée contre les parois verticales, de manière à mettre partout à découvert le calcaire dévonien. On nous a assuré que ce travail de déblai avait été exécuté, il y a quelques années, par des ouvriers à la recherche du minerai de fer.

A 100 m. environ à l'est de l'entrée X du souterrain que nous venons de décrire, une ouverture résultant probablement d'un éboulement, nous a permis de pénétrer dans une vaste cavité de 20 m. environ de longueur sur 8 à 10 mètres de largeur, dont la voûte est supportée par quelques piliers parfaitement taillés. Le sol est partout recouvert d'une couche épaisse de marne et des stalactiques d'assez grandes dimensions (0,20 à 0,30 de diamètre) se trouvaient aux endroits où des fissures se remarquent dans la voûte, mais elles ont été brisées et enlevées par les visiteurs. Dans les parois de la cavité on voit l'ouverture de plusieurs galeries dont l'accès est rendu impossible par la marne qui les remplit.

A quelle époque, par quel peuple et dans quel but ont été creusés les souterrains dont nous venons de parler, ainsi qu'un grand nombre d'autres dont on connaît ou dont on soupçonne l'existence dans les environs? Telles sont les questions qu'il serait intéressant de résoudre.

Il est à regretter que l'on n'ait pas encore procédé pour l'étude des *Trous des Sarrasins*, comme on l'a fait pour d'autres excavations naturelles ou artificielles dans lesquelles on a voulu rechercher des débris de l'industrie humaine. Nous espérons que quelqu'archéologue zélé entreprendra le déblai de la couche

épaisse de marne qui recouvre le sol des galeries de Houdain. Il est probable que l'on recueillera par l'exécution de ce travail, certains objets qui permettront de fixer la date et peut-être de déterminer le but du creusement de ces galeries. En attendant nous croyons pouvoir hasarder quelques conjectures à ce sujet.

Il est certain que les hommes qui ont creusé les *Trous des Sarrasins* que nous avons visités, connaissaient les métaux. Leurs outils ont en effet laissé sur les parois des galeries de nombreuses traces tout à-fait identiques à celles qu'y laisserait le pic à pointe quadrangulaire aiguë employé par les mineurs actuels. [1] Nous sommes même d'avis que ces outils étaient en fer et non en bronze. Par conséquent nous rapportons à l'âge du fer l'époque à laquelle les *Trous des Sarrasins* ont été creusés.

Trois hypothèses seulement peuvent être émises sur les motifs qui ont pu engager les populations anciennes de nos contrées à exécuter des travaux aussi importants que ceux dont nous parlons. Les *Trous des Sarrasins* sont :

D'anciennes carrières,

Ou des galeries d'exploitation de minerai de fer,

Ou des lieux de refuge et des magasins d'approvisionnement.

La première hypothèse doit être rejetée, car si l'homme ancien avait eu pour but d'exploiter des matériaux de construction dans la *Pierre des Sarrasins*, il pouvait se dispenser, pour calà, de creuser des galeries souterraines. Il suffit de jeter les yeux sur notre coupe, fig. 1, pour voir qu'il est possible d'ouvrir des carrières à ciel ouvert dans la même assise et à peu de distance des souterrains, dans l'escarpement près de l'Hogneau,

[1] Ces traces sont bien différentes de celles que nous avons observées à Spiennes sur les parois des anciennes galeries d'exploitation du silex creusées pendant l'âge de la pierre polie.

où la pierre des sarrasins n'est recouverte que par quelques centimètres de dépôt caillouteux quaternaire. On n'ouvre des carrières souterraines que quand au-dessus de la roche à exploiter il existe des épaisseurs de substances stériles trop considérables pour être déblayées. De plus nous pouvons ajouter qu'il serait étonnant, dans un pays où d'excellents matériaux de construction consistant en grès et en calcaire dévoniens, abondent à la surface du sol, on ait exploité à grand' peine, par galeries souterraines, une roche comme la pierre des sarrasins qui ne peut fournir que des matériaux de très-médiocre qualité. D'ailleurs le soin avec lequel les parois des galeries d'Houdain ont été taillées, suffit pour exclure l'idée que ces excavations n'auraient été que des carrières.

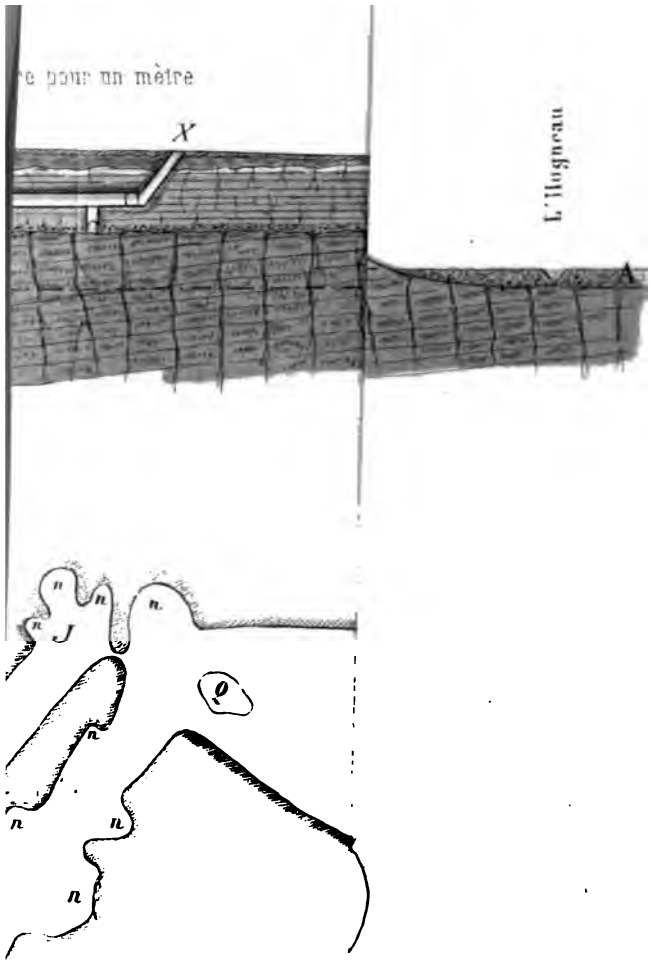
La seconde hypothèse n'est pas plus admissible que la première. Le minerai de fer abonde il est vrai en certains points dans la pierre des sarrasins, mais dans des couches stratigraphiquement plus élevées que celle où sont creusées les galeries. Les parois de celles-ci ne nous ont montré que quelques lits non continus de limonite de un à deux centimètres d'épaisseur.

D'ailleurs il nous semble évident que l'on n'aurait pas donné à de simples exploitations de minerai de fer, la disposition remarquable que nous avons observée dans l'ensemble des galeries dont nous figurons le plan. On n'aurait pas pratiqué les nombreuses niches dont nous avons parlé, ni creusé la galerie H aussi près de la galerie E.

Les deux premières hypothèses étant rejetées nous devons forcément admettre la troisième.

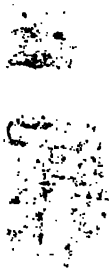
Nous émettrons donc l'opinion suivante :

Les souterrains que nous avons visités dans le vallon de l'Hogneau, près du village de Houdain, ont été creusés par des populations qui connaissaient le fer et qui ont voulu se créer des lieux de refuge ou des magasins d'approvisionnement.



FIG

Echelle d'un ½ cer



COMPARAISON

DES ASSISES CRÉTACÉES

MISES AU JOUR DANS LES TRANCHÉES DU CHEMIN DE FER DE SAINT-OMER A BOULOGNE

AVEC CELLES DU BLANC-NEZ

PAR M. CHARLES BARROIS,

Préparateur du cours de Géologie à la Faculté des Sciences de Lille.

Lu dans la séance du 5 juillet 1872.

CRAIE.

Le terrain crétacé forme dans le Boulonnais une bande régulière autour du terrain Jurassique ; on peut en suivre les assises inférieures depuis Wissant jusqu'à Neufchâtel ; sa partie supérieure représentée par la craie blanche se voit bien développée vers l'est. Toutes ces couches se relèvent vers l'intérieur du pays, elles ont été traversées par le nouveau chemin de fer que l'on établit entre Boulogne et Saint-Omer. Il nous a paru intéressant de comparer la craie mise au jour dans les tranchées, avec la magnifique coupe du Blanc-Nez si bien étudiée par M. Chellonneix.

Au sortir de St-Omer, dans la direction ouest, on rencontre les importantes carrières de Saint-Martin au Laërt : sous le *Tuffeau*

Eocène on y voit la craie à *Micraster coranguinum* et la partie supérieure de la craie à *Micraster cor-testudinarium*. M. Danglure[1] a donné une liste des fossiles que l'on y rencontre : Il cite :

Echinocorys gibbus (Lamk.).	*Inoceramus* (gr. espèce plate).
Micraster cor-anguinum (Agass,)	*Terebratula carnea?* (Sow.).
Echinoconus conicus (d'Orb.).	*Terebratula semi globosa* (Sow.).
Cidaris sceptifera (Forbes.).	*Belemnites verus.*

Cette faune a été complétée grâce aux recherches de M. Décocq, qui y a rencontré, avec les espèces précédentes :

Inoceramus (voisin du *Labiatus*).
Dents de *Lamna* Spongiaires.

En continuant vers l'ouest, on trouve près de la grande route un four à chaux. La craie qui y est employée est blanche, très tendre, et traçante ; les fossiles y sont rares, nous y avons pris le *Micraster cor-anguinum*.

A Setques, sur la rive droite de l'Aa, on a creusé pour le chemin de fer une tranchée au pied d'une colline, sur laquelle on voit plusieurs carrières en suivant le chemin qui conduit à Elnes. On y reconnaît de haut en bas :

1°. A une hauteur d'environ 20 mètres au-dessus de la vallée, de la craie blanc-grisâtre, compacte, exploitée pour moëllons, contenant des pyrites et quelques silex ; les nodules de phosphate de chaux y manquent. Cette craie est employée comme pierre à bâtir ; or la propriété de pouvoir servir à cet usage est le caractère le plus constant et le plus certain de la partie moyenne de la grande assise de la craie blanche de notre pays. Nous sommes donc dans cette zône caractérisée par le *Klytia Leachii*, le *Pecten Dujardini* (à la base) et où abondent les *Mi-*

[1] *Bull. Soc. géol. de France*, t. XXI.

craster cor-testudinarium que l'on trouve cependant au-dessus.

Nous y avons ramassé :

cten Dujardini (Rœm.).
Ostrea hippopodium (Nilss.).
Rynchonella limbata (Sch.).
Rynchonella plicatilis (Sow.).
Terebratula semi globosa (Sow.).

L'épaisseur de cette zone est excessivement faible comparativement à ce qu'elle est dans le Nord.

2°. Dessous vient une craie blanche, peu traçante, dure, se délitant à l'air, les silex y sont assez petits et ont un aspect bien différent des cornus de Saint-Martin-au-Laërt.

Les fossiles sont assez nombreux :

Lamna, sp.
Scaphites Geinitzii.
Pecten cretosus (Defr.).
Ostrea hippopodium (Nilss).
Inoceramus, voisin du *Striatus* (Mantell.),
Lima Hoperi (Desh.).
Rynchonella octoplicata (Sow.).
— *plicatilis* (Sow.).
Terebratula semiglobosa (Sow.)
Micraster breviporus (Br.).
Holaster planus (Agass.).

3°. Craie gris verdâtre, marneuse, compacte, sans silex, où es fossiles sont très-rares, nous y avons rencontré quelques *Terebratulina gracilis*.

La tranchée est creusée dans ce niveau; on peut le suivre jusqu'au village de Lumbres, qui est lui-même bâti sur cette craie.

Au sortir de cette localité, la nouvelle voie suit le cours du Bléquin; elle reste dans la vallée et les tranchées, peu profondes, traversent une craie remaniée grise, argileuse, contenant des nodules de craie blanche plus compacte; elle est recouverte par un limon rougeâtre avec cailloux brisés.

A Affringues, sur la rive droite du Bléquin, la craie est remplie de fossiles parmi lesquels l'*Inoceramus labiatus*; depuis Laërt jusqu'à Nielles-lez-Bléquin le nouveau chemin reste sur la

craie marneuse, le niveau à *Inoceramus labiatus* est à la base des tranchées, celui à *Terebratulina gracilis* au sommet.

On suit cette zône à *Terebratulina gracilis* jusqu'un peu au delà de Nielles, elle est donc très-épaisse en ce point, beaucoup plus que dans le Nord; plus aussi qu'au Blanc-Nez, où M. Chellonneix ne lui assigne qu'une épaisseur de 10 à 12 m. Cette zône est encore remarquable par la rareté des fossiles qu'elle contient, les *Terebratulina* si nombreuses chez nous, y sont de véritables raretés; nous n'y avons ramassé que :

Spondylus spinosus (Desh)
Inoceramus Brongniarti (Park.)? (fragments).
Ostrea sulcata (Gold.)? (fragm.)
Ostrea hippopodium (Nilss.).
Holaster.

La zône à *Inoceramus labiatus* se voit au delà de Nielles jusqu'au Grand-Bois, la roche nous semble un peu différente minéralogiquement de celle du Blanc-Nez, c'est une marne blanche, homogène, un peu calcaire; on y trouve d'assez nombreux fossiles, les *Inoceramus* cependant n'y paraissent pas en très-grande quantité.

Lamna.
Serpula.
Ammonites.
Baculites.
Spondylus spinosus (Desh.).
Inoceramus labiatus (Brong.).
Ostrea vesicularis (Lamk.).
Ostrea hippopodium (Nilss.).
Terebratula semi globosa (Sow.).
Terebratulina striata (d'Orb.).
Rynchonella Cuvieri (d'Orb.).
Rynchonella, sp.
Discoïdea minima (Agass.).
Cidaris hirudo (Sorig.)
Osselets d'astéries.

Dans le Grand-Bois il y a une tranchée très-profonde, au fond de laquelle se trouve la craie; elle y est ravinée et recouverte par plusieurs mètres d'une argile grise plastique, surmontée elle-même d'environ 5 mètres d'argiles rouges panachées contenant par points des silex et des traces de limonite.

M. Elie de Beaumont a coloré ces argiles comme miocènes sur sa carte géologique.

Au sortir du bois la tranchée ne traverse plus que des couches crétacées appartenant à la zone à *Inoceramus labiatus*; cette craie est un peu sableuse, pulvérulente et remplie de fragments d'*Inocéramus*. En approchant de Lottinghen on lui retrouve l'aspect si particulier sous lequel elle se présente au Blanc-Nez (craie noduleuse). Cette assise se montre sur la nouvelle route jusqu'à Viel-Moutier, où on arrive sur des couches plus anciennes. On peut cependant suivre la couche à *Inoceramus labiatus* beaucoup au delà de ce point, car elle forme les collines que longe la nouvelle voie jusqu'au delà de Longfosse

A Viel-Moutier on voit affleurer dans une tranchée de la craie blanc-grisâtre, beaucoup plus compacte et homogène que la précédente, dont elle s'éloigne encore plus par ses caractères paléontologiques. C'est la craie glauconieuse.

Nous y avons trouvé :

Ecailles de poisson.

Serpula, espèce enroulée caractéristique de ce niveau.

Serpula, sp.

Ammonites cenomanensis d'Arch.

— *planulatus* (Sow.).

— *navicularis* (Mant.).

— *Mantelli* (Sow.).

Nautilus Deslonchampsianus (d'Orb).

Nautilus elegans (d'Orb.).

Baculites baculoïdes (d'Orb.).

Pecten depressus (Munster).

Spondylus.

Ostrea canaliculata (d'Orb).

— *vesicularis* (Lamk).

Terebratula semiglobosa (Sow.).

— *lima* (Defr.).

Terebratulina gracililis (variété globuleuse).

Rynchonella Mantelliana (d'Orb.).

Rynchonella, sp.

Discoïdea subuculus (Br.).

Holaster subglobosus (Agass.)

— *carinatus* (d'Orb.).

Cette zone caractérisée par l'*Ammonites cenomanensis* peut se suivre jusqu'au delà de Desvres.

Au Blanc-Nez M. Chellonneix a reconnu sous ce niveau une craie marneuse, grise, fendillée, qui a un faciès tout particulier, et qu'il a appelée *craie* à *Ammonites varians*; au point de vue paléontologique elle n'est pas très-différente de la zône précédente, elle est surtout caractérisée par la présence et l'abondance des Turrulites. Nous avons trouvé ce niveau à l'ouest de la gare de Desvres, mais il est ici bien ressemblant au précédent; la composition minéralogique est identique, et sans la présence des Turrilites il serait difficile de distinguer les deux faunes.

Du reste, les travaux n'ont pas été très-importants de ce côté, les tranchées sont peu profondes et la plupart ne sont ouvertes que dans une craie remaniée. Il faut probablement faire remonter à la période diluvienne l'époque de ce remaniement, attendu que l'on voit des couches semblables à la partie inférieure de la falaise quaternaire de Sangatte. Nous avons trouvé dans la craie à *Ammonites varians* les fossiles suivants :

Turrilites costatus (Lam.).
Ammonites Rothomagensis (Br.).
— *varians* (Sow.).
— *Mantelli* (Sow.).
— *navicularis* Mant.).
Scaphites æqualis (Sow.).
Baculites baculoïdes (d'Orb.).
Hamites simplex (d'Orb.).
Solarium. . . . . ?
Pleurotomaria seriato-granulata (Gold).
Inoceramus latus (Mant.).
— *angulosus* (d'Orb.).
Ostrea vesicularis (Lamk.).
Terebratula semiglobosa (Sow.).
— *lima* (Def.).
— *disparilis* (d'Orb.)
Rynchonella Mantelliana (d'Orb.).
— *Grasiana* (d'Orb.).
Dendrospongia fenestralis (F. Ræm.)

La craie à *Ammonites varians* devient très-argileuse à sa partie inférieure, elle est compacte et renferme beaucoup de petites concrétions calcaires plus pures. On cesse de la voir à Wierre-au-Bois, où l'on trouve une craie grise contenant des grains de glauconie qui lui donnent une couleur verdâtre. Cette couche a

une épaisseur de 0m,40, elle n'est donc pas très-importante en elle-même, mais a de l'intérêt parce qu'elle nous représente la couche à *Terebratula biplicata* du Blanc-Nez, le « *upper green sand* » d'Angleterre.

GAULT.

Le gault se trouve directement en dessous de la couche précédente à Wierre, il y est formé par une argile plastique blanchâtre, épaisse de 0m. 40 c., sous laquelle on voit 6 à 8m. d'argile plastique noire, contenant de nombreux fossiles

Jusqu'ici nous avons comparé les couches mises au jour dans les tranchées du nouveau chemin de fer avec celles que l'étude si détaillée de M. Chellonneix a distinguées au Blanc-Nez ; mais, son travail s'arrêtant au gault, nous avons repris sa coupe, pour la continuer jusqu'aux derniers affleurements crétacés du Blanc-Nez, et pouvoir ainsi continuer les rapprochements entre les différents niveaux du terrain crétacé dans ces deux points du Boulonnais.

Sous la craie à *Terebratula biplicata* on voit directement au Blanc-Nez, l'argile noire du gault dont l'épaisseur est de 10m. environ. Cette argile acquiert un développement beaucoup plus considérable à Folkestone, de l'autre côté du détroit, où elle a été étudiée à diverses reprises et dans ces derniers temps, d'une façon très-détaillée par M. de Rance [1] qui y a distingué 11 zônes caractérisées par des fossiles particuliers. Ces divisions ajoute cependant M. de Rance n'ont pas une très-grande valeur paléontologique, mais elles peuvent se réunir en deux groupes bien nets, qui sont séparés par un « junction bed », formé de nodules de phosphate de chaux Le groupe supérieur est caractérisé par les *Ammonites cristati*, l'inférieur par les *dentati* et les *tubercu-*

[1] *Geological Magasine*, 1868, vol. V, p. 168 et suiv.

lati : sur 161 espèces fossiles recueillies dans le gault de Folkestone, 20 sont communes aux deux groupes, 82 propres au groupe inférieur, 46 propres au groupe supérieur, et 13 enfin ne se trouvent que dans le « junction bed » entre les deux zones.

Nous n'avons pu reconnaître dans le gault du Boulonnais les groupes établis par M. de Rance en Angleterre, mais onze divisions établies par la grande diminution d'épaisseur que présentent toutes les couches crétacées que l'on suit du Kent dans le Boulonnais :

A Folkestone le gault a environ 40 mètres d'épaisseur, 10 à Wissant, et 7 à Wierre.

On peut cependant le diviser en deux zônes qui correspondent aux grandes divisions de M. de Rance ; la partie supérieure contient les fossiles universellement renommés de Wissant; les plus communs sont l'*Inoceramus sulcatus*, et l'*Ammonites varicosus* ; la partie inférieure renferme surtout des fossiles en argile, on y voit en grand nombre l'*Inoceramus concentricus* et l'*Ammonites splendens*.

Sous l'argile du gault on voit dans le Kent du sable vert foncé qui contient des bancs de nodules de phosphate de chaux; on retrouve cette même couche à Wissant et à Wierre. L'existence de cette couche est du reste d'une constance tout à fait remarquable, on l'a suivie en Angleterre tout autour du Weald, et dans le Boulonnais on l'a également rencontrée dans tous les points où on l'a cherchée à la base du gault. Ces points sont très-rapprochés, car les nodules de phosphate de chaux qui se trouvent dans ces sables sont aujourd'hui très-activement exploités. A Wissant ils sont nombreux, et répandus dans toute la zône sableuse, à Wierre au contraire on voit sous le gault une quarantaine de centimètres environ de sable glauconieux vert-noirâtre et à la base seulement un banc de nodules d'une quinzaine de centimètres. Parmi ces nodules on trouve de nom-

breux fossiles, presque toujours brisés et en mauvais état de conservation; le plus caractéristique est l'*Ammonites interruptus*.

NÉOCOMIEN. — WEALDIEN.

Sous le gault on voit, dans les tranchées de Wierre, les couches suivantes qui passent insensiblement des unes aux autres :

Sable ferrugineux à gros grains brun-verdâtre, devenant brun-jaunâtre, puis jaune clair avec gros grains de quartz blanc, puis bigarré de blanc, de jaune, de gris.

On voit encore des sables ferrugineux dans la tranchée suivante après être passé sur un petit remblai; ces sables sont d'abord jaune clair, puis on y trouve intercalées de nombreuses veinules d'argile brune; les sables redeviennent ensuite plus purs et passent du jaune au gris blanc; on voit enfin un lit de limonite géodique épais de $0^{m}.40$ environ, qui repose sur une argile blanche.

A partir de ce point la voie est établie sur des remblais, et la première tranchée qui se trouve à Samer est creusée dans le terrain Jurassique; il y est recouvert par le sable ferrugineux.

Nous n'avons trouvé aucun fossile dans toutes ces couches sableuses.

A Wissant, sous les nodules de phosphate de chaux du gault, M. Gaudry [1] puis M. le Hon [2] ont signalé un grès vert, glauconieux, employé pour les constructions du pays, ils y ont trouvé l'*Ammonites mamillaris*, *Ammonites Beudanti*, *Arca*. Ils ont rapporté ces grès au gault, mais M. Topley [3] les considère comme identiques avec les « Folkestone beds » (Néocomien supérieur.)

1 *Bull. Soc. géol. de France*, 2e série, t. VVII, p. 30.
2 *Id.* 2e série, t. XXI, p. 14
3 *Quarterley Journal*, N° 96, p. 472.

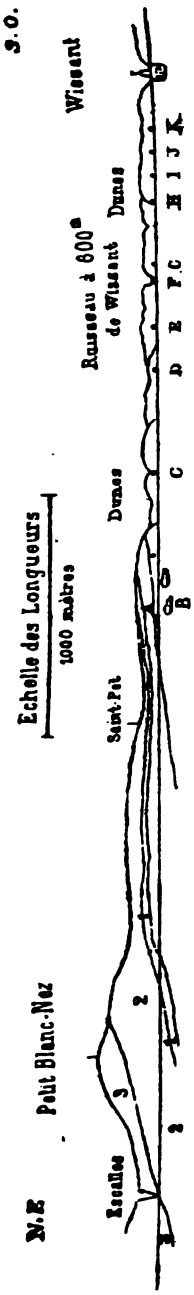
Ces grès reposent sur une argile noire, épaisse de 3 mètres, qui contient l'*Ostrea Leymerii* en grande quantité ; on y trouve aussi l'*O. Subsinuata*, et nous y avons reconnu l'*Ostrea aquila*, Elle contient de nombreux bancs de gros nodules de pyrite dont quelques-uns ont la grosseur de la tête ; M. Gaudry a vu dans cette zône l'équivalent de l'*Atherfield clay*.

Nous avons été assez heureux dans un de nos voyages au Blanc-Nez, pour voir quelques faits nouveaux, qui nous ont permis de continuer la coupe un peu plus loin qu'on ne l'avait fait antérieurement. En se dirigeant du Blanc-Nez vers Wissant on marche sur des couches de plus en plus anciennes ; or, jusqu'ici on n'avait rien vu après l'argile à *Ostrea Leymerii*, attendu que le sable des dunes recouvre, à partir de ce point, les couches sous jacentes ; l'argile à *Ostrea Leymerii* elle-même, n'est découverte que par les gros temps. Lors des dernières marées d'équinoxe (septembre 1872), le sable qui encombre la baie de Wissant avait été un peu enlevé, le pied des dunes avait été lavé par la mer, et on pouvait voir par places des couches dont nous avons pris la coupe.

Cette coupe est certainement très-imparfaite, car nous n'avons pu observer que quelques affleurements très-réduits et très-disséminés, nous n'avons pu y recueillir aucun indice de stratification ; à peine la mer nous art-elle laissé le temps de chercher quelques fossiles. Nous espérons continuer nos recherches plus tard ; mais comme les occasions où il est donné de le faire sont très-rares, nous nous sommes décidés à dire actuellement ce que nous avons vu, quitte à le modifier si cela est nécessaire.

Au premier abord nous avons cru avoir affaire à des éboulements de terrains quaternaires et récents, que l'on voit au dessus de l'argile à *Ostrea Leymerii*, et qui ont fourni à M. Day [1] l'objet d'un travail si intéressant ; mais les quelques fossiles que

1 *Geoligical Magazine*, vol, III, p. 109.



nous avons trouvés dans l'argile, nous ont décidé à rapporter ces affleurements au terrain crétacé.

1. } Craie (divisions de M. Chellonneix).
2. }
3. }

A. Gault.

B. Grès vert.

C. Argile à *O. Leymerii.*

D. Argile verte glauconieuse avec nodules de phosphate de chaux.

E. Argile noire compacte.

F. Argile compacte vert-clair.

G. Sable ferrugineux avec nombreux lignites pyritisés.

H. Grès argileux avec moules de bivalves.

I. Argile noirâtre.

J. Argile vert-noirâtre.

K. Sable ferrugineux.

Dans le village de Wissant on voit plusieurs sablières et affleurements de sables ferrugineux.

Nous avons trouvé dans la zône (D) un fragment d'ammonite (*Ammonites Deshayesii*, Leym?) et sous la zône (H) des moules internes de bivalves (*Venus Orbignyana*, Forbes?) et une dent de Lamna ; ces fossiles sont en si mauvais état que leur détermination est fort douteuse, mais ce qui est certain c'est que ce sont des espèces marines. Or, cela étant acquis, leur position sous le niveau à *Ostrea Leymerii*, de *l'Atherfield clay*, les fait ranger à la partie la plus inférieure du « *Lower green sand* ». (*Néocomien supérieur*).

Quant à l'âge des sables ferrugineux qui leur sont inférieurs et qui sont directement sous le gault de Wierre, il a été recherché à maintes reprises, et les savants qui s'en sont occupés jusqu'à ce jour sont

loin d'être d'accord sur celui qu'il convient de leur assigner. Ces couches de sables ferrugineux avec argiles intercalées et bancs de limonite sont très-développées dans tout le Boulonnais; ils couronnent bon nombre de collines jurassiques de ce pays, et on exploite des sablières aux environs de Desvres et en beaucoup d'autres points.

MM. d'Archiac, Rozet, Delanoue, Fitton (1826), les ont rapporté au *Lower green sand*; MM. Conybeare, Fitton (1839), Rigaux et Pellat au Wealdien; M. Hébert au gault; M. Topley[1] en a fait en 1868, une étude où il examine les opinions de ceux qui ont écrit avant lui sur ce sujet, il conclut en rangeant une partie de ces couches dans le *Lower green sand* et une partie dans le Wealdien.

Les documents que nous possédons ne sont ni assez nombreux ni assez certains pour que nous osions tenter de fixer l'âge de ces couches; mais si les argiles fossilifères que l'on voit à Wissant, sous le gault, représentent réellement le « *Lower green sand* » depuis les *Folkestone beds* jusqu'aux lits inférieurs de *l'Atherfield clay*, tout tend à faire ranger les sables sous-jacents dans le Wealdien. Nous pensons que les sables ferrugineux de Wierre, correspondent à ceux de Wissant, car il nous semble difficile d'admettre qu'ils correspondent aux argiles Néocomiennes et qu'en un même bassin, à des points si rapprochés, il se soit fait en même temps des dépôts si dissemblables; notre opinion est donc qu'ils appartiennent aussi au Wealdien et que les dépôts de la mer du *Lower green sand* n'existent pas à Wierre.

Si nous considérons les sables ferrugineux du Boulonnais comme Wealdiens, nous sommes loin cependant de vouloir donner le même âge à l'ensemble des couches de même nature qui se montrent en beaucoup d'autres contrées voisines du Boulonnais.

En Belgique elles constituent l'Aachénien, de Dumont; et

1 Mémoires de l'Académie de Belgique.

MM. Cornet et Briart [1] sont d'avis qu'elles se sont formées depuis la fin de la période houillère jusqu'au dépôt de la craie glauconieuse *(upper green sand)*.

Dans le nord de la France, M. Gosselet [2] a pensé qu'ils appartenaient à l'âge du gault.

Ainsi la mer qui a déposé les sédiments crétacés s'est étendue lentement dans notre pays; tandis que dans le nord du Boulonnais, la mer néocomienne recouvrait déja les dépôts Wealdiens, ces dépôts émergeaient encore dans le sud de cette région, et quand le sud de ce pays était sous la mer profonde du gault, le nord de la France et la Belgique voyaient encore fleurir le *Pinus Corneti*, et toute la flore du gault qui ne devait disparaître que sous la mer de « *L'upper green sand.* »

[1] *Quarterley Journal*, N° 96, p 472.

[2] M. Gosselet. *Soc. géol. de France*, vol. xvi. p. 122.

NOTE

SUR UN PYROMÈTRE

FONDÉ SUR LA DILATATION DES GAZ

PAR M. LAMY

Membre correspondant.

Lue dans la séance du 8 novembre 1871.

Dans deux notes publiées dans le courant de l'année 1870, j'ai fait connaître à la Société une nouvelle espèce de thermomètres, et plus particulièrement de pyromètres, fondés sur les lois de la dissociation. Pendant les deux années qui se sont écoulées depuis cette époque, j'ai soumis les instruments, que j'ai fait construire, aux épreuves de l'expérience dans le laboratoire et dans les usines, et j'ai le regret de dire que tous ces instruments, qui se comportent bien dans une expérimentation d'une faible durée relative, cessent d'être comparables à eux-mêmes, ou de donner des indications exactes, lorsqu'ils ont subi pendant plusieurs jours consécutifs l'action de hautes températures, comme celles de fours à soude, de fours à poteries ou de fours à gaz. Après un certain temps de chauffage, variable d'ailleurs, la substance pyrométrique, carbonate de chaux, ou carbonate de strontiane, ne *paraît* plus posséder la faculté de résorber complètement le gaz carbonique, lorsque la température s'abaisse. Des

particularités, d'ailleurs inexplicables pour le moment, se sont présentées dans le cours de mes observations, et je ne puis affirmer que le défaut de résorption partiel constaté soit dû à une modification moléculaire de la substance carbonatée, plutôt qu'aux conditions de durée dans lesquelles doit se faire cette résorption. Des recherches que je poursuis, si elles n'ont pas pour résultat de modifier ou de limiter la loi de dissociation, feront peut-être connaître les conditions sous lesquelles cette loi peut être appliquée utilement à la construction des pyromètres.

En attendant, je me suis demandé s'il ne serait pas possible de fonder sur le phénomène de la dilatation des gaz, dont les lois sont parfaitement connues depuis longtemps, des pyromètres susceptibles de donner des indications à la fois pratiques et suffisamment exactes. Tel qu'il doit être construit pour constituer un instrument de précision, le pyromètre à air est complètement irréalisable dans la pratique, et même on peut affirmer que, pour la mesure des hautes températures, il est d'une exécution et d'une observation extrêmement difficiles dans le laboratoire du physicien le mieux outillé et entre les mains de l'observateur le plus habile.

Avec les dispositions que j'ai adoptées, je crois avoir rendu pratique l'emploi de ce pyromètre, bien que je ne puisse me dissimuler que les inventions, en apparence les plus simples, ont toujours besoin de la sanction d'une longue expérience, pour être admises définitivement dans l'industrie ou les arts.

Voici, en quelques mots, la disposition générale du nouvel instrument.

Le pyromètre, à volume sensiblement invariable[1], est composé

[1] Invariable, relativement à l'effet réel de la dilatation possible; car l'accroissement de volume d'un ressort de 23 cent. cubes de capacité est égal à un tiers de cent. cube au plus pour une pression de quatre atmosphères; mais, d'après la graduation adoptée, cette variation de volume a fort peu d'influence.

d'une enveloppe thermométrique en porcelaine de Bayeux et d'un manomètre métallique à ressort Bourdon, réunis l'une à l'autre par l'intermédiaire d'un tube fin de cuivre ou d'argent d'un très petit diamètre (un millimètre au maximum). Les températures sont indiquées par les variations de volume du ressort, marquées elles-mêmes par le déplacement d'une aiguille sur un cadran divisé comme dans le manomètre Bourdon.

Pour corriger les indications d'un tel instrument des variations de volume du manomètre ressort, différentes de celles qui sont dues aux pressions à mesurer, aussi bien que des variations qui résultent des changements de température du gaz dans la tige de l'enveloppe, dans le fil et le ressort, j'ai appliqué le principe du compensateur déjà adopté dans des expériences inédites de M. H. Sainte Claire-Deville et Troost. Ce compensateur est formé d'une tige fermée à un bout, d'un tube de cuivre ou d'argent et d'un ressort manométrique, identiques à la tige, au tube fin et au ressort du pyromètre lui-même. La tige compensatrice est placée en contact avec celle de l'enveloppe, et les deux autres parties sont également placées aussi près l'une de l'autre que possible. De cette façon, le volume d'air des espaces du pyromètre autres que celui du réservoir, et qu'on peut appeler *espaces nuisibles*, étant le même que celui de tout le compensateur, il est évident que les indications de l'aiguille de ce dernier, étant retranchées des indications de l'aiguille du premier, feront connaître l'effet de dilatation ou de pression dû au volume seul du gaz renfermé dans le réservoir.

Enfin, pour supprimer toutes les difficultés, insurmontables dans la pratique, d'évaluation du volume de la masse gazeuse, ou de la capacité de l'enveloppe, je gradue le pyromètre à la façon d'un thermomètre à mercure, c'est-à-dire, à l'aide de points *fixes*. Les points adoptés sont les suivants : Température de la glace fondante (0°), de l'eau bouillante (100°), de la vapeur du soufre bouillant (450°), du cadmium (860°) et enfin du zinc

(1050°). Ces points sont assez rapprochés pour qu'on puis admettre sensiblement, dans les intervalles, la proportionali d'accroissement du volume des ressorts, et par suite l'uniformi d'accroissement des températures.

Dans le but d'atténuer, autant que possible, l'importance d corrections, il est nécessaire de donner à la masse d'air à la capacité du réservoir pyrométrique un volume consid rable, relativement à celui des espaces nuisibles, tiges, fil ressort. Une modification, que je crois avantageuse, consis à remplir les ressorts avec de l'eau ou un mélange alcooliq aqueux. Seulement, cette suppression de la masse d'air, tr dilatable du manomètre, exige, entre celui-ci et l'enveloppe porcelaine, un tube recourbé en verre, capillaire, et en par rempli de mercure. Cette modification, bien qu'augmentant peu la fragilité de l'appareil, a l'avantage de permettre de su primer à volonté les aiguilles indicatrices avec leurs leviers leurs roues dentées, par suite d'évaluer la variation de volu par le mouvement du mercure dans le tube capillaire, avec u précision plus grande qu'avec les déplacements de l'aiguille.

Mes expériences ont été commencées, il y a plus de six mo dans le laboratoire de H. Sainte Claire-Deville, à l'école no male ; je m'occupe en ce moment de soumettre le nouvel instr ment à l'épreuve de la pratique, et si l'épreuve répond à m espérances, j'aurai l'honneur d'en faire part à la Société, même temps que je lui adresserai un mémoire complet sur mesure des hautes températures.

ÉTUDE ANALYTIQUE[1]

DE LA

DÉVELOPPABLE CIRCONSCRITE

A DEUX SURFACES DU SECOND ORDRE,

PAR M. PAINVIN

Membre correspondant,

CHAPITRE PREMIER.

DÉVELOPPABLE DE 3e CLASSE ET DE 4e ORDRE.

4. § I. Définitions; équations . . . . . 1 à 15
§ II. Propriétés fondamentales. 15 41
§ III. Sections planes de la développable; classification. . 41 57
§ IV. Propriétés diverses. 57 82
§ V. Propriétés des polaires d'un point 82 122
§ VI. Équations générales 122 137
§ VII. Intersection de la développable avec une surface du second ordre. 137 159

2. La développable de 3e classe et de 4e ordre est, parmi ses congénères, celle qui offre le plus grand nombre de propriétés simples et remarquables. Plusieurs propriétés caractéristiques ont été signalées par MM. Chasles (*Comptes-rendus*, 1857, 2e semestre), Cayley, Schröter, etc.; M. Cremona, dans son mémoire sur la cubique gauche (*Nouvelles Annales*, 1862), a énoncé et démontré, par la géométrie, des propositions importantes relatives à cette développable de 3e classe.

Dans l'étude que je fais de cette développable, j'ai repris et démontré, par l'analyse, les diverses propositions déjà connues; j'ai indiqué une classification des variétés de cette surface, et j'ai ajouté un assez grand nombre de propriétés nouvelles.

[1] Présentée à l'Académie des Sciences en 1868 (*Comptes-rendus*, 2e semestre, 1868, p. 816).

§ I.

DÉFINITION. — ÉQUATIONS.

I° DÉFINITION. CONIQUES DIRECTRICES.

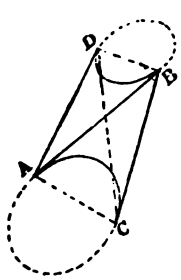
3. Dans ce mémoire, je représenterai par x, y, z, t, *les coordonnées tétraédriques* d'un *point* de l'espace; par u, v, w, r, les *coordonnées tétraédriques* d'un *plan*.

« La développable de 3e classe et de 4e ordre est l'enveloppe » des plans tangents communs à deux surfaces du second ordre » ayant une génératrice commune et se touchant, soit en deux » points distincts, soit en deux points coïncidents, sur cette » génératrice. »

Ou, ce qui revient au même :

« La développable de 3e classe et de 4e ordre est l'enveloppe » des plans tangents communs à deux coniques, lesquelles tou- » chent en des points distincts la droite intersection de leurs » plans. »

En prenant pour faces A B C et A B D du tétraèdre de référence, les plans des deux coniques directrices ; pour sommets A et B, les points où ces coniques touchent respectivement la droite A B intersection de leurs plans ; pour sommets C et D les points de contact des secondes tangentes menées des points A et B ; les équations tangentielles des deux coniques directrices seront :



$$(1)\quad \begin{cases} au^2 + vr = 0, & \Gamma_1 \\ bv^2 + uw = 0; & \Gamma_0 \end{cases}$$

les équations (1) *seront également les équations tangentielles de la développable de* 3e *classe et de* 4e *ordre.*

Je désignerai par Σ cette développable dont je vais étudier les propriétés.

Les *équations ponctuelles* des deux coniques directrices seront :

$$(2)\quad \begin{cases} x^2 + 4\,ayt = 0, & z = 0, \quad (\Gamma_1) \\ y^2 + 4\,bxz = 0, & t = 0\,; \quad (\Gamma_0). \end{cases}$$

II° PLAN TANGENT A LA DÉVELOPPABLE Σ.

4. Si u_0, v_0, w_0, r_0 sont les coordonnées d'un plan tangent à la développable, les coordonnées devront vérifier les équations (1) ; on aura donc :

$$r_0 = -\frac{a u_0^2}{v_0}, \qquad w_0 = -\frac{b v_0^2}{u_0}\,;$$

d'où il résulte, en représentant par k le rapport $\frac{u_0}{v_0}$:

$$\frac{u_0}{v_0} = k, \quad \frac{r_0}{v_0} = -a k^2, \quad \frac{w_0}{v_0} = -\frac{b}{k}.$$

D'ailleurs l'équation ponctuelle de ce plan tangent est

$$u_0 x + v_0 y + w_0 z + r_0 t = 0\,;$$

ou, en remplaçant u_0, v_0, w_0, r_0 par les valeurs qui précèdent :

$$k x + y - \frac{b}{k} z - a k^2 t = 0.$$

Ainsi la développable Σ est l'enveloppe du plan

$$(T_0) \qquad (3) \qquad a k^3 t - k^2 x - k y + b z = 0,$$

k *étant une constante arbitraire.*

Les coordonnées u_0, v_0, w_0, r_0, d'un plan tangent T_0, correspondant à une valeur déterminée du paramètre k, seront données par les égalités :

$$(T_0) \qquad (3\ bis) \qquad \frac{u_0}{-k^2} = \frac{v_0}{-k} = \frac{w_0}{b} = \frac{r_0}{a k^3}.$$

III° GÉNÉRATRICES DE LA DÉVELOPPABLE Σ.

5 Une génératrice de la développable est l'intersection de deux plans tangents consécutifs ; de sorte que, si l'on rend homogène l'équation (3) en remplaçant k par le rapport $\frac{k}{h}$, on obtiendra les équations de la génératrice en égalant à zéro les dérivés par rapport à k et par rapport à h. On trouve ainsi, apres avoir fait $h = 1$, pour les *équations ponctuelles d'une génératrice quelconque* G de la développable.

$$(G) \quad (4) \quad \begin{cases} 3\,a\,k^2\,t - 2\,k\,x - y = 0, \\ k^2\,x + 2\,k\,y - 3\,b\,z = 0; \end{cases}$$

$$\text{ou encore } (4\,bis) \quad \begin{cases} x = -\frac{b}{k^2}\,z + 2\,a\,k\,t, \\ y = \frac{2\,b}{k}\,z - a\,k^2\,t. \end{cases}$$

Autrement, on peut remarquer que, si l'on mène un plan tangent commun aux deux coniques (1), la droite qui joint les points de contact avec chacune des coniques est une génératrice de la développable. Or, les équations des points de contact du plan (u_0, v_0, w_0, r_0) avec chacune des coniques (1) sont :

$$(G) \quad (5) \quad \begin{cases} 2\,a\,u_0\,u + r_0\,v + v_0\,r = 0, \\ 2\,b\,v_0\,v + w_0\,u + u_0\,w = 0, \end{cases}$$

avec les conditions

$$(5\,bis) \quad a\,u_0^2 + v_0\,r_0 = 0, \quad b\,v_0^2 + u_0\,w_0 = 0.$$

L'équation d'un point quelconque, situé sur la droite qui joint les deux points (5), savoir :

$$(2\,a\,u_0 + \rho\,w_0)\,u + (r_0 + 2\,\rho\,b\,v_0)\,v + \rho\,u_0\,w + v_0\,r = 0$$

définira un point quelconque M de la génératrice G; si l'on a égard aux relations (5 *bis*), puis qu'on remplace $\frac{u_0}{v_0}$ par k, et $\frac{\rho}{k}$ par ρ, l'équation précédente devient :

(M) (6) $[-ak^2v+2aku+r]+\rho[k^2w+2bkv-bu]=0.$

L'équation (6) *est l'équation tangentielle d'un point quelconque* M *de la génératrice* G ; ρ *est une constante arbitraire;* k *représente le rapport* $\frac{u_0}{v_0}$; *et* u_0, v_0, w_0, r_0 *sont les coordonnées* (3 *bis*) *du plan tangent à la développable* Σ *suivant cette génératrice.*

IV°. ÉQUATION PONCTUELLE DE LA DÉVELOPPABLE Σ.

6. L'équation ponctuelle de la développable s'obtiendra en cherchant l'enveloppe des plans (3), c'est-à-dire en éliminant k entre les équations (4); on trouve ainsi pour *l'équation ponctuelle de la développable :*

(Σ) (7) $4(x^3+3ayt)(y^3+3bxz)-(9abzt-xy)^2=0;$

ou, en développant :

(8) $F(x,y,z,t)=x^2y^2-27a^2b^2z^2t^2+4bx^3z+4ay^3t+18abxyzt=0.$

Nous désignerons par $F(x, y, z, t)$ le premier membre, écrit comme ci-dessus, de l'équation ponctuelle de la développable Σ.

V°. ARÊTE DE REBROUSSEMENT.

7. Un point de l'arête de rebroussement est l'intersection de trois plans tangents consécutifs; si donc nous rendons homogène l'équation (3) en remplaçant k par $\frac{k}{h}$, nous obtiendrons les coordonnées d'un point de l'arête de rebroussement en égalant à zéro les dérivées secondes, par rapport à k et h, du premier membre de l'équation (3), savoir :

$$ak^3t-k^2hx-kh^2y+bh^3z=0.$$

Nous trouvons ainsi en faisant $h = 1$ après les différentiations:

$$(9)\quad 3akt - x = 0, \quad kx + y = 0, \quad ky - 3bz = 0.$$

Les équations ponctuelles de l'arête de rebroussement s'obtiendront en éliminant k entre les équations (9), ce qui donne :

$$(\Delta)\quad (10)\quad \begin{cases} x^2 + 3ayt = 0, \\ y^2 + 3bxz = 0. \end{cases}$$

Si l'on désigne par x_0, y_0, z_0, t_0, les coordonnées du point de l'arête de rebroussement correspondant à une valeur particulière de k, l'équation tangentielle de ce point sera :

$$x_0 u + y_0 v + z_0 w + t_0 r = 0,$$

ou, en remplaçant x_0, y_0, z_0 t_0 par les valeurs que fournissent les égalités (9) :

$$(m)\quad (11)\quad \frac{k^3}{b} w + 3k^2 v - 3ku - \frac{r}{a} = 0;$$

telle est *l'équation tangentielle d'un point quelconque de l'arête de rebroussement*, k *étant un paramètre arbitraire.*

Si x_0, y_0, z_0 t_0 sont les coordonnées d'un point de l'arête de rebroussement, ces coordonnées sont définies par les égalités suivantes :

$$(m)\quad (11\ bis)\quad \frac{x_0}{-3k} = \frac{y_0}{3k^2} = \frac{z_0}{\frac{k^3}{b}} = \frac{t_0}{-\frac{1}{a}};$$

les coordonnées u_0, v_0 w_0, r_0, du plan tangent à la développable Σ suivant la génératrice qui passe par ce point, sont liées à la même valeur du paramètre k par les égalités (3 *bis*).

8. On obtiendra l'équation tangentielle de l'arête de rebroussement en cherchant le lieu des points (11), c'est-à-dire en

opérant sur l'équation (11) comme pour la recherche des enveloppes. On remplace k par $\frac{k}{h}$, on égale à zéro les dérivées par rapport à h et k, et il vient, en faisant $h = 1$ après les différentiations :

$$\frac{k^2}{b} w + 2kv - u = 0, \quad k^2 v - 2ku - \frac{r}{a} = 0.$$

D'où il résulte, par l'élimination de k :

$$(\Delta)\ (12)\quad 4\left(u^2 + \frac{vr}{a}\right)\left(v^2 + \frac{uw}{b}\right) - \left(\frac{wr}{ab} - uv\right)^2 = 0;$$

telle est *l'équation tangentielle de l'arête de rebroussement*, Δ.

En développant et représentant par $\varphi(u, v, w, r)$ le premier membre, écrit comme il suit, de l'équation précédente, on a :

$$(\Delta)\ (13)\quad \varphi(u, v, w, r) = 3u^2v^2 - \frac{w^2r^2}{a^2b^2} + 4\frac{v^3r}{a} + 4\frac{u^3w}{b} + 6\frac{uvwr}{ab} = 0.$$

9. On voit, par les équations (10), que l'arête de rebroussement est l'intersection de deux surfaces du second ordre ayant une génératrice commune ; donc :

L'arête de rebroussement de la développable de 3e classe et de 4e ordre est une cubique gauche.

La comparaison des équations

(1) et (10); ou (3) et (11); ou (3 *bis*) et (11 *bis*); ou (8) et (13);

met en évidence *la corrélation* parfaite qui existe entre *la développable* de 3e classe et de 4e ordre, et *la courbe gauche* de 3e ordre et de 4e classe.

VIe SIMPLIFICATION. TABLEAU DES ÉQUATIONS.

10. Les coordonnées d'un plan et les coordonnées d'un point

quelconque de ce plan, ou inversement, sont liées, comme on sait, par la relation :

$$(14) \qquad ux + vy + wz + rt = 0.$$

Or, en choisissant convenablement les paramètres de référence, on peut poser, en conservant toujours les quantités réelles :

$$(15) \qquad \frac{r}{a} = r', \qquad \frac{w}{b} = w' ;$$

et la relation (14) conservera toujours la même forme, pourvu que l'on pose en même temps :

$$(15\ bis) \qquad at = t', \qquad bz = z'.$$

Par ce choix, les équations qui précèdent prennent une forme un peu plus simple, et c'est celle que j'adopterai dans ce qui suit.

Je transcrirai de nouveau les équations précédentes, après avoir introduit le changement de variables que je viens d'indiquer et supprimé l'accent des nouvelles variables. Comme nous aurons à faire un usage fréquent de ces diverses équations, il y a tout avantage à les réunir dans un même tableau.

1° *Équations tangentielles de la développable* Σ :

$$(\Sigma) \qquad (I) \qquad \begin{cases} u^2 + vr = 0, \\ v^2 + uw = 0. \end{cases}$$

2° *Équation ponctuelle d'un plan tangent quelconque :*

$$(T_0) \qquad (II) \qquad k^3 t - k^2 x - ky + z = 0 ;$$

relations entre les coordonnées u_0, v_0, w_0, r_0, *de ce plan et le paramètre* k :

$$(T_0) \qquad (III) \qquad \frac{u_0}{-k^2} = \frac{v_0}{-k} = \frac{w_0}{1} = -\frac{r_0}{k^3}.$$

3° *Équations ponctuelles d'une génératrice* G

$$(G)\ (IV)\quad \begin{cases} 3k^2 t - 2kx - y = 0, \\ k^2 x + 2ky - 3z = 0; \end{cases} \quad \text{ou IV } \textit{bis}) \quad \begin{cases} x = -\dfrac{1}{k^2} z + 2kt, \\ y = \dfrac{2}{k} z - k^2 t. \end{cases}$$

4° *Équation tangentielle d'un point quelconque* M *de la génératrice*

$$(M)\quad (V)\quad (-k^2 v + 2ku + r) + \rho (k^2 w + 2kv - u) = 0,$$

ρ est une constante arbitraire.

5° *Équation ponctuelle de la développable* Σ :

Σ_1) (VI) $F(x, y, z, t) = x^2 y^2 - 27 z^2 t^2 + 4x^3 z + 4y^3 t + 18 xyzt = 0,$

ou

Σ_2) (VI *bis*) 3. $F(x, y, z, t) = 4(x^2 + 3yt)(y^2 + 3xz) - (9zt - xy)^2 = 0.$

6° *Équations ponctuelles de l'arête de rebroussement :*

$$(\Delta)\quad (VII)\quad \begin{cases} x^2 + 3yt = 0, \\ y^2 + 3xz = 0; \end{cases} \qquad \text{d'où } xy - 9zt = 0.$$

7° *Équation tangentielle d'un point quelconque de l'arête de rebroussement* :

$$(m)\quad (VIII)\quad k^3 w + 3k^2 v - 3ku - r = 0;$$

relations entre les coordonnées x_0, y_0, z_0, t_0, *de ce point et le paramètre* k *:*

$$(m)\quad (IX)\qquad \frac{x_0}{-3k} = \frac{y_0}{3k^2} = \frac{z}{k^3} = \frac{t_0}{-1}$$

k a la même valeur que dans toutes les relations qui précèdent.

8° *Équation tangentielle de l'arête de rebroussement.*

(v) (X) $\varphi(u, v, w, r) = 3u^2v^2 - w^2r^2 + 4v^3r + 4u^3w + 6uvwr = 0$

ou

(X *bis*). $\varphi(u, v, w, r) = 4(u^2+vr)(v^2+uw) - (wr-uv)^2 = 0.$

VII° ÉQUATION GÉNÉRALE DES SURFACES DE 2° CLASSE INSCRITES DANS LA DÉVELOPPABLE Σ.

12. Les équations tangentielles de la développable Σ étant

$$1° \quad u^2+vr=0, \quad v^2+uw=0;$$

l'équation suivante

$$2° \quad \alpha(u^2+vr) + \gamma(v^2+uw) = 0,$$

est l'équation générale des surfaces du second ordre touchées, non-seulement par tous les plans tangents à la développable Σ, mais encore par les plans passant par la droite A B, tangente commune aux deux coniques (1°), ou, en général, génératrice commune aux deux surfaces du second ordre auxquelles la développable est circonscrite.

Mais, pour concevoir la développable Σ, on fait abstraction de la droite A B, c'est-à-dire que cette développable ne doit pas être touchée par un plan *quelconque* passant par A B. L'équation (2°) n'est donc plus, dans ce cas, l'équation générale des surfaces de 2° classe inscrites dans la développable proprement dite de 3° classe et de 4° ordre.

Pour obtenir cette équation, je remarque qu'il résulte des équations (1°) :

$$wr - uv = 0;$$

je prends alors l'équation suivante :

(S) (XI) $\alpha(u^2+vr) + \beta(wr-uv) + \gamma(v^2+uw) = 0,$

α, β, γ, étant des quantités arbitraires; l'équation XI est *l'équa-*

tion tangentielle des surfaces de 2e classe inscrites dans la développable proprement dite de 3e classe.

Il est visible, en effet, que la surface (XI) est touchée par tous les plans tangents à la développable Σ, et qu'elle ne l'est pas par des plans quelconques passant par la droite AB ($u=0$, $v=0$).

Comme l'équation (XI) renferme deux constantes arbitraires, il résulte de là que :

Une surface de second ordre, inscrite dans la développable de 3e classe et de 4e ordre, sera complétement et uniquement déterminée, lorqu'on l'assujettira à toucher deux autres plans non tangents à la développable..

Ce qui revient à dire que :

Assujettir une surface de second ordre à être inscrite dans la développable Σ, c'est l'assujeitir à toucher sept plans tangents de cette développable.

Nous verrons plus loin d'autres démonstrations de cette proposition.

VIIIe. GÉNÉRATION DE LA DÉVELOPPABLE Σ.

13. Nous avons vu que les génératrices de la développable Σ s'appuient sur deux coniques touchant, en des points distincts, la droite intersection de leurs plans. Proposons-nous la question suivante :

On donne deux coniques touchant en des points distincts la droite intersection de leurs plans ; quelle est la forme la plus générale de l'équation de la surface engendrée par une droite s'appuyant sur ces deux coniques ? Dans quel cas obtient-on la développable de 3e classe ?

En choisissant le tétraèdre de référence comme il a été dit au N° [3], les équations des deux coniques directrices seront

$$1 \qquad \Gamma_1 \begin{cases} x^2 + 4yt = 0, \\ z = 0 \end{cases} \qquad \Gamma_0 \begin{cases} y^2 + 4xz = 0, \\ t = 0. \end{cases}$$

Les coordonnées de deux points P_1 et P_0, respectivement situés sur l'une et l'autre conique, pourront être définies par les égalités

$$(2)\quad (P_1)\begin{cases} z_1 = 0, \\ y_1 = -\dfrac{\lambda}{2}x_1, \\ t_1 = \dfrac{1}{2\lambda}x_1, \end{cases} \qquad (P)_0\begin{cases} t_0 = 0, \\ x_0 = -\dfrac{\mu}{2}y_0, \\ z_0 = \dfrac{1}{2\mu}y_0. \end{cases}$$

Les équations d'une droite, passant par ces deux points, seront alors

$$(G)\quad (3)\quad \begin{cases} x = -\mu^2 z + 2\lambda t, \\ y = 2\mu z - \lambda^2 t, \end{cases}$$

λ et μ étant deux indéterminées. Le mouvement de la droite G sera parfaitement défini lorsqu'on se donnera une relation entre λ et μ, telle que

$$(4)\qquad f(\lambda, \mu) = 0$$

Je remarquerai d'abord que :

Si *la relation* (4) *est algébrique et de degré* m *en* λ *et* μ, *la surface engendrée sera, en général, de l'ordre* 4 m.

Cherchons, en effet, combien il y a de génératrices G rencontrant une droite arbitrairement choisie, telle que

$$(5)\quad x = Az + A_1 t, \quad y = Bz + B_1 t;$$

le nombre des solutions sera égal à l'ordre de la surface. Or, si l'on exprime que les deux droites (3) et (5) se rencontrent, c'est-à-dire si l'on élimine x, y, z, t, entre ces quatre équations, on trouve

$$(6)\quad \lambda^2\mu^2 + \mu^2 B_1 + \lambda^2 A + 2\lambda B + 2\mu A_1 + AB_1 - A_1 B = 0.$$

Les équations (4) et (6) déterminent les valeurs de λ et μ don-

nant les diverses génératrices rencontrées par la droite (5); mais ces deux équations ont, en général, 4 m solutions; la surface engendrée est donc de l'ordre 4 m.

14. Cherchons maintenant la condition pour que la surface ainsi engendrée soit une surface développable.

Pour cela, déterminons la génératrice infiniment voisine de la génératrice G ou (3) et écrivons que ces deux génératrices se rencontrent; c'est-à-dire différentions les équations (3) par rapport à λ en regardant μ comme une fonction de λ, il vient

$$-2\mu z \frac{d\mu}{d\lambda} + 2t = 0, \qquad 2z \frac{d\mu}{d\lambda} - 2\lambda t = 0.$$

Egalant ces deux valeurs de $\frac{z}{t}$, on a

$$(\lambda\mu - 1)\frac{d\mu}{d\lambda} = 0.$$

Mais $\frac{d\mu}{d\lambda}$ n'est pas nul, autrement μ serait une constante, et la droite G engendrerait alors une surface conique.

Il faut donc supposer $\lambda\mu = 1$, et les équations (3) deviennent

$$(7) \qquad \begin{cases} x = -\frac{1}{\lambda^2} z + 2\lambda t, \\ y = \frac{2}{\lambda} z - \lambda^2 t \end{cases}$$

On retrouve ainsi les équations (IV *bis*) N° [11] de la génératrice de la développable z.

Remarque. Nous venons de voir que si μ était une constante, la génératrice G engendrerait un cône; l'équation de ce cône serait

$$(8) \quad (x + \mu^2 z)^2 + 4t(y - 2\mu z) = 0.$$

Ce cône, qui s'appuie sur la conique Γ_1, a son sommet sur

la conique Γ_0 et ne contient pas cette conique ; mais si cherche l'enveloppe du cône (8), lorsqu'on fait varier μ trouve qu'il faut éliminer μ entre les deux équations

$$(9) \quad \begin{cases} 3\mu^3 z - 2\mu y - x = 0. \\ \mu^2 y + 2\mu x - 3t = 0. \end{cases}$$

Mais les équations (9) représentent une droite ; et, si l'on r place μ par $\frac{1}{\mu}$, on retrouve précisément les équations N° [11] de la génératrice de la développable Σ ; donc :

Etant données deux coniques fixes touchant en des points tincts la droite intersection de leurs plans : la développab 3e *classe et de* 4e *ordre circonscrite à ces deux coniques est l'enveloppe des cônes qui passent par une de ces coniques et les sommets décrivent l'autre conique.*

Plus généralement :

Etant données deux surfaces du second ordre qui ont génératrice commune ; l'enveloppe des cônes circonscrits à des surfaces et dont les sommets décrivent l'autre, est la loppable circonscrite aux deux surfaces données.

Soient, en effet, les équations tangentielles de deux sur du second ordre :

$$(1) \quad \begin{cases} (S) \quad f(u,v,w,r) = a_{11}u^2 + a_{22}v^2 + a_{33}w^2 + a_{44}r^2 + 2a_{12}uv + \ldots + \\ (T) \quad g(u,v,w,r) = b_{11}u^2 + b_{12}v^2 + b_{33}w^2 + b_{44}r^2 + 2b_{12}uv + \ldots + \end{cases}$$

Les équations tangentielles d'un cône circonscrit à la pre surface seront

$$(2) \quad \begin{cases} x_0 u + y_0 v + z_0 w + r_0 t = 0, \\ f(u, v, w, r) = 0; \end{cases}$$

x_0, y_0, z_0, t_0, étant les coordonnées de son sommet. Si ce so

est sur la surface T on aura, en outre, l'équation de condition

$$(3)\qquad \begin{vmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} & b_{14} & x_0 \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & b_{24} & y_0 \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} & b_{34} & z_0 \\ b_{41} & b_{42} & b_{43} & b_{44} & t_0 \\ x_0 & y_0 & z_0 & t_0 & 0 \end{vmatrix} = 0.$$

Pour avoir l'enveloppe de ces cônes, il faudra appliquer à l'équation (3) et à la première des équations (2) la méthode connue d'après la théorie des enveloppes ; mais l'équation (3) est l'équation ponctuelle de la surface T, et en opérant comme il vient d'être dit on retrouvera précisément la seconde des équations (1). Donc, les coordonnées (u, v, w, r) des plans passant par les intersections successives des cônes en question, doivent vérifier à la fois les deux équations ; or, ces deux équations définissent la développable circonscrite aux deux surfaces S et T. Ainsi :

« *L'enveloppe des cônes circonscrits à une surface du second* » *ordre et dont les sommets décrivent une deuxième surface* » *du second ordre, est la développable circonscrite aux deux* » *surfaces considérées.* »

De là le théorème particulier énoncé plus haut.

§ II.

PROPRIÉTÉS FONDAMENTALES.

15. THÉORÈME I. *La développable* Σ *est de* 3° *classe et de* 4° *ordre.*

La développable est de 3° classe ; on voit, en effet, par l'équation (II) N° [11], que, par un point arbitrairement choisi, on

peut mener trois plans tangents et trois seulement. On le constaterait encore à l'aide des équations tangentielles (I) N° [31], en faisant abstraction, bien entendu, des solutions qui fournissent des plans passant par la droite A B ($u = 0$, $v = 0$).

La développable Σ est de 4e ordre; ceci est évident d'après l'équation (VI) N° [11] On voit aussi, par cette équation, que la droite A B, génératrice commune aux deux surfaces du second ordre auxquelles la développable est circonscrite, n'appartient pas à cette développable.

16. THÉORÈME II. *Les trois points de contact, avec l'arête de rebroussement, des trois plans tangents menés à la développable par un point* p *arbitrairement choisi, sont dans un plan* P *passant par le point* p. (Chasles, *Comptes-rendus*, 10 août 1857).

L'équation d'un plan tangent quelconque est (II) N° [11]

$$k^3 t - k^2 x - k y + z = 0;$$

exprimons que ce plan passe par le point donné $p\,(x_1, y_1, z_1, t_1)$, on a

$$(1) \quad k^3 t_1 - k^2 x_1 - k y_1 + z_1 = 0.$$

En désignant par k_1, k_2, k_3, les trois racines de l'équation (1), on a les relations

$$(2) \quad k_1 + k_2 + k_3 = \frac{x_1}{t_1}\,;\; k_1 k_2 + k_2 k_3 + k_3 k_1 = -\frac{y_1}{t_1}\,;\; k_1 k_2 k_3 = -\frac{z_1}{t_1}\,.$$

D'ailleurs les coordonnées du point de contact de chacun de ces plans avec l'arête de rebroussement sont données par les équations (IX) N° [11]; il résulte de là que l'équation du plan

passant par ces trois points de contact est

$$(1)\qquad \begin{vmatrix} x & y & z & t \\ -3k_1 & 3k_1^2 & k_1^3 & -1 \\ -3k_2 & 3k_2^2 & k_2^3 & -1 \\ -3k_3 & 3k_3^2 & k_3^3 & -1 \end{vmatrix} = 0.$$

Or, le premier membre de l'équation (3) est divisible par le produit $(k_1-k_2)\ (k_2-k_3)\ (k_3-k_1)$; après avoir supprimé ce facteur, il reste

$$(3\text{ bis})\qquad -\frac{x}{3}(k_1k_2+k_2k_3+k_3k_1)-\frac{y}{3}(k_1+k_2+k_3)+z+k_1k_2k_3\,t=0.$$

Si maintenant on a égard aux relations (2), on en conclut que

L'équation du plan, passant par les points de contact avec l'arête de rebroussement des plans tangents à la développable menés du point p (x_1, y_1, z_1, t_1), *est :*

$$(P)\quad (XII)\qquad (xy_1-yx_1)+3(zt_1-tz_1)=0.$$

Il est visible que ce plan passe par le point (x_1, y_1, z_1, t_1) ; donc.....

17. J'ajouterai les propositions suivantes :

THÉORÈME III. *Lorsque le point* p *décrit un plan* P_1, *le plan* P CORRESPONDANT *au point* p *tourne autour d'un point fixe* p_1, *lequel a pour* CORRESPONDANT *le plan* P_1, *et inversement.*

Soit l'équation d'un plan P_1

$$(P_1)\quad (4)\qquad Ax+By+Cz+Dt=0\,;$$

le point $p\ (x_1, y_1, z_1, t_1)$ devant rester sur ce plan, on a l'équation de condition

$$(5)\qquad Ax_1+By_1+Cz_1+Dt_1=0.$$

En éliminant x_1, entre les équations (XII) et (5), on trouve

$$(By + Ax)\,y_1 + (Cy - 3At)\,z_1 + (Dy + 3Az)\,t_1 = 0.$$

Il est visible que ce plan passe par un point fixe p'_1 dont les coordonnées sont définies par les égalités

$$(p'_1) \quad (6) \quad \frac{x'_1}{-B} = \frac{y'_1}{A} = \frac{z'_1}{\frac{-D}{3}} = \frac{t'_1}{\frac{C}{3}}.$$

D'un autre côté, l'équation du plan, passant par les points de contact des plans tangents menés par le point p'_1, est

$$(xy'_1 - yx'_1) + 3\,(zt'_1 - tz'_1) = 0;$$

et si l'on remplace x'_1, y'_1, z'_1, t'_1, par leurs valeurs (6), on retrouve précisément l'équation du plan P_1. Ce qui démontre la proposition énoncée.

La proposition inverse s'établit sans difficulté; elle est d'ailleurs comprise dans le théorème général suivant.

18. THÉORÈME IV. *Si un point* p *décrit une surface du* m^{me} *ordre, le plan* P *passant par les points de contact avec l'arête de rebroussement des plans tangents à la développable menés par le point* p *enveloppe une surface de* m^{me} *classe;*

Inversement : *Si un plan* P *enveloppe une surface de* m^{me} *classe, les plans tangents à la développable aux points où ce plan rencontre l'arête de rebroussement se coupent en un point* p *situé sur le plan* P, *et le point* p *décrit une surface du* m^{me} *ordre.*

En effet, si u_1, v_1, w_1, r_1, sont les coordonnées du plan P (XII) N° [16], on a

$$(\text{XII } bis) \quad \frac{u_1}{y_1} = \frac{v_1}{-x_1} = \frac{w_1}{3t_1} = \frac{r_1}{-3z_1}.$$

Or, si le point p décrit la surface du m^{me} ordre

$$f(x, y, z, t) = 0,$$

on voit, par les relations (XII *bis*), que le plan P enveloppe la surface de m^{me} classe :

$$f\left(-v,\ u,\ -\frac{v}{3},\ \frac{w}{3}\right)=0.$$

Et inversement, si le plan P enveloppe la surface de m^{me} classe

$$f\left(-v,\ u,\ -\frac{r}{3},\ \frac{w}{3}\right)=0,$$

le point p décrit la surface de m^{me} ordre

$$f(x,\ y,\ z,\ t)=0.$$

En particulier, *si le point* p *décrit une surface du second ordre, le plan* P *enveloppera une surface du second ordre. Il y a même une infinité de surfaces du second ordre telles que la surface décrite par le point* p *est précisément celle qu'enveloppe le plan* P.

THÉORÈME V. *Si le point* p *décrit une courbe de l'ordre* m, *le plan* P *enveloppe une développable de la classe* m ; *et inversement.*

Cette proposition résulte immédiatement des équations qui précèdent.

En particulier : *Lorsque le point* p *décrit la développable* Σ, *le plan* P *enveloppe l'arête de rebroussement de cette développable ; et lorsque le point* p *décrit l'arête de rebroussement, le plan* P *enveloppe la développable.*

Il y a là une analogie très grande avec la polarité réciproque; il faut cependant remarquer cette différence caractéristique, savoir que le point p *correspondant* à un plan P se trouve sur le plan P lui-même.

19. THÉORÈME VI. *Toute surface du second ordre,* S, *inscrite dans la développable* Σ, *la touche suivant une cubique gauche ; elle a, en outre, en commun avec la surface* Σ, *deux génératrices* g_1 *et*

g'_1 ; *ces deux génératrices ne se rencontrent pas.* (Chasles, Lagourneric).

Je compléterai cette proposition par la suivante :

THÉORÈME VII. *La courbe de contact de la surface* S, *avec la développable* Σ, *touche en deux points l'arête de rebroussement de cette développable, et ce sont les points où cette arête est touchée par les deux génératrices communes* g_1 *et* g'_1 ; *la courbe de contact n'a en commun avec l'arête de rebroussement que les deux points qui viennent d'être signalés.*

L'équation générale des surfaces, S, du second ordre, inscrites dans la développable Σ, est (XI) N° [12] :

$$(S)\quad (1)\quad \alpha(u^2 + vr) + \beta(wr - uv) + \gamma(v^2 + uw) = 0.$$

Si u_0, v_0, w_0, r_0, sont les coordonnées d'un plan tangent à la développable, on aura (I) N° [11] :

$$(2)\quad u_0^2 + v_0 r_0 = 0, \qquad v_0^2 + u_0 w_0 = 0;$$

ce plan touche également la surface S, et l'équation de son point de contact avec cette dernière surface sera

$$u S'_{u_0} + v S'_{v_0} + w S'_{w_0} + r S'_{r_0} = 0.$$

En désignant par x, y, z, t, les coordonnées de ce point, on aura

$$\frac{S'_{u_0}}{x} = \frac{S'_{v_0}}{y} = \frac{S'_{w_0}}{z} = \frac{S'_{r_0}}{t} = \rho;$$

ou, en rendant explicites les dérivées :

$$(3)\quad \begin{cases} 2\alpha u_0 - \beta v_0 + \gamma w_0 = \rho x, \\ -\beta u_0 + 2\gamma v_0 + \alpha r_0 = \rho y, \\ \gamma u_0 + \beta r_0 = \rho z, \\ \alpha v_0 + \beta w_0 = \rho t. \end{cases}$$

Si l'on résout les équations (3) par rapport à u_0, v_0, w_0, r_0, on en conclura

(3 *bis*) $u_0 = \rho . X$, $v_0 = \rho . Y$, $w_0 = \rho . Z$, $r_0 = \rho . T$;

X, Y, Z, T, étant des fonctions linéaires homogènes des coordonnées x, y, z, t.

Si l'on substitue ces dernières dans les égalités (2), on trouve

(4) $X^2 + YT = 0$, $Y^2 + XZ = 0$, d'où $XY - ZT = 0$;

Ce sont les équations ponctuelles de la courbe de contact de la surface du second ordre S avec la développable Σ. Or les deux premières équations (4) représentent deux cônes du second ordre ayant une génératrice commune ($X = 0$, $Y = 0$); la courbe de contact est donc une cubique gauche.

Pour reconnaître si les surfaces S et Σ ont des génératrices communes, nous prendrons l'équation tangentielle d'un point quelconque d'une génératrice de la surface Σ; cette équation est (V) N° [11] :

(5) (M) $u(2k - \rho) + v(-k^2 + 2k\rho) + k^2 \rho w + r = 0$,

et nous exprimerons que ce point M est sur la surface S; on a alors l'équation de condition ;

(6)
$$\begin{vmatrix} 2\alpha & -\beta & \gamma & 0 & 2k-\rho \\ -\beta & 2\gamma & 0 & \alpha & -k^2+2k\rho \\ \gamma & 0 & 0 & \beta & k^2\rho \\ 0 & \alpha & \beta & 0 & 1 \\ 2k-\rho & -k^2+2k\rho & k^2\rho & 1 & 0 \end{vmatrix} = 0.$$

La génératrice que décrit le point M appartiendra tout entière à la surface S, si nous écrivons que l'équation (6) est vérifiée quel que soit ρ.

Mais l'équation (6) peut s'écrire

$$\begin{vmatrix} 2\alpha & -\beta & \gamma & 0 & 2k-\rho \\ -\beta & 2\gamma & 0 & \alpha & -k^2+2k\rho \\ \gamma & 0 & 0 & \beta & 0+k^2\rho \\ 0 & \alpha & \beta & 0 & 1+0 \\ 2k-\rho & -k^2+2k\rho & 0+k^2\rho & 1+0 & 0+0 \end{vmatrix} = 0 ;$$

d'où il résulte, en dédoublant ce déterminant par rapport aux éléments de la dernière colonne, puis par rapport aux éléments de la dernière ligne :

$$(7) \quad \begin{vmatrix} 2\alpha & -\beta & \gamma & 0 & 2k \\ -\beta & 2\gamma & 0 & \alpha & -k^2 \\ \gamma & 0 & 0 & \beta & 0 \\ 0 & \alpha & \beta & 0 & 1 \\ 2k & -k^2 & 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} + 2\rho \begin{vmatrix} 2\alpha & -\beta & \gamma & 0 & 2k \\ -\beta & 2\gamma & 0 & \alpha & -k^2 \\ \gamma & 0 & 0 & \beta & 0 \\ 0 & \alpha & \beta & 0 & 1 \\ -1 & 2k & k^2 & 0 & 0 \end{vmatrix} + \rho^2 \begin{vmatrix} 2\alpha & -\beta & \gamma & 0 & -1 \\ -\beta & 2\gamma & 0 & \alpha & 2k \\ \gamma & 0 & 0 & \beta & k^2 \\ 0 & \alpha & \beta & 0 & 0 \\ -1 & 2k & k^2 & 0 & 0 \end{vmatrix} =$$

En développant chacun des déterminants, on est conduit à l'équation suivante :

$$(8) \quad \left(\alpha k^2 - 2\beta k + \gamma\right) \left[\rho(\alpha k - \beta) + \beta k - \gamma\right]^2 = 0.$$

Comme $\alpha, \beta, \gamma,$ sont des constantes arbitrairement choisies, cette équation ne peut être vérifiée, quel que soit ρ, que si l'on sup ose :

$$(9) \quad \alpha k^2 - 2\beta k + \gamma = 0.$$

L'équation fournit deux valeurs pour k; la surface S a donc en commun avec la développable Σ deux génératrices g_1 et g'_1. En remplaçant par ces valeurs (soit k_1 et k_2), on a pour les équa-

tions d'un point quelconque de chacune de ces génératrices :

$$(10)\quad \begin{cases} (m_1)\ u(2k_1-\rho)+v(-k_1^2+2\kappa_1\rho)+k_1^2\rho w+r=0, \\ (m'_1)\ u(2k_2-\rho')+v(-k_2^2+2k_2\rho')+k_2^2\rho' w+r=0. \end{cases}$$

Or, ces deux points ne peuvent jamais coïncider, car pour qu'il en fût ainsi, il faudrait qu'on eût

$$2k_1-\rho=2k_2-\rho',\quad -k_1^2+2k_1\rho=-k_2^2+2k_2\rho',\quad k_1^2\rho=k_2^2\rho',$$

mais, en éliminant ρ et ρ', puis remarquant que, d'après l'équation (9), on a

$$k_1+k_2=\frac{2\beta}{\alpha},\qquad k_1k_2=\frac{\alpha}{\gamma},$$

on trouverait

$$(11)\quad \beta^2-\alpha\gamma=0;$$

ce qui n'a pas lieu, puisque les constantes α, β, γ, sont arbitraires. Donc les génératrices g_1 et g'_1 ne se rencontrent pas. Ainsi le théorème VI est complètement démontré.

Remarque. On voit par l'équation (9) que les deux génératrices communes à la surface S et à la développable Σ seront :

réelles, si $\beta^2-\alpha\gamma>0$,
imaginaires, si $\beta^2-\alpha\gamma<0$,
coïncidentes, si $\beta^2-\alpha\gamma=0$.

On constatera plus loin que, dans ce dernier cas, la surface S se réduit à une conique inscrite dans la développable Σ.

20. L'équation de la surface S, inscrite dans la développable Σ, est

$$(12)\quad \alpha(u^2+vr)+\beta(wr-uv)+\gamma(v^2+uw)=0;$$

pour obtenir les intersections, avec la surface S, de l'arête de

rebroussement de la développable Σ, rappelons que l'équation d'un point de cette arête est (VIII) N° [11] :

$$(m_0) \quad (13) \quad k^3 w + 3k^2 v - 3ku - r = 0;$$

écrivons que ce point se trouve sur la surface S, on a l'équation de condition

$$\begin{vmatrix} 2\alpha & -\beta & \gamma & 0 & -3k \\ -\beta & 2\gamma & 0 & \alpha & 3k^2 \\ \gamma & 0 & 0 & \beta & k^3 \\ 0 & \alpha & \beta & 0 & -1 \\ -3k & 3k^2 & k^3 & -1 & 0 \end{vmatrix} = 0;$$

cette équation développée, donne

$$(14) \qquad (\alpha k^2 - 2\beta k + \gamma)^3 = 0.$$

Ainsi la surface S rencontre l'arête de rebroussement de la développable en deux points seulement, lesquels sont précisément les points de contact avec cette arête des génératrices communes, comme on le voit par la comparaison des équations (9) et (14). De sorte que les six points d'intersection, avec la surface S, de l'arête de rebroussement de Σ se réduisent à deux groupes de trois points coïncidents.

J'ajoute que ces deux points appartiennent à la courbe de contact (4) de la surface S avec la développable Σ.

Pour constater ce fait, je prendrai les deux génératrices communes pour arêtes BC et AD du tétraèdre de référence, ce qui revient à supposer, d'après l'équation (9)

$$(15) \quad \alpha = 0, \quad \gamma = 0;$$

la proposition n'en sera pas moins démontrée dans toute sa généralité, comme il résulte de la remarque qui sera faite au N° [23].

D'après l'équation (13), les coordonnées d'un point de l'arête de rebroussement sont

$$\frac{x_0}{-3k} = \frac{y_0}{3k^2} = \frac{z_0}{k^3} = \frac{t_0}{-1};$$

or, dans les hypothèses particulières (15), une des racines de l'équation (9) est nulle et les coordonnées du point correspondant sur l'arête de rebroussement sont

$$x_0 = 0, \quad y_0 = 0, \quad z_0 = 0,$$

c'est le sommet D. Mais alors les équations (3) du N° [19] donnent

$$v_0 \text{ ou } Y = 0, \quad u_0 \text{ ou } X = 0, \quad r_0 \text{ ou } T = 0,$$

et les équations (4) N° [19] sont évidemment vérifiees. D'ailleurs les plans tangents à la surface S et à la surface Σ au point D sont les mêmes; le théorème VII est donc démontré.

On constate encore très-aisément ces résultats en remarquant que, dans les hypothèses spéciales (15), les équations (3) et (3 *bis*) du N° [19] donnent pour les équations de la courbe de contact de la surface S avec la développable Σ

$$(16) \quad x^2 - yt = 0, \quad y^2 - xz = 0, \quad xy - zt = 0.$$

Il est alors visible que les points C et D appartiennent à la courbe de contact (16), et que les tangentes à cette courbe sont précisément les droites B C et A D.

21. THÉORÈME VIII. *Deux surfaces du second ordre, inscrites dans la développable* Σ, *se coupent suivant une cubique gauche, et ont, par conséquent, une génératrice commune.*

Les équations de deux surfaces du second ordre, inscrites dans la développable, sont en effet (XI) N° [12] :

$$(1) \quad \begin{cases} \alpha(u^2 + vr) + \beta(wr - uv) + \gamma(v^2 + uw) = 0, \\ \alpha_1(u^2 + vr) + \beta_1(wr - uv) + \gamma_1(v^2 + uw) = 0. \end{cases}$$

Or, si l'on prend l'équation générale des surfaces du second ordre touchées par les plans tangents communs aux deux surfaces (1), savoir :

$$(2)\quad (\alpha+\lambda\alpha_1)(u^2+vr)+(\beta+\lambda\beta_1)(wr-uv)+(\gamma+\lambda\gamma_1)(v^2+uw)=0,$$

et si l'on exprime que cette surface se réduit à une conique, on a l'équation suivante en λ :

$$(3)\quad \begin{vmatrix} 2(\alpha+\lambda\alpha_1) & -(\beta+\lambda\beta_1) & \gamma+\lambda\gamma_1 & 0 \\ -(\beta+\lambda\beta_1) & 2(\gamma+\lambda\gamma_1) & 0 & \alpha+\lambda\alpha_1 \\ \gamma+\lambda\gamma_1 & 0 & 0 & \beta+\lambda\beta_1 \\ 0 & \alpha+\lambda\alpha_1 & \beta+\lambda\beta_1 & 0 \end{vmatrix}$$

L'équation (3) développée se réduit à

$$\left[(\beta+\lambda\beta_1)^2-(\alpha+\lambda\alpha_1)(\gamma+\lambda\gamma_1)\right]^2=0,$$

c'est-à-dire qu'elle a deux couples de racines égales. Mais on sait que lorsque l'équation en λ a deux couples de racines égales, les deux surfaces du second ordre ont une génératrice commune ; donc.....

21 *bis.* THÉORÈME VIII *bis. Par l'arête de rebroussement de la développable* Σ *on peut faire passer une infinité de surfaces du second ordre ; soit* S' *une de ces surfaces. La surface* S' *a en commun avec la développable, outre l'arête de rebroussement, qui compte pour deux courbes, deux génératrices* g_1 *et* g'_1 *; ces deux génératrices ne se rencontrent pas en général ; elles peuvent coïncider : ceci a lieu quand la surface* S' *se réduit à un cône ; il y a, d'ailleurs, une infinité de cônes du second ordre passant par l'arête de rebroussement.*

Les surfaces S' *et* Σ *se touchent en deux points : ce sont les points où les génératrices communes touchent l'arête de rebroussement.*

L'arête de rebroussement de la développable est définie par

les trois équations (VII) N° [11] :

$$(1)\quad x^3 + 3yt = 0, \quad y^2 + 3xz = 0, \quad xy - 9zt = 0;$$

l'équation générale des surfaces du second ordre, passant par l'arête de rebroussement de la développable, est

$$(2)\quad (S')\quad \alpha(x^3 + 3yt) + \beta(xy - 9zt) + \gamma(y^2 + 3xz) = 0.$$

Cette surface coupe la développable Σ suivant deux courbes du 3e ordre confondues avec l'arête de rebroussement, puisque cette arête est une ligne double pour la développable; elle a, en outre, en commun avec la développable, comme je vais le démontrer, deux génératrices qui ne se rencontrent pas.

En effet, les équations d'une génératrice quelconque de la développable sont (IV *bis*) N° [11] :

$$(3)\quad (G)\quad \begin{cases} x = -\dfrac{1}{k^3}z + 2kt, \\ y = \dfrac{2}{k}z - k^2 t; \end{cases}$$

exprimons que la droite G est tout entière sur la surface S', on trouve la seule et unique équation de condition

$$(4)\quad \gamma k^3 - 2\beta k + \alpha = 0.$$

Il y a donc deux génératrices de la surface Σ situées sur la surface S'; on constate, sans aucune difficulté, que ces deux droites ne se rencontrent pas.

Les deux génératrices que nous venons de déterminer seront

réelles, si $\beta^2 - \alpha\gamma > 0$.
imaginaires, si $\beta^2 - \alpha\gamma < 0$,
coïncidentes, si $\beta^2 - \alpha\gamma = 0$;

dans ce dernier cas, la surface S' se réduit à un cône.

Si maintenant on cherche les plans tangents (II) N° [11]

$$k^3 t - k^2 x - k y + z = 0$$

de la développable Σ qui touchent la surface S′, on a l'équation de condition

$$\begin{vmatrix} 2\alpha & \beta & 3\gamma & 0 & -k^2 \\ \beta & 2\gamma & 0 & 3\alpha & -k \\ 3\gamma & 0 & 0 & -9\beta & 1 \\ 0 & 3\alpha & -9\beta & 0 & k^3 \\ -k^2 & -k & 1 & k^3 & 0 \end{vmatrix}$$

cette équation, développée, devient :

$$(5) \quad (\gamma k^2 - 2\beta k + \alpha)^3 = 0 ;$$

il y a donc deux plans tangents à la surface S′ et à la surface Σ ; d'ailleurs, l'identité des relations (5) et (4) montre que les plans tangents communs touchent la développable suivant les génératrices communes ; donc les deux surfaces S′ et Σ se touchent, et il n'est pas difficile de voir que les points de contact se trouvent aux points où les génératrices communes touchent l'arête de rebroussement.

22. THÉORÈME IX. *Il y a une infinité de coniques inscrites dans la développable* Σ ; *les plans de ces coniques sont tangents à la développable.*

Réciproquement : *Tout plan tangent à la développable coupe cette surface suivant une conique, laquelle conique est inscrite dans la développable, c'est-à-dire touchée par tous les plans tangents à la développable.*

La génératrice de contact du plan tangent touche la conique au point où le plan tangent oscule l'arête de rebroussement.

L'équation générale des surfaces du second ordre inscrites dans la développable, est (XI) N° [12] :

$$(1) \quad \alpha(u^2 + vr) + \beta(wr - uv) + \gamma(v^2 + uw) = 0.$$

La condition pour que cette surface se réduise à une courbe plane est

$$(2)\quad \begin{vmatrix} 2\alpha & -\beta & \gamma & 0 \\ -\beta & 2\gamma & 0 & \alpha \\ \gamma & 0 & 0 & \beta \\ 0 & \alpha & \beta & 0 \end{vmatrix} = 0, \text{ ou } (\beta^2 - \alpha\gamma)^2 = 0 \ (2\,bis).$$

Il y a donc une infinité de coniques inscrites dans la développable.

Eu égard à la relation (2 *bis*), l'équation (1) peut s'écrire

$$(3)\quad (u\sqrt{\alpha} - v\sqrt{\gamma})^2 + (u\sqrt{\gamma} + r\sqrt{\alpha})(v\sqrt{\alpha} + w\sqrt{\gamma}) = 0.$$

L'équation (3) représente évidemment une conique située dans le plan que déterminent les trois points

$$(4)\quad u\sqrt{\alpha} - v\sqrt{\gamma} = 0,\ u\sqrt{\gamma} + r\sqrt{\alpha} = 0,\ v\sqrt{\alpha} + w\sqrt{\gamma} = 0.$$

L'équation ponctuelle de ce plan sera

$$ux + vy + wz + rt = 0,$$

ou, en remplaçant u, v, w, r, par les valeurs déduites des égalités (4) :

$$x + \frac{\sqrt{\alpha}}{\sqrt{\gamma}}\, y - \frac{\alpha}{\gamma}\, z - \frac{\sqrt{\gamma}}{\sqrt{\alpha}}\, t = 0,$$

ou enfin, en posant $\dfrac{\sqrt{\gamma}}{\sqrt{\alpha}} = k$:

$$(5)\quad k^3 t - k^2 x - ky + z = 0$$

On reconnaît dans l'équation (5) celle d'un plan tangent à la développable N° [11].

Pour démontrer la réciproque de la proposition énoncée, désignons par u_0, v_0, w_0, r_0 les coordonnées d'un plan tangent à la développable, si k est le paramètre relatif à ce plan tangent, on aura N° [11] :

$$(6) \qquad \frac{u_0}{-k^2} = \frac{v_0}{-k} = \frac{w_0}{1} = \frac{r_0}{k^3}.$$

D'un autre côté, l'équation d'un point quelconque situé sur une génératrice est (V) N° [11] :

$$(7) \quad (-h^2 v + 2hu + r) + \rho(h^2 w + 2hv - u) = 0,$$

h étant le paramètre du plan tangent suivant la génératrice que décrit le point (7), et ρ une constante arbitraire.

Exprimons maintenant que le point (7) est situé dans le plan (u_0, v_0, w_0, r_0); nous en déduirons d'abord la valeur de ρ; puis, en remplaçant ρ par cette valeur dans l'équation (7), on trouve

$$(8) \qquad \frac{-h^2 v + 2hu + r}{-h^2 v_0 + 2hu_0 + r_0} = \frac{h^2 w + 2hv - u}{h^2 w_0 + 2hv_0 - u_0}$$

c'est l'équation du point où la génératrice, au paramètre h, rencontre le plan tangent (u_0, v_0, w_0, r_0). En ayant égard aux relations (6), l'équation précédente se simplifie et prend la forme définitive :

$$(9) \quad h^2(v + hw) - 2h(u - kv) - (r + ku) = 0.$$

L'équation (9) définit un point quelconque de la courbe tracée sur le plan tangent, au paramètre k, par les différentes génératrices de la surface; h est une constante arbiraire.

L'équation tangentielle de la section de la surface par le plan tangent au paramètre k, s'obtiendra en cherchant le lieu des points (9) lorsqu'on fait varier le point h; on opère ici comme dans la théorie des enveloppes, et on trouve :

$$(XIII) \quad (u - kv)^2 + (v + kw)(r + ku) = 0;$$

ou, en ordonnant :

$$(\text{XIII } bis) \quad k^2 (v^2 + uw) + k (wr - uv) + u^2 + vr = 0.$$

On voit donc qne la section de la développable par un plan tangent quelconque est une conique, en faisant abstraction des deux droites confondues avec la génératrice de contact.

On remarque, en outre, que l'équation (XIII *bis*) se déduit de de l'équation générale (XI) N° [12] des surfaces inscrites dans la développable ; par conséquent, la conique, section de la développable par un de ses plans tangents, est touchée par tous les plans tangents à cette développable.

Ajoutons que la génératrice de contact du plan tangent touche la conique qu'il détermine dans la surface.

En effet, d'après l'équation (V) N° [11], cette génératrice est déterminée par les deux points

$$w = \frac{u}{k^2} - \frac{2}{k} v ; \qquad r = -2ku + k^2 v ;$$

or l'équation (XIII) est vérifiée lorsqu'on y remplace w et r par ces valeurs ; donc la conique (XIII) est touchée par cette génératrice.

23. Remarque. *Il résulte du théorème IX que la développable* Σ *peut être engendrée, comme il a été dit au N°* [3], *à l'aide de deux quelconques des coniques, sections de la surface par deux de ses plans tangents* T_0 *et* T_1. *Car le plan tangent* T_0 *coupe la surface suivant une conique* (Γ_0) *qui sera touchée par le plan* T_1 ; *et le plan* T_1 *coupera la surface suivant une conique* (Γ_1) *qui sera touchée par le plan* T_0. *On aura ainsi deux coniques situées dans des plans différents et touchant en des points distincts la droite intersection de leurs plans ; de plus, ces deux coniques sont touchées toutes deux par tous les plans tangents de la développable.*

Cette remarque est très-importante ; car nous concluons de là

que les coniques, qui ont été choisies comme coniques directrices, ne jouent pas un rôle spécial par rapport à la développable ; nous pourrons donc démontrer très-généralement certaines propriétés, tout en attribuant aux points et aux plans que nous aurons à considérer des positions particulières par rapport au tétraèdre de référence.

24. THÉORÈME X. *Dans un plan donné, il n'y a qu'une seule droite intersection de deux plans tangents à la développable* Σ.

(Cayley).

Les plans tangents, dont l'intersection se trouve dans un plan donné, sont les plans des deux coniques inscrites dans la développable Σ *et touchant le plan donné.*

Soient u_1, v_1, w_1, r_1, les coordonnées d'un plan donné ; si k' et k'' sont les paramètres des deux plans tangents qui se coupent sur le plan donné, les équations de ces deux plans seront (II) N° [11] :

$$(1)\quad \begin{cases} k'^3 t - k'^2 x - k' y + z = 0, \\ k''^3 t - k''^2 x - k'' y + z = 0. \end{cases}$$

Déterminons les traces de la droite (1) sur les plans ABC ABD. La trace sur le plan ABC s'obtient en faisant $t = 0$, et l'on a

$$\begin{cases} k'^2 x + k' y - z = 0, \\ k''^2 x + k'' y - z = 0, \end{cases} \quad \text{d'où} \quad \frac{x}{-1} = \frac{y}{k'+k''} = \frac{z}{k'k''};$$

l'équation tangentielle de cette trace sera donc

$$(2)\quad -u + (k'+k'')v + k'k''w = 0.$$

La trace sur le plan ABD s'obtient en faisant $z = 0$, ce qui donne

$$\begin{cases} k'^2 t - k' x - y = 0, \\ k''^2 t - k'' x - y = 0; \end{cases} \quad \text{d'où} \quad \frac{x}{k'+k''} = \frac{y}{-k'k''} = \frac{t}{1};$$

l'équation tangentielle de cette trace sera par conséquent

$$(3)\quad u(k'+k'') - v\,k'k'' + r = 0.$$

Ainsi, *la droite, intersection de deux plans tangents dont les paramètres sont* k′ *et* k″, *sera définie par les deux équations*

$$(\text{XIV})\quad \begin{cases} -u + (k'+k'')\,v + k'k''\,w = 0, \\ +r + (k'+k'')\,u - k'k''\,v = 0. \end{cases}$$

Si nous exprimons maintenant que le plan donné (u_1, v_1, w_1, r_1) passe par les deux points (XIV), on a

$$(4)\quad \begin{cases} k'k''w_1 + (k'+k'')\,v_1 - u_1 = 0, \\ k'k''v_1 - (k'+k'')\,u_1 - r_1 = 0; \end{cases}$$

de ces dernières égalités on tire :

$$(5)\quad k'+k'' = \frac{u_1 v_1 - w_1 r_1}{v_1^2 + u_1 w_1},\quad k'k'' = \frac{u_1^2 + v_1 r_1}{v_1^2 + u_1 w_1}.$$

On conclut de là *qu'il y a deux plans tangents à la développable dont l'intersection est située dans un plan donné* (u_1, v_1, w_1, r_1) ; *les paramètres* k′ *et* k″ *de ces deux plans tangents seront donnés par l'équation du second degré en* k :

$$(\text{XV})\quad k^2(v_1^2 + u_1 w_1) + k(w_1 r_1 - u_1 v_1) + u_1^2 + v_1 r_1 = 0.$$

Si l'on rapproche l'équation (XV) de l'équation (XIII *bis*) N° [22] on voit que l'équation (XV) exprime que le plan (u_1, v_1, w_1, r_1) touche la conique représentée par l'équation (XIII *bis*). Ainsi :

Les plans tangents, dont l'intersection se trouve dans un plan donné, sont les plans des deux coniques inscrites dans la développable Σ et touchant le plan donné.

Maintenant reportons-nous à la définition de la fonction $\varphi(u, v, w, r)$, équation (X *bis*) N° [11], nous aurons cette conséquence importante :

THÉORÈME XI. *Les deux plans tangents se coupant sur un plan donné* (u_1, v_1, w_1, r_1) *seront*

$$\text{(XVI)}\quad \begin{cases} \text{réels, si} & \varphi(u_1, v_1, w_1, r_1) < 0, \\ \text{imaginaires, si} & \varphi(u_1, v_1, w_1, r_1) > 0, \\ \text{coïncidents, si} & \varphi(u_1, v_1, w_1, r_1) = 0. \end{cases}$$

Dans le dernier cas, le plan donné est tangent à l'arête de rebroussement

$$\varphi(u, v, w, r) = 0.$$

25. THÉORÈME XII. *La développable* Σ *n'a pas de* PLAN TANGENT DOUBLE, *c'est-à-dire de plan touchant la surface suivant deux droites distinctes; c'est-à-dire encore de plan tel que par chacun de ses points on ne puisse mener que* (3-2) *ou* 1 *plan tangent distinct du plan considéré.*

La développable Σ *n'a pas de plan tangent stationnaire, c'est-à-dire de plan touchant la surface tout le long de deux génératrices consécutives.*

Soit, en effet, un plan tangent au paramètre k

$$k^3 t - k^2 x - k y + z = 0, \quad \text{où } k = \frac{u_0}{v_0} \quad \text{N° [11]};$$

prenons un point (x_1, y_1, z_1, t_1) sur ce plan, et désignons par λ le paramètre d'un plan tangent mené par ce point, nous aurons

$$(1)\quad \begin{cases} k^3 t_1 - k^2 x_1 - k y_1 + z_1 = 0, \\ \lambda^3 t_1 - \lambda^2 x_1 - \lambda y_1 + z_1 = 0. \end{cases}$$

Les égalités (1) déterminent les paramètres λ des plans tangents menés à la développable par un point quelconque (x_1, y_1, z_1, t_1) situé sur le plan tangent au paramètre k. Des équations (1) on déduit en retranchant

$$(\lambda^3 - k^3) t_1 - (\lambda^2 - k^2) x_1 - (\lambda - k) y_1 = 0;$$

puis, supprimant la racine $\lambda = k$ qui donne une fois le plan tangent (u_0, v_0, w_0, r_0) au paramètre k, il reste l'équation du second degré

$$(2) \quad (\lambda^2 + \lambda k + k^2) t_1 - (\lambda + k) x_1 - y_1 = 0.$$

Si le plan (u_0, v_0, w_0, r_0) est un plan tangent double, cette équation devra admettre encore une fois la racine $\lambda = k$, et cela quels que soient $x_1, y_1 t_1$; on devra donc avoir, quels que soient x_1, y_1, t_1 :

$$3k^2 t_1 - 2k x_1 - y_1 = 0,$$

ou, en remplaçant k par sa valeur $\frac{u_0}{v_0}$:

$$3u_0^2 t_1 - 2u_0 v_0 x_1 - v_0^2 y_1 = 0.$$

On conclurait de là $u_0 = 0$, $v_0 = 0$; mais, par la droite AB, passent déjà deux plans tangents distincts, ABC et ABD; et il n'y a pas d'autres plans tangents passant par AB ; d'ailleurs les plans ABC et ABD ne sont pas des plans tangents doubles, puisque par chacun de leurs points on peut encore mener deux autres plans tangents. Donc la développable Σ ne possède pas de plans tangents doubles.

Du calcul qu'on vient de faire, on conclut également qu'il n'y a pas de plans tangents stationnaires.

26. THÉORÈME XIII. *La développable Σ n'a point de* LIGNE NODALE, *c'est-à-dire de courbe dont les points sont des points doubles de* REBROUSSEMENT CONIQUE, *c'est-à-dire de courbe sur laquelle se coupent deux génératrices distinctes.*

Les seuls points doubles de la développable Σ sont ceux de l'arête de rebroussement. lesquels sont des points doubles de REBROUSSEMENT PLAN ; *c'est-à-dire que si* M *est un point de l'arête de rebroussement, toute droite, passant par ce point, y rencontre la surface en deux points coïncidents ; les tangentes proprement*

dites (c'est-à-dire rencontrant la surface en trois points coïncidant avec M) *sont toutes situées dans un même plan qui est le plan tangent à la développable ou le plan osculateur, en* M, *de l'arête de rebroussement. La seule droite, qui rencontre la surface en plus de trois points coïncidant avec* M, *est la tangente en* M *à l'arête de rebroussement ou la génératrice de la développable.*

Pour déterminer tous les points doubles de la développable Σ, je prendrai l'équation ponctuelle de cette surface, savoir (VI) n° [11] :

$$(1)\quad F(x,y,z,t)=x^2y^2-27z^2t^2+4x^3z+4y^3t+18xyzt=0,$$

et je rappellerai que les cordonnées des points doubles doivent annuler les dérivées partielles du premier membre de cette équation ; elles doivent donc vérifier les quatre équations :

$$(2)\quad \begin{cases} \frac{1}{2}\dfrac{dF}{dx}=xy^2+9yzt+6x^2z=0, \\ \frac{1}{2}\dfrac{dF}{dy}=x^2y+9xzt+6y^2t=0, \\ \frac{1}{2}\dfrac{dF}{dz}=-27.zt^2+9xyt+2x^3=0, \\ \frac{1}{2}\dfrac{dF}{dt}=-27.z^2t+9xyz+2y^3=0. \end{cases}$$

Les équations (2) peuvent s'écrire :

$$(2\,bis).\quad \begin{cases} 3z(x^2+3yt)+x(y^2+3xz)=0, \\ y(x^2+3yt)+3t(y^2+3xz)=0, \\ 2x(x^2+3yt)+3t(xy-9zt)=0, \\ 2y(y^2+3xz)+3z(xy-9zt)=0. \end{cases}$$

Il est d'abord visible que les équations (2 *bis*) sont vérifiées

par les coordonnées d'un point quelconque de l'arête de rebroussement, car les équations de cette arête sont VII N° [11] :

$$(3)\quad x^3 + 3yt = 0,\quad y^3 + 3xz = 0,\quad \text{d'où } xy - 9zt = 0.$$

J'ajoute qu'elles ne pourrront être vérifiées que par les coordonnées de ces points, car si nous supposons que x, y, z, t, ne vérifient pas les équations (3), nous pouvons poser :

$$(4)\quad P = x^3 + 3yt,\quad Q = y^3 + 3xz,$$

$$\text{d'où}\qquad t = \frac{P - x^3}{3y},\quad z = \frac{Q - y^3}{3x};\quad (4\,bis)$$

les équations (3 *bis*) deviennent alors :

$$(2,3^\circ)\qquad \begin{aligned} 3zP + Qx &= 0,\\ yP + 3Qt &= 0,\\ 2xP + 3t(xy - 9zt) &= 0,\\ 2yQ + 3z(xy - 9zt) &= 0. \end{aligned}$$

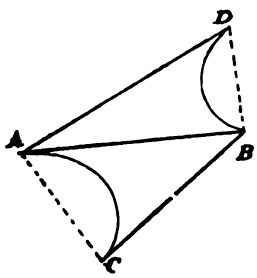
On peut admettre que x et y sont différents de zéro, car l'hypothèse $x = 0$, $y = 0$, entraine $z = 0$, ou $t = 0$, et on trouve ainsi les points C, D qui sont des points de l'arête de rebroussement. Nous pouvons alors remplacer, dans les équations (2, 3°), z et t par leurs valeurs (4 *bis*) ; elles deviennent ainsi :

$$(2,4^\circ)\qquad \begin{cases} PQ - Py^3 + Qx^3 = 0,\\ PQ + Py^3 - Qx^3 = 0,\\ -Q(P - x^3)^3 + Py^3(P + x^3) = 0,\\ -P(Q - y^3)^3 + Qx^3(Q + y^3) = 0. \end{cases}$$

Les deux premières des équations (2, 4°) n'admettent pas évidemment d'autres solutions que celles qui annulent P et Q, ou P et x, ou Q et y, ce qui donne toujours des points de l'arête de rebroussement.

Donc la développable Σ ne possède, comme points doubles, que ceux de l'arête de rebroussement.

Etudions maintenant la nature de ces points doubles.



Pour cela, je remarque que nous pouvons, sans restreindre en aucune manière la généralité de la question N° [23], nous contenter d'étudier le sommet C du tétraèdre de référence, lequel sommet est un point de l'arête de rebroussement.

Les équations d'une droite quelconque, passant par le point C, peuvent être mises sous la forme

$$(5) \qquad y = \alpha x, \quad t = \beta x;$$

pour obtenir les intersections de cette droite avec la développable Σ, remplaçons y et t par les valeurs (5) dans l'équation (1) de cette surface, nous trouvons

$$(6) \quad \alpha^3(1+4\alpha\beta)x^4+2(2+9\alpha\beta)x^3z-27.\beta^2x^2z^2=0.$$

On constate déjà qu'une droite quelconque, passant par le point C, y rencontre la surface en deux points coïncidents.

Pour obtenir les tangentes proprement dites à la surface C, il faut écrire que la droite (5) rencontre la surface en trois points coïncidant avec le point C, c'est-à-dire que l'équation (6) admet trois racines nulles; on trouve ainsi :

$$\beta^2=0, \quad \text{d'où} \quad t^2=0;$$

par conséquent, les tangentes proprement dites sont toutes situées dans le plan $t=0$ ou A B C, lequel est le plan tangent à la développable suivant la génératrice B C; donc le point double C est un point de *rebroussement plan*.

On voit encore qu'il n'y a pas de droite rencontrant la surface en quatre points coïncidant avec le point C, à moins que cette droite ne coïncide avec la génératrice B C.

La proposition générale énoncée est donc démontrée.

27. THÉORÈME XIV. *Parmi les trois plans tangents menés du point* (x_1, y_1, z_1, t_1) *à la développable* Σ,

(XVII)
$$\begin{cases} \textit{les trois sont réels, si} & F(x_1, y_1, z_1, t_1) > 0, \\ \textit{deux sont imaginaires, si} & F(x_1, y_1, z_1, t_1) < 0, \\ \textit{deux sont coïncidents, si} & F(x_1, y_1, z_1, t_1) = 0; \end{cases}$$

$F(x_1, y_1, z_1, t_1)$ *désignant le premier membre de l'équation de la développable comme il est écrit au* N° [11], *équat.* VI.

L'équation d'un plan tangent quelconque est (II), N° [11].

$$k^3 t - k^2 x - k y + z = 0;$$

écrivons que ce plan passe par un point donné (x_1, y_1, z_1, t_1) on a

$$(1) \qquad k^3 t_1 - k^2 x_1 - k y_1 + z_1 = 0.$$

Or en exprimant que l'équation (1) a ses trois racines réelles, on obtient la première des inégalités (XVII).

27 *bis.* Les coordonnées d'un point de l'arête de rebroussement sont (X) N° [11].

$$\frac{x}{-3k} = \frac{y}{3k^2} = \frac{z}{k^3} = \frac{t}{-1};$$

si k_1 et k_2 sont les paramètres relatifs à deux points de l'arête de rebroussement, on trouve pour *les équations de la corde qui passe par ces deux points* :

(XVII *bis*)
$$\begin{cases} k_1 k_2 x + (k_1 + k_2) y - 3z = 0, \\ -3 k_1 k_2 t + (k_1 + k_2) x + y = 0. \end{cases}$$

Si l'on exprime que cette droite passe par un point donné (x_0, y_0, z_0, t_0), on en déduit les valeurs suivantes :

$$(1) \qquad k_1 + k_2 = \frac{9 z_0 t_0 - x_0 y_0}{x_0^2 + 3 y_0 t_0}, \quad k_1 k_2 = \frac{y_0^2 + 3 x_0 z_0}{x_0^2 + 3 y_0 t_0}$$

La condition pour que les valeurs de k_1 et k_2 soient réelles est

$$(9 z_0 t_0 - x_0 y_0)^2 - 4 (x_0^2 + 3 y_0 t_0) (y_0^2 + 3 x_0 z_0) > 0,$$

ou, d'après l'identité (VI *bis*) N° [11],

$$\text{(XVII } ter\text{)} \quad F (x_0, y_0, z_0, t_0) < 0.$$

Si l'on compare cette inégalité avec les inégalités (XVII), on en conclut le théorème suivant :

THÉORÈME XIV *bis*. *Par un point donné, on peut mener trois plans tangents réels ou un seul plan tangent réel, suivant que la* CORDE, *qui passe par le point choisi, rencontre l'arête de rebroussement en deux points imaginaires ou en deux points réels.*

28. THÉORÈME XV. *Un plan donné* (u_1, v_1, w_1, r_1) *coupera l'arête de rebroussement*

(XVIII)
$$\begin{cases} \text{en trois points réels, si } \varphi (u_1, v_1, w_1, r_1) > 0, \\ \text{en un point réel et deux imaginaires, si } \varphi (u_1, v_1, w_1, r_1) < 0, \\ \text{en deux points coïncidents, si } \varphi (u_1, v_1, w_1, r_1) = 0 ; \end{cases}$$

$\varphi (u_1, v_1, w_1, r_1)$ *désignant le premier membre de l'équation tangentielle de l'arête de rebroussement tel qu'il est écrit au* N° [11], *équat.* X.

L'équation d'un point quelconque de l'arête de rebroussement est (VIII) N° [11] :

$$k^3 w + 3 k^2 v - 3 k u - r = 0.$$

écrivons que ce point est sur un plan donné (u_1, v_1, w_1, r_1), on a

$$(1) \quad k^3 w_1 + 3 k^2 v_1 - 3 k u_1 - r_1 = 0.$$

Or, en exprimant que l'équation (1) a ses trois racines réelles, on obtient la première des inégalités (XVIII).

Si l'on rapproche les inégalités précédentes (XVIII) des inégalités (XVI) obtenues au N° [24], on a la proposition suivante :

THÉORÈME XVI. *Tout plan mené par l'intersection de deux plans tangents réels, rencontre l'arête de rebroussement de la développable en un seul point réel; lorsque le plan passe par l'intersection de deux plans tangents imaginaires. il rencontre l'arête de rebroussement en trois points réels. Les réciproques sont vraies.* (Joachimsthal, *Crelle*, vol. LVI; Cremona, *Crelle*, vol. LVIII, ou *Nouvelles Annales*, année 1862, p. 369).

§ III.

SECTIONS PLANES DE LA DÉVELOPPABLE Σ.

29. THÉORÈME XVII. *La section de la développable* Σ *par un* PLAN QUELCONQUE *est une courbe de 4e ordre et de 3e classe; cette courbe possède trois points de rebroussement qui sont les intersections du plan sécant avec l'arête de rebroussement, les tangentes de rebroussement sont les intersections de ce plan sécant avec les plans tangents à la développable aux points où il rencontre l'arête de rebroussement. Cette courbe possède aussi une tangente double et une seule, laquelle est la droite, intersection de deux plans tangents, qui se trouve dans le plan sécant.*

Dans le plan sécant considéré se trouve une droite et une seule intersection de deux plans tangents à la développable N° [24]; nous pouvons supposer, sans restreindre la généralité de la question N°[23], que cette droite est l'arête A B du tétraèdre de référence, de sorte que l'équation du plan sécant sera de la forme

$$t = \lambda z. \qquad (1)$$

En remplaçant t par cette valeur, dans l'équation (VI) N°[11], de la développable, on trouve

$$-27\lambda^2 z^4 + 18\lambda x y z^2 + 4(x^3 + \lambda y^3) z + x^2 y^2 = 0; \qquad (2)$$

c'est l'équation d'un cône, ayant pour sommet le point D, et mettant en perspective, sur le plan A B C, la courbe de section.

La courbe (2) passe par les points A et B, et la droite A B est une tangente double. Les points, où le plan sécant rencontre l'arête de rebroussement, sont des points doubles de rebroussement-plan pour la surface N° [26]. Soit I un de ces points; toute droite située dans le plan sécant et passant par le point I, y rencontre la surface et par suite la courbe de section en deux points coïncidents; ainsi, le point I est un point double de la section. D'ailleurs, la droite, intersection du plan sécant avec le plan tangent en I à la développable, est la seule droite du plan sécant qui rencontre la surface, et par suite la courbe de section, en trois points coïncidents; le point I est donc un point de rebroussement, et la droite en question est la tangente de rebroussement. Ces résultats se concluraient facilement de l'équation (2) par un calcul direct.

La courbe de section du 4^e ordre, ayant une tangente double et trois points de rebroussement, on en conclura, par les formules de Plücker, qu'elle est de 3^e classe, qu'elle n'a pas d'autre point double ni d'autre tangente double, et qu'elle ne possède pas de points d'inflexion.

Lorsque le plan sécant ne rencontre l'arête de rebroussement qu'en un seul point réel N° [28], deux des points de rebroussement sont imaginaires.

30. THÉORÈME XVIII. *La section de la développable par* UN PLAN PASSANT PAR UNE GÉNÉRATRICE *se compose d'une droite et d'une courbe de troisième ordre; cette courbe possède un point de rebroussement qui est l'intersection du plan sécant avec l'arête de rebroussement; la tangente de rebroussement est l'intersection du plan sécant avec le plan tangent à la développable au point où le premier rencontre l'arête de rebroussement. La courbe de section est de 3^e classe et possède un seul point d'in-*

flexion, lequel est le point où le plan sécant touche l'arête de rebroussement; la tangente d'inflexion est la génératrice par laquelle passe le plan sécant.

Nous pouvons prendre pour plan sécant un plan passant par la génératrice B C N° [23] ; nous pouvons même supposer que le plan B C D est le plan sécant. Or l'intersection de la développable (VI) N° [11] par le plan B C D ou $x = 0$ a pour équation

$$(1) \quad t(4y^3 - 27z^2t) = 0; \quad \text{ou} \quad 4y^3 - 27z^2t = 0.$$

Cette équation rend visibles toutes les propriétés énoncées. Ainsi le plan sécant B C D touche en C l'arête de rebroussement, et on voit que le point C est un point d'inflexion et que B C est la tangente d'inflexion; le plan sécant rencontre en D l'arête de rebroussement, et l'on constate que le point D est un point de rebroussement, la droite B D est la tangente de rebroussement.

31. *Un plan tangent à la développable coupe la surface suivant une courbe qui se compose de deux droites coïncidant avec la génératrice de contact et d'une conique touchant la génératrice au point où le plan tangent touche l'arête de rebroussement.*

C'est la proposition démontrée au N° [22].

Mais nous compléterons cette proposition par le théorème suivant, qui nous conduira à une classification des variétés de la développable de 3e classe et de 4e ordre.

THÉORÈME XIX. 1° *Lorsqu'un plan rencontre l'arête de rebroussement en trois points réels, c'est-à-dire lorsqu'il passe par l'intersection de deux plans tangents imaginaires, ce plan rencontre en deux points réels toutes les coniques sections de la développable par ses plans tangents, et les deux coniques qu'il touche sont imaginaires.*

2° *Lorsqu'un plan rencontre l'arête de rebroussement en un point réel et deux imaginaires, c'est-à-dire lorsqu'il passe par l'in-*

tersection de deux plans tangents réels, ce plan rencontre en deux points réels une partie des coniques sections de la développable par ses plans tangents, et, en deux points imaginaires, les autres coniques. Il touche, en outre, deux coniques réelles; ces deux dernières coniques sont précisément dans les plans tangents qui se coupent sur le plan considéré.

3° *Lorsqu'un plan touche l'arête de rebroussement, il rencontre en deux points réels toutes les coniques sections de la développable par ses plans tangents; il touche, en outre, une de ces coniques, laquelle se trouve dans le plan tangent au point où le plan considéré touche l'arête de rebroussement.*

4° *Lorsqu'un plan est tangent à la développable, il touche toutes les coniques sections de la surface par ses plans tangents.*

Si k est le paramètre d'un plan tangent, on a trouvé N° [22] pour l'*équation tangentielle* de la conique, section de la surface par ce plan :

$$(1)\quad (u - kv)^2 + (v + kw)\,(r + ku) = 0;$$

ou, en développant :

$$(1\,bis)\quad k^2\,(v^2 + uw) + k\,(wr - uv) + u^2 + vr = 0.$$

Cherchons l'intersection de cette conique par un plan donné (u_1, v_1, w_1, r_1).

Je rappelle d'abord que si

$$f(U,V,W) = a_{11}U^2 + a_{22}V^2 + a_{33}W^2 + 2a_{12}UV + 2a_{13}UW + 2a_{23}V$$

est l'équation tangentielle d'une conique, la condition pour que cette conique soit rencontrée en deux points réels par le plan (U_1, V_1, W_1), est :

$$(3)\quad f(U_1,V_1,W_1)\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} < 0;$$

(voir mon analytique à deux dimensions N° [424]).

Or, si l'on pose

$$U = u - kv, \quad V = v + kw, \quad W = r + ku,$$

l'équation de la conique s'écrira

$$U^2 + VW = 0;$$

et, si l'on désigne par U_1, V_1, W_1, ce que deviennent les fonctions U, V, W, lorsqu'on y remplace u, v, w, r, par u_1, v_1, w_1, r_1, l'inégalité (3) donne

$$(U_1^2 + V_1 W_1) \begin{vmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} < 0,$$

ou, en remplaçant U_1, V_1, W_1, par leurs valeurs :

$$(4) \quad k^2 (v_1^2 + u_1 w_1) + k(w_1 r_1 - u_1 v_1) + u_1^2 + v_1 r_1 > 9.$$

L'inégalité (4) *est donc la condition qui doit être remplie pour que le plan* (u_1, v_1, w_1, r_1) *rencontre la conique* (1) *en deux points réels.*

La fonction $\varphi(u, v, w, r)$, équat. X, N° [11], peut s'écrire :

$$(5) \quad \varphi(u, v, w, r) = 4(u^2 + vr)(v^2 + uw) - (wr - uv)^2,$$

ou encore :

$$(5\,bis) \quad \varphi(u, v, w, r) = -\frac{(u^2 + vr)^2 (v^2 + uw)^2}{u^2 v^2} - \frac{(u^3 w - v^3 r)^2}{u^2 v^2} + 2(u^2 + vr)(v^2 + uw)\left[\frac{v^2 + uw}{v^2} + \frac{u^2 + vr}{u^2}\right].$$

On arrive facilement à cette seconde forme en représentant par des lettres les fonctions $(v^2 + ur)$, $(v^2 + uw)$, et en remplaçant les quantités w et r.

Remarquons aussi que l'inégalité (4) peut s'écrire :

$$(6)\quad (v_1^2+u_1w_1)\left[k+\frac{w_1r_1-u_1v_1}{(2v_1^2+u_1w_1)}\right]^2+\frac{\varphi(u_1,v_1,w_1,r_1)}{4(u_1^2+u_1w_1)}>0,$$

ou encore

$$(6\,bis)\quad (u_1^2+v_1r_1)\left[\frac{1}{k}+\frac{w_1r_1-u_1v_1}{2(u_1^2+v_1r_1)}\right]^2+\frac{\varphi(u_1,v_1,w_1,r_1)}{4(u_1^2+v_1r_1)}>0.$$

Si l'on rapproche ces inégalités des inégalités (XVIII) établies au N° [28], nous en concluons la proposition énoncée.

Observons d'abord que, si $\varphi(u_1,v_1,w_1,r_1)$ est positif, il résulte de l'identité (5) que les deux binômes $(u_1^2+v_1r_1)$ et $(v_1^2+u_1w_1)$ sont de même signe ; de plus, ils sont positifs; car, dans le cas contraire, l'identité (5 *bis*) donnerait une valeur négative pour $\varphi(u,v,w,r)$. Par conséquent :

1° Si $\varphi(u_1,v_1,w_1,r_1)>0$, c'est-à-dire si le plan (u_1,v_1,w_1,r_1) rencontre l'arête de rebroussement en trois points réels N° [28], l'inégalité (6) est vraie quel que soit k; donc le plan en question rencontre toutes les coniques (1) en deux points réels ; et les deux coniques que touche ce plan sont imaginaires, N° [24].

2° Si $\varphi(u_1,v_1,w_1,r_1)<0$, c'est-à-dire si le plan (u_1,v_1,w_1,r_1) rencontre l'arête de rebroussement en deux points imaginaires et un réel N° [28], l'inégalité (6) sera vérifiée pour certaines valeurs de k et ne le sera pas pour d'autres ; le plan considéré touchera deux coniques réelles N° [24]. Le plan (u_1,v_1,w_1,r_1) rencontrera les deux coniques, section de la développable par ses plans tangents,

en deux points réels, si

$$\frac{\ldots-w_1r_1}{\ldots+u_1w_1}+\frac{\sqrt{-\varphi(u_1,v_1,w_1,r_1)}}{v_1^2+u_1w_1}\leqslant k,\quad \text{ou } k\leqslant\frac{u_1v_1-w_1r_1}{v_1^2+u_1w_1}-\frac{\sqrt{-\varphi(u_1,v}}{v_1^2+\ldots}$$

en deux points imaginaires, si

$$\frac{v_1 - w_1 r_1}{v_1^2 + u_1 w_1} - \frac{\sqrt{-\varphi(u_1, v_1, w_1, r_1)}}{v_1^2 + u_1 w_1} \leqslant k \leqslant \frac{u_1 v_1 - w_1 r_1}{v_1^2 + u_1 w_1} + \frac{\sqrt{-\varphi(u_1, v_1, w_1, r_1}}{v_1^2 + u_1 w_1}.$$

Pour écrire ces dernières inégalités, j'ai supposé la quantité $(v_1^2 + u_1 w_1)$ positive; les inégalités devraient être renversées si cette quantité était négative.

3° Lorsque $\varphi(u_1, v_1, w_1, r_1) = 0$, l'inégalité (6) sera toujours vérifiée quel que soit k, c'est-à-dire que le plan (u_1, v_1, w_1, r_1) rencontrera toutes les coniques (1) en deux points réels; il y aura une de ces coniques qui sera touchée par le plan considéré, elle se trouve dans le plan tangent à la développable au point où le plan (u_1, v_1, w_1, r_1) touche l'arête de rebroussement N° [22].

4° Si le plan (u_1, v_1, w_1, r_1) est tangent à la développable, toutes les coniques (1) sont touchées par ce plan, puisque tous les binômes $(u_1^2 + v_1 r_1)$, $(v_1^2 + u_1 w_1)$, $(w_1 r_1 - u_1 v_1)$ sont nuls.

32. De la proposition générale qui vient d'être démontrée on conclut la proposition particulière suivante en supposant que le plan (u_1, v_1, w_1, r_1) est le plan de l'infini :

THÉORÈME XX. *Lorsque le plan de l'infini rencontre l'arête de rebroussement en trois points réels, c'est-à-dire lorsque les deux plans tangents, dont l'intersection est dans le plan de l'infini, sont imaginaires, toutes les sections de la développable par ses plans tangents sont des hyperboles; il y a deux paraboles imaginaires*

2° *Lorsque le plan de l'infini rencontre l'arête de rebroussement en un point réel et deux imaginaires, c'est-à-dire lorsque les deux plans tangents, dont l'intersection est dans le plan de l'infini, sont réels, une partie des sections de la développable par ses plans tangents sont des ellipses; l'autre partie sont des*

hyperboles. Il y a deux paraboles réelles dont les plans sont parallèles.

3° *Lorsque le plan de l'infini touche l'arête de rebroussement, toutes les sections de la développable par les plans tangents sont des hyperboles; il y a une parabole réelle dont le plan est le plan tangent à la développable au point où l'arête de rebroussement est touchée par le plan de l'infini.*

4° *Lorsque le plan de l'infini est osculateur à l'arête de rebroussement, toutes les sections de la développable par ses plans tangents sont des paraboles.*

Cremona ; *Nouvelles annales*, années 1862, p. 366 et 436.

33. Cette dernière proposition nous conduit à une classification des développables de 3° classe et de 4° ordre. On trouve ainsi quatre variétés pour lesquelles je hasarderai les dénominations qui suivent.

THÉORÈME XXI. *La développable de 3° classe et de 4° ordre présente quatre variétés qui sont :*

I. LA DÉVELOPPABLE HYPERBOLIQUE ; le plan de l'infini rencontre l'arête de rebroussement en trois points réels ; toutes les sections par les plans tangents sont des hyperboles ; il n'y a pas de paraboles réelles.

II. LA DÉVELOPPABLE ELLIPTICO-HYPERBOLIQUE ; le plan de l'infini rencontre l'arête de rebroussement en un point réel et deux imaginaires ; une partie des sections par les plans tangents sont des ellipses, l'autre partie sont des hyperboles; il y a deux paraboles réelles dont les plans sont parallèles.

III. LA DÉVELOPPABLE PARA-HYPERBOLIQUE ; le plan de l'infini touche l'arête de rebroussement ; toutes les sections par les plans tangents sont des hyperboles; il y a une seule parabole : elle est réelle.

IV. La Développable parabolique ; le plan de l'infini est oscula teur à l'arête de rebroussement, c'est-à-dire touche la développable ; toutes les sections par les plans tangents sont des paraboles.

34. théorème xxii. *Soit un plan fixe* P_0 ; *le lieu des pôles du plan* P_0, *par rapport aux coniques inscrites dans la développable* Σ, *est une conique* (Π) ; *soit* P_1 *le plan de cette conique. Le plan* P_1 *de la conique* Π *passe par la droite, intersection de deux plans tangents* T_0 *et* T_1 *à la développable, qui se trouve dans le plan* P_0. *Le lieu des pôles du plan* P_1, *par rapport aux coniques inscrites dans la développable, est une conique située dans le plan* P_0.

Les quatre plans $P_0, P_1 ; T_0, T_1$, *forment un système harmonique.*

N. B. Il revient au même de dire que la conique Π est le lieu des pôles, par rapport aux coniques inscrites, de l'intersection du plan P_0 avec le plan de chacune de ces coniques.

Les plans P_0 et P_1 ont été appelés par M. Cremona, *plans conjoints. (Nouvelles annales*, année 1862, p. 291.)

Pour démontrer la proposition énoncée, je rappelle que l'équation tangentielle de la section de la développable par un plan tangent quelconque est N° [22] :

$$(1) \quad k^2 (v^2 + uw) + k(wr - uv) + u^2 + vr = 0.$$

Si u_0, v_0, w_0, r_0, sont les coordonnées d'un plan P_0 arbitrairement choisi, l'équation du *pôle* de ce plan par rapport à la conique (1) sera

$$u f'_{u_0} + v f'_{v_0} + w f'_{w_0} + r f'_{r_0} = 0,$$

c'est-à-dire en remplaçant f par le premier membre de l'équation (1) :

$$^2w_0 - k v_0 + 2u_0] + v[2k^2 v_0 - k u_0 + r_0] + w[k^2 u_0 + k r_0] + r[k w_0 + v_0] = 0,$$

ou, en ordonnant par rapport à k :

$$(3)\quad k^2[u w_0+2v_0v+u_0w]+k[-v_0u-u_0v+r_0w+w_0r]+2u_0u+r_0v+v_0r=$$

Pour obtenir l'équation tangentielle du lieu des pôles (2), il faut appliquer à l'équation (2) la méthode de la recherche des enveloppes; ce qui donne immédiatement :

$$(\Pi)\ (XIX)\quad [v_0u+u_0v-r_0w-w_0r]^2-4[u w_0+2v_0v+u_0w][2u_0u+r_0v+v_0r]=0$$

c'est *l'équation tangentielle du lieu des pôles du plan* P_0 (u_0, v_0, w_0, r_0) *par rapport aux coniques inscrites dans la développable* Σ.

On voit que ce lieu est une conique.

En désignant par U, V, W, les fonctions linéaires qui suivent :

$$(3)\quad \begin{cases} U=v_0u+u_0v-r_0w-w_0r, \\ V=w_0u+2v_0v+u_0w, \\ W=2u_0u+r_0v+v_0r, \end{cases}$$

l'équation de la conique (XIX) pourra s'écrire .

$$(XIX\ bis/\quad U^2-4VW=0.$$

Les coordonnées du plan de cette conique s'obtiendront en égalant à zéro les fonctions U, V, W ; en désignant ce plan par P_1 et en nommant u_1, v_1, w_1, r_1, ses coordonnées, on aura

$$(4)\quad \begin{cases} v_0u_1+u_0v_1-r_0w_1-w_0r_1=0, \\ 2v_0v_1+u_0w_1+w_0u_1=0, \\ 2u_0u_1+v_0r_1+r_0v_1=0. \end{cases}$$

Les relations (4) ne changent pas lorsqu'on change u_0, v_0, w_0, r_0 en u_1, v_1, w_1, r_1, et inversement; par conséquent, le lieu des pôles du plan P_1 par rapport aux coniques inscrites dans la développable sera une conique située dans le plan P_0.

Dans le plan P_0 se trouve une droite, intersection de deux

plans tangents à la développable ; nous pouvons supposer N° [23] que cette droite est l'arête A B du tétraèdre de référence. D'après cela, les coordonnées du plan P_0 seront

$$u_0 = 0, \quad v_0 = 0, \quad w_0 \gtrless 0, \quad r_0 \gtrless 0;$$

et les égalités (4) donneront pour les coordonnées du plan P_1 :

$$u_1 = 0, \quad v_1 = 0, \quad w_1 r_0 + w_0 r_1 = 0.$$

Les équations ponctuelles des deux plans P_0 et P_1 seront alors

$$(P_0) \quad w_0 z + r_0 t = 0; \quad (P_1) \; w_0 z - r_0 t = 0.$$

on voit ainsi que les deux plans P_0 et P_1 se coupent suivant la droite A B intersection des deux plans tangents $z = 0$, $t = 0$, et forment, avec ces deux plans, un système harmonique.

Le théorème XXII est donc complètement démontré.

35. THÉORÈME XXIII. 1° *Lorsque le plan* P_0 *rencontre l'arête de rebroussement en trois points réels, c'est-à-dire lorsqu'il passe par une droite intersection de deux plans tangents imaginaires à la développable, la conique lieu des pôles du plan* P_0 *par rapport aux coniques inscrites est rencontrée par le plan* P_0 *en deux points imaginaires.*

2° *Lorsque le plan* P_0 *rencontre l'arête de rebroussement en un point réel et deux imaginaires, c'est-à-dire lorsqu'il passe par l'intersection de deux plans tangents réels, la conique lieu des pôles du plan* P_0 *par rapport aux coniques inscrites est rencontrée par le plan* P_0 *en deux points réels. Les points de rencontre du plan* P_0 *avec la conique sont précisément les points de contact avec* P_0 *des deux coniques qui touchent* P_0 *; ces deux coniques sont d'ailleurs dans les plans tangents* T_0 *et* T_1 *qui se coupent suivant l'intersection du plan* P_0 *avec le plan* P_1 *de la conique lieu des pôles.*

3° *Lorsque le plan* P_0 *touche l'arête de rebroussement, la conique*

lieu des pôles du plan P_0 *par rapport aux coniques inscrites est touchée par le plan* P_0. *Le plan* P_1 *de cette conique est le plan tangent à la développable suivant la génératrice par laquelle on a conduit le plan* P_0. *La conique, lieu des pôles, touche en deux points la conique inscrite et située dans le plan* P_1 ; *un des points de contact est celui où la génératrice touche l'arête de rebroussement ; l'autre point de contact est la trace de la génératrice passant par le point où le plan* P_0 *rencontre encore l'arête de rebroussement.*

4° *Lorsque le plan* P_0 *est tangent à la développable, le lieu des pôles du plan* P_0 *par rapport aux coniques inscrites se réduit à deux droites coïncidant avec la génératrice de contact du plan* P_0.

L'équation de la conique Π, lieu des pôles du plan P_0, peut s'écrire :

$$U^2 - 4VW = 0,$$

équations (XIX) et (3) N° [34] ; cherchons maintenant comment cette conique est coupée par le plan P_0. En désignant par U_0, V_0, W_0 ce que deviennent les fonctions U,V,W, (3) lorsqu'on y remplace u, v, w, r par u_0, v_0, w_0, r_0, on sait que la condition pour que la conique en question soit rencontrée en deux points réels par le plan (U_0, V_0, W_0) est { inégalité (3) N° [31] } :

$$(U_0^2 - 4V_0W_0)\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \\ 0 & -2 & 0 \end{vmatrix} < 0,$$

ou, en remplaçant U_0, V_0, W_0, par leurs valeurs

$$4(w_0r_0 - u_0v_0)^2 - 16(u_0^2 + v_0r_0)(v_0^2 + u_0w_0) > 0 ;$$

ou enfin, en ayant égard à la définition de la fonction φ, équat. (5) N° [31]

$$(XX) \qquad \varphi(u_0, v_0, w_0, r_0) < 0.$$

L'inégalité (XX) exprime que la conique (XIX) N° [34], lieu des pôles du plan (u_0, v_0, w_0, r_0) par rapport aux coniques inscrites dans la développable, est coupée en deux points réels par le même plan (u_0, v_0, w_0, r_0). Si l'on rapproche l'inégalité (XX) des inégalités (XVIII) établies au N° [28], on en conclut les premières parties des diverses propositions du théorème.

On complète la proposition 2°, en remarquant qu'on peut supposer N° [23] le plan P_0 passant par la droite A B du tétraèdre du référence; on a alors $u_0 = 0$, $v_0 = 0$, et l'équation (XIX) N° [34] de la conique lieu des pôles devient :

$$(r_0 w + w_0 r)^2 - 4 w_0 r_0 u v = 0.$$

Il est alors visible que cette conique passe par les points A et B ; or ces points sont ceux où les coniques, situées dans les plans tangents A B C et A B D qui se coupent sur le plan P_0, touchent ce dernier plan.

Pour compléter la proposition 3°, on remarque qu'on peut supposer N° [23] que le plan P_0 est le plan B C D du tétraèdre de référence; on a alors $v_0 = 0$, $w_0 = 0$, $r_0 = 0$, et l'équation (XIX) N° [44] de la conique lieu des pôles du plan P_0 devient

$$v^2 - 8 u w = 0.$$

On voit que cette conique est dans le plan A B C tangent à la surface suivant la génératrice B C et qu'elle touche la conique inscrite $(v^2 + u w = 0)$ aux points A et C ; ce qui démontre complètement la proposition.

Quant à la proposition 4°, elle est immédiatement visible, si l'on remarque que *les coniques inscrites touchent un plan tangent fixe aux divers points de sa génératrice de contact.* En effet, l'équation générale des coniques inscrites est (XIII) N° [22] :

$$k^2 (v^2 + u w) + k (w r - u v) + u^2 + v r = 0 ;$$

l'équation du point de contact de cette conique avec le plan tangent ABC ($u_0 = 0$, $v_0 = 0$, $w_0 = 0$) est :

$$f'_r = 0, \quad \text{ou} \quad kw + v = 0;$$

c'est-à-dire un point sur la génératrice BC.

36. Lorsque le plan P_0 est le plan de l'infini, le lieu des pôles du plan P_0 par rapport aux coniques inscrites, n'est autre que le lieu des centres de ces coniques ; ce lieu est une conique à laquelle M. Cremona a donné le nom de *Conique centrale.*

Si nous nous reportons à la classification du N° [33], le théorème général qui précède (théorème XXIII) donne lieu au théorème particulier suivant :

THÉORÈME XXIV. 1° *Dans* LA DÉVELOPPABLE HYPERBOLIQUE, *la conique centrale est une ellipse ; le plan de l'ellipse centrale rencontre l'arête de rebroussement en trois points réels.*

2° *Dans* LA DÉVELOPPABLE ELLIPTICO-HYPERBOLIQUE, *la conique centrale est une hyperbole. Le plan de l'hyperbole centrale rencontre l'arête de rebroussement en un seul point réel ; il est également distant des deux plans parallèles qui donnent des paraboles réelles ; les asymptotes de l'hyperbole sont parallèles aux diamètres de ces paraboles.*

3° *Dans* LA DÉVELOPPABLE PARA-HYPERBOLIQUE, *la conique centrale est une parabole ; cette parabole est située dans le plan tangent à la développable au point où l'arête de rebroussement touche le plan de l'infini. Le plan de l'infini rencontre l'arête de rebroussement en un autre point ; le plan, mené par la génératrice qui passe par ce point et par le point de contact du plan de l'infini avec l'arête de rebroussement, coupe le plan de la parabole centrale suivant une droite qui est la direction des diamètres de cette parabole.*

4° *Dans* LA DEVELOPPABLE PARABOLIQUE, *la conique centrale se*

réduit à deux droites situées à l'infini et coïncidant avec la génératrice de contact du plan de l'infini avec la développable.

N. B. *Ce théorème complète la classification indiquée au* N° [33] *en montrant la différence caractéristique qui existe pour la conique centrale dans les quatre variétés de la développable.*

La plupart de ces propriétés ont été données par M. Cremona, *Nouvelles annales*, années 1862, pages 371, 377, 440.

La propositon 1° du théorème XXIV résulte de la proposition 1° du théorème XXIII ; en effet, le lieu des pôles du plan P_0 (qui est le plan de l'infini) est dans un plan P_1, et la droite d'intersection de P_0 et P_1 est l'intersection de deux plans tangents T_0 et T_1 à la développable N° [34] ; comme le plan P_0 rencontre l'arête de rebroussement en trois points réels N° [33] , les plans tangents T_0 et T_1 sont imaginaires N° [28] ; par conséquent, le plan P_1 de l'ellipse centrale , lequel passe par l'intersection de deux plans imaginaires, rencontre également l'arête de rebroussement en deux points réels.

La proposition 2° du théorème actuel résulte de la proposition 2° du théorême XVIII ; en effet , le lieu des pôles du plan de l'infini P_0 est une hyperbole située dans un plan P_1, et les deux plans P_0 et P_1 se coupent suivant une droite qui est l'intersection de deux plans tangents T_0 et T_1 réels, puisque le plan P_0 rencontre l'arête de rebroussement en un seul point réel N° [28] ; par conséquent, le plan P_1 ne rencontre également l'arête de rebroussement qu'en un seul point réel N° [28]. D'ailleurs , les plans P_0, P_1, T_0, T_1, forment un système harmonique N° [34] ; et, comme le plan P_0 est le plan de l'infini , le plan conjugué P_1 sera également distant des plans T_0 et T_1 , lesquels sont parallèles puisqu'ils se coupent avec P_0 et P_1 sur le plan de l'infini. Mais le plan P_0 rencontre la conique , située dans le plan P_1 , aux points ou il est touché par les coniques situées dans les plans T_0 et T_1 N° [25] , c'est-à-dire que le plan de l'infini rencontre

la conique centrale aux points où il est touché par les deux paraboles ; donc les directions asymptotiques de la conique centrale sont respectivement parallèles aux diamètres des deux paraboles inscrites.

La proposition 3° du théorème actuel est la traduction immédiate, en supposant le plan P_0 à l'infini, de la proposition 3° du théorème XXIII.

37. THÉORÈME XXV. *Lorsqu'un plan tourne autour d'une même droite, intersection de deux plans tangents à la développable, la conique, lieu des pôles de ce plan par rapport aux coniques inscrites, décrit une surface du second ordre inscrite dans la développable.* (Cremona, *Nouvelles annales*, p. 366).

Si ABC *et* ABD *sont les deux plans considérés et que* A *et* B *soient les contacts avec* AB *des deux coniques inscrites et respectivement situées dans ces deux plans ; si* C *et* D *sont les contacts avec ces coniques des tangentes menées des points* A *et* B; *la surface engendrée, lorsque le plan tourne autour de* AB, *est en même temps circonscrite au quadrilatère* ACBDA.

Nous pouvons prendre, pour la droite en question, l'arête AB du tétraèdre de référence N° [23] ; les coordonnées d'un plan tournant autour de cette droite seront

$$u_0 = 0, \quad v_0 = 0, \quad w_0 \text{ et } r_0 \text{ arbitraires};$$

la conique, lieu des pôles du plan P_0, par rapport aux coniques inscrites, aura pour équation N° [34], équat. XIX.

$$(1) \quad (r_0 w + w_0 r)^2 - 4 w_0 r_0 u v = 0.$$

Si l'on représente par λ le rapport arbitraire $\frac{r_0}{w_0}$, l'équation (1) s'écrira :

$$(2) \quad \lambda^2 w^2 + 2\lambda (w r - 2 u v) + r^2 = 0.$$

Le lieu des coniques (2) s'obtiendra en appliquant ici le théorème des enveloppes, et on trouve ainsi :

$$(wr - uw)^2 - w^2 r^2 = 0, \quad \text{ou} \quad uv(wr - uv) = 0,$$

ou enfin : (3) $wr - uv = 0$,

en laissant de côté la droite ($u = 0$, $v = 0$). On voit que la surface (3) est une surface du second ordre inscrite dans la développable Σ N° [12] et circonscrite au quadrilatère A B C D A.

§ IV.

THÉORÈMES DIVERS.

38. THÉORÈME XXVI. 1° *Si par un point on mène des parallèles aux génératrices de la développable* Σ, *ces droites formeront un cône de 4e ordre et de 3e classe, ayant trois arêtes de rebroussement et un plan tangent double. Les trois arêtes de rebroussement seront réelles dans le cas de la développable hyperbolique; une seule sera réelle dans le cas de la développable elliptico-hyperbolique.*

2° *Lorsqu'on a une développable para-hyperbolique, le cône obtenu en menant des parallèles aux génératrices de la développable, se compose :* I° *d'un cône du* 3e *ordre et de* 3e *classe, qui possède une seule arête de rebroussement et une arête d'inflexion;* II° *d'un plan parallèle au plan tangent à la développable au point où le plan de l'infini touche l'arête de rebroussement.*

3° *Lorsqu'on a une développable parabolique, le cône, obtenu en menant par un point des parallèles aux génératrices de la développable, se compose :* I° *d'un cône du second ordre;* II° *de deux plans coïncidents, parallèles à un des plans tangents au cône de second ordre.*

En effet, si, par un point, on mène des parallèles aux génératrices de la développable, on formera ainsi le cône des directions asymptotiques de la surface; or la base de ce cône est alors la section de la surface par le plan de l'infini. Si l'on se reporte à la classification du N° [33], on voit que les propositions 1° et 2° du théorème actuel résultent immédiatement des théorèmes énoncés aux N^os [29] et [30].

Quant à la proposition 3°, on remarque que le plan de l'infini est, pour le cas énoncé, un plan tangent à la développable; on peut alors admettre que ce plan de l'infini est le plan BAC du tétraèdre primitif de référence (*fig.* 1), ce qui revient à supposer $t =$ constante dans l'équation ponctuelle (VI) N° [11] de la développable, on trouve alors :

$$x^2y^2 + 4x^3z + 4y^3 + 18xyz - 27z^2 = 0.$$

On voit ainsi que le cône des directions asymptotiques est :

$$x^2(y^2 + 4xz) = 0;$$

ce qui démontre la proposition.

39. THÉORÈME XXVII. *La droite, intersection de deux plans tangents quelconques, rencontre quatre plans tangents fixes en quatre points dont le rapport anharmonique est constant.*

D'où, comme cas particulier :

Une génératrice quelconque de la développable rencontre quatre plans tangents fixes en quatre points dont le rapport anharmonique est constant. Chasles, *Comptes-rendus*, loc. cit.

Si u_0, v_0, w_0, r_0, sont les coordonnées d'un plan tangent, et si k est le paramètre relatif à ce plan, on a (III) N° [11] :

$$(1) \qquad \frac{u_0}{-k^2} = \frac{v_0}{-k} = \frac{w_0}{1} = \frac{r_0}{k^3},$$

Soient $u', v', w' r'$, et u'', v'', w'', r'', les coordonnées de deux plans tangents quelconques, λ et μ les paramètres de ces plans; les traces, sur les plans ABC et ABD, de la droite intersection de ces deux plans, ont pour équations (XIV) et N° [24] :

$$(2)\quad \begin{cases} -u+(\lambda+\mu)v+\lambda\mu w=0, \\ r+(\lambda+\mu)u-\lambda\mu v=0. \end{cases}$$

Il en résulte que l'équation d'un point *quelconque*, situé sur cette droite est :

$$(3)\quad [-u+(\lambda+\mu)v+\lambda\mu w]=\rho\,[r+(\lambda+\mu)u-\lambda\mu v],$$

ρ étant une constante arbitraire.

Pour obtenir l'intersection de la droite en question avec un plan tangent (u_i, v_i, w_i, r_i), nous exprimerons que l'équation (3) est vérifiée par les coordonnées de ce plan; on en déduit ρ, et il vient après l'élimination :

$$(4)\quad \frac{-u+(\lambda+\mu)v+\lambda\mu w}{-u_i+(\lambda+\mu)v_i+\lambda\mu w_i}=\frac{r+(\lambda+\mu)u-\lambda\mu v}{r_i+(\lambda+\mu)u_i-\lambda\mu v_i}.$$

Si nous désignons par k_i le paramètre relatif au plan tangent (u_i, v_i, w_i, r_i) et si l'on a égard aux relations (1), l'équation (4) s'écrira :

$$(5)\quad \frac{-u+(\lambda+\mu)v+\lambda\mu w}{(k_i-\lambda)(k_i-\mu)}=\frac{r+(\lambda+\mu)u-\lambda\mu v}{k_i(k_i-\lambda)(k_i-\mu)}.$$

Supprimons les facteurs communs et posons

$$(6)\quad \begin{cases} \mathrm{M}=r+(\lambda+\mu)u-\lambda\mu v, \\ \mathrm{N}=-u+(\lambda+\mu)v+\lambda\mu w, \end{cases}$$

l'équation du point d'intersection du plan tangent (au paramètre k_i) avec la droite, intersection des deux plans tangents aux paramètres λ et μ, sera :

$$(7)\quad \mathrm{M}-k_i\,\mathrm{N}=0.$$

Les points d'intersection de cette droite avec quatre plans tangents fixes T_1, T_2, T_3, T_4, seront donc·

$$(8)\quad M-k_1 N=0,\ M-k_2 N=0,\ M-k_3 N=0,\ M-k_4 N=0.$$

Or, le *rapport anharmonique* de ce système de points a pour expression :

$$(9)\quad \frac{k_1-k_3}{k_1-k_4} : \frac{k_2-k_3}{k_2-k_4};$$

cette quantité est évidemment indépendante de λ et μ ; la proposition est donc démontrée.

Remarque. Les calculs précédents nous ont conduit à plusieurs équations qu'il est bon de noter.

Si l'on considère les trois plans tangents à la développable :

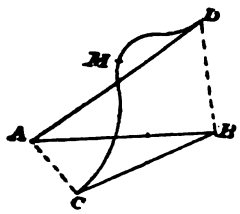
$$(XXI\ bis)\quad \begin{cases} \lambda^3 t-\lambda^2 x-\lambda y+z=0 & (T_1)\\ \mu^3 t-\mu^2 x-\mu y+z=0 & (T_2)\\ k^3 t-k^2 x-k y+z=0 & (T); \end{cases}$$

le point de rencontre avec le plan T de la droite, intersection des deux plans T_1 et T_2, a pour équation :

$$(XXI)\quad \lambda\mu(v+kw)-(\lambda+\mu)(u-kv)-(r+ku)=0.$$

On peut déduire de là diverses propriétés relatives aux droites intersections de deux plans tangents.

40. théorème xxviii. *Si l'on prend deux points fixes* C *et* D *sur l'arête de rebroussement, et un troisième point quelconque* M *de cette arête; le rapport des distances de ce point* M *aux plans tangents à la développable en* C *et* D *est au rapport des distances des points* C *et* D *au plan tangent en* M *à la développable dans une raison constante.* (Chasles, *Comptes-Rendus*).



Nous pouvons supposer N° [23] que les points C et D sont les sommets du tétraèdre de référence. Si x_0, y_0, z_0, t_0, sont les coordonnées d'un point quelconque de l'arête de rebroussement, les distances MP et MQ de ce point aux plans ABC et ABD, tangents en C et D, sont précisément proportionnelles aux coordonnées t_0 et z_0; d'ailleurs le rapport $\frac{t_0}{z_0}$ est égal à $-\frac{1}{k^3}$, d'après les relations (IX) du N° [11]; donc :

$$(1) \qquad \frac{\overline{MP}}{\overline{MQ}} = g \cdot \frac{1}{k^3},$$

g étant une constante indépendante de k.

La quantité k est le paramètre du plan tangent en M à la développable; on aura, par suite, pour l'équation de ce plan

$$(T) \quad (2) \qquad k^3 t - k^2 x - k y + z = 0.$$

Si $\overline{AA'}$, $\overline{BB'}$, $\overline{CC'}$, $\overline{DD'}$, sont les distances des sommets A, B, C, D, au plan (2), on a les valeurs :

$$(3) \quad \overline{AA'} = \frac{a}{\Delta} \cdot k^2, \quad \overline{BB'} = \frac{b}{\Delta} \cdot k, \quad \overline{CC'} = \frac{c}{\Delta} 1 \quad \overline{DD'} = \frac{d}{\Delta} \cdot k^3;$$

a, b, c, d, sont des constantes indépendantes de k; la quantité Δ ne dépend que des coefficients de l'équation du plan (2) et est la même pour toutes les égalités (3).

Or, des deux dernières égalités (3) on tire :

$$(4) \qquad \frac{\overline{CC'}}{\overline{DD'}} = \frac{c}{d} \frac{1}{k^3};$$

la comparaison des équations (1) et (4) donne :

$$(5)\qquad \frac{\overline{MP}}{\overline{MQ}} \cdot \frac{\overline{CC'}}{\overline{DD'}} : \text{constante};$$

ce qu'il faut démontrer.

41. A la proposition précédente j'ajouterai celle-ci :

THÉORÈME XXIX. *Considérons deux plans tangents fixes de la développable; soient* C *et* D *les points où ils touchent l'arête de rebroussement; soient* A *et* B *les points où les coniques inscrites et respectivement situées dans ces plans touchent leur droite d'intersection; si* $\overline{AA'}$, $\overline{BB'}$, $\overline{CC'}$, $\overline{DD'}$, *sont les distances des points* A, B, C, D, *à un plan tangent* QUELCONQUE *de la développable, on aura :*

$$\frac{\overline{AA'}}{\overline{CC'}} \cdot \frac{\overline{BB'}}{\overline{DD'}} = \text{constante}.$$

Ce nouveau théorème est une conséquence immédiate des égalités (3); elles donnent en effet :

$$\overline{AA'}.\overline{BB'} = \frac{ab}{\Delta^2}\,k^3, \quad \overline{CC'}.\overline{DD'} = \frac{cd}{\Delta^2}\,k^3.$$

d'où il résulte :

$$\frac{\overline{AA'}.\overline{BB'}}{\overline{CC'}.\overline{DD'}} = \frac{ab}{cd} = \text{constante},$$

Cette propriété présente une analogie très-remarquable avec le théorème suivant dans les coniques :

» Lorsqu'un quadrilatère est circonscrit à une conique, le » produit des distances de deux sommets opposés à une » tangente quelconque est au produit des distances des » autres sommets à cette même tangente dans une raison » constante. »

42. THÉORÈME XXX. *Quand une surface du second ordre touche sept plans tangents de la développable* Σ, *elle est tout entière inscrite dans cette développable.*

L'équation tangentielle d'une surface du second ordre est :

$$au^2+a'v^2+a''w^2+a'''r^2+2bvw+2b'wu+2b''uv+2cur+2c'vr+2c''wr=0;$$

choisissant les plans ABC et ABD du tétraèdre de référence pour deux des plans tangents donnés, la surface précédente devra toucher ces deux plans ; par suite :

$$a'''=0, \quad a''=0;$$

et l'équation précédente devient :

$$au^2+a'v^2+2bvw+2b'wu+2b''uv+2cur+c'vr+2c''wr=0.$$

Cette dernière équation peut évidemment se mettre sous la forme suivante :

$$1)\quad \alpha(u^2+vr)+\beta(wr-uv)+\gamma(v^2+uw)+Aur+Bu^2+Cwr+Dv^2+Evw=0.$$

Soient maintenant k_1, k_2, k_3, k_4, k_5, les paramètres des cinq autres plans tangents donnés, de sorte que si u_i, v_i, w_i, r_i, sont les coordonnées du plan tangent au paramètre k_i, on a (III) N°[11] :

$$(2)\quad \frac{u_i}{-k_i^2}=\frac{v_i}{-k_i}=\frac{w_i}{1}=\frac{r_i}{k_i^3}.$$

S l'on écrit que l'équation (1) est vérifiée par les coordonnées de ces cinq plans, on est conduit aux cinq équations de condition :

$$(3)\quad \begin{cases} -Ak_1^4+Bk_1^3+Ck_1^2+Dk_1-E=0, \\ -Ak_2^4+Bk_2^3+Ck_2^2+Dk_2-E=0, \\ -Ak_3^4+Bk_3^3+Ck_3^2+Dk_3-E=0, \\ -Ak_4^4+Bk_4^3+Ck_4^2+Dk_4-E=0, \\ -Ak_5^4+Bk_5^3+Ck_5^2+Dk_5-E=0. \end{cases}$$

Or, les cinq égalités (3) expriment que le polynôme du 4e degré

$$-A k^4 + B k^3 + C k^2 + D k - E$$

s'annule pour cinq valeurs différentes attribuées à la variable k; ce polynôme est donc identiquement nul, et l'on a :

$$A = 0, \quad B = 0, \quad C = 0, \quad D = 0, \quad E = 0.$$

Par conséquent, l'équation générale des surfaces du second ordre touchant les sept plans tangents donnés est

$$(4) \qquad \alpha (u^2 + vr) + \beta (wr - uv) + \gamma (v^2 + uw) = 0.$$

On constate immédiatement que la surface (4) touche tous les plans tangents à la développable Σ (I) N° [11].

Nous retrouvons ainsi l'équation générale des surfaces du second ordre inscrites dans la développable N° [12].

43. Citons, à cette occasion, la proposition suivante :

43. THÉORÈME XXXI. *Le lieu des pôles d'un plan fixe, par rapport aux surfaces du second ordre inscrites dans la développable, est un plan.*

D'où, en particulier : *Le lieu des centres des surfaces du second ordre inscrites dans la développable est un plan.*

En effet, l'équation du pôle du plan (u_0, v_0, w_0, r_0) par rapport à la surface (4) est :

$$(5) \quad u[2\alpha u_0 - \beta v_0 + \gamma w_0] + v[\alpha r_0 - \beta u_0 + 2\gamma v_0] + w[\beta r_0 + \gamma u_0] + r[\alpha v_0 + \beta w_0] =$$

Or, quels que soient α, β, γ, ce point reste situé sur le plan fixe déterminé par les trois points :

$$(5) \quad \begin{cases} U = 2u_0 u + r_0 v + v_0 r = 0, \\ W = -v_0 u - u_0 v + r_0 w + w_0 r = 0. \\ V = 2v_0 v + w_0 u + u_0 w = 0. \end{cases}$$

44. THÉORÈME XXXII. *Par une droite, intersection de deux plans tangents fixes* T_1 *et* T_2 *à la développable* Σ, *on peut mener une infinité de surfaces du second ordre inscrites dans cette développable. Et si l'on considère une quelconque de ces surfaces du second ordre, les plans* T_1 *et* T_2 *sont conjugués par rapport à cette surface, c'est-à-dire que le pôle de l'un de ces plans se trouve toujours sur l'autre plan.*

L'équation générale des surfaces du second ordre inscrites dans la développable Σ est n° [12] ou [42] :

$$(1)\quad \alpha(u^2+vr)+\beta(wr-uv)+\gamma(v^2+uw)=0.$$

Soient (u_1, v_1, w_1, r_1) et (u_2, v_2, w_2, r_2) les coordonnées de deux plans tangents fixes T_1 et T_2 à la développable ; k_1 et k_2, les paramètres correspondants, et D la droite intersection de ces deux plans.

Pour que la droite D soit tout entière sur la surface (1), il faut qu'un plan quelconque, passant cette droite, touche la surface (1); or, les coordonnées d'un plan, passant par l'intersection des deux plans donnés, sont :

$$u=\frac{u_1+\lambda u_2}{\mu},\quad v=\frac{v_1+\lambda v_2}{\mu},\quad w=\frac{w_1+\lambda w_2}{\mu},\quad r=\frac{r_1+\lambda r_2}{\mu};$$

écrivons que ces valeurs vérifient l'équation (1), quel que soit λ, il vient :

$$(2)\quad \begin{cases} \alpha(u_1^2+v_1r_1)+\beta(w_1r_1-u_1v_1)+\gamma(v_1^2+u_1w_1)=0, \\ \alpha(u_2^2+v_2r_2)+\beta(w_2r_2-u_2v_2)+\gamma(v_2^2+u_2w_2)=0, \\ \alpha[2u_1u_2+v_1r_2+v_2r_1]+\beta[w_1r_2+w_2r_1-u_1v_2-u_2v_1]+\gamma[2v_1v_2+u_1w_2+u_2w_1]=0. \end{cases}$$

Les deux premières égalités (2) sont satisfaites, puisque les deux plans donnés touchent la développable, Il reste donc à vérifier la seule relation

$$3)\quad \alpha[2u_1u_2+v_1r_2+v_2r_1]+\beta[w_1r_2+w_2r_1-u_1v_2-u_2v_1]+\gamma[2v_1v_2+u_1w_2+u_2w_1]=0.$$

Si l'on a égard aux relations (III) N° [11], l'égalité (3) prend la forme définitive, après avoir supprimé le facteur $(k_1-k_2)^2$:

$$(XXII) \quad \alpha k_1 k_2 - \beta(k_1+k_2) + \gamma = 0.$$

On voit que, par la droite D intersection de deux plans tangents aux paramètres k_1 et k_2, on peut faire passer une infinité de surfaces du second ordre inscrites dans la développable Σ ; les constantes arbitraires $\frac{\alpha}{\gamma}$, $\frac{\beta}{\gamma}$, sont assujetties à vérifier la relation unique (XXII).

Si l'on rapproche l'égalité (3) de l'équation (5) du N° [43], on constate que le pôle du plan T_1 est situé sur le plan T_2 et inversement ; résultat d'ailleurs évident à priori.

45. THÉORÈME XXXIII. *Par deux droites* D *et* D′, *intersections de deux couples de plans tangents à la développable* Σ, *on peut faire passer une surface du second ordre et une seule inscrite dans la développable* Σ. *De plus, si* T *est un plan tangent quelconque de la développable, le point de contact de ce plan avec la surface du second ordre se trouve sur la génératrice de contact du plan* T *avec la développable et à l'intersection de cette génératrice avec la ligne qui joint les traces des deux droites* D *et* D′ *sur le plan tangent* T.

En effet, si k_1 et k_2 sont les paramètres des plans tangents qui déterminent la première droite D ; si k'_1 et k'_2 sont ceux des plans tangents qui déterminent la seconde droite D′ ; il résulte de la relation (XXII) N° [44] que la surface inscrite sera déterminée à l'aide des équations suivantes :

$$\begin{aligned} &\alpha(u^2+vr)+\beta(wr-uv)+\gamma(v^2+uw)=0, \\ &\alpha k_1 k_2-\beta(k_1+k_2)+\gamma=0, \\ &\alpha k'_1 k'_2-\beta(k'_1+k'_2)+\gamma=0. \end{aligned}$$

On conclut de là pour l'équation de la surface cherchée :

$$(1)\quad \begin{vmatrix} u^2 + vr & wr - uv & v^2 + uw \\ k_1 k_2 & -(k_1 + k_2) & 1 \\ k'_1 k'_2 & -(k'_1 + k'_2) & 1 \end{vmatrix};$$

ou, en développant :

$$(2)\quad (u^2 + vr)(k_1 + k_2 - k'_1 - k'_2) + (wr - uv)(k_1 k_2 - k'_1 k'_2) + (v^2 + uw)[k_1 k_2 (k'_1 + k'_2) - k'_1 k'_2 (k_1 + k_2)] = 0.$$

Ceci démontre la première partie de la proposition énoncée Pour démontrer la seconde, prenons le plan tangent ABC; l'équation de son point de contact avec la surface (1) est $f'_r = 0$ c'est-à-dire :

$$(2)\quad v[k_1 + k_2 - k'_1 - k'_2] + w[k_1 k_2 - k'_1 k'_2] = 0.$$

Ce point se trouve visiblement sur la droite BC, génératrice de contact du plan ABC avec la développable. Mais les équations (XIV) du N° [24] nous donnent pour les traces des deux droites (D) et (D') avec le plan ABC :

$$(3)\quad \begin{cases} k_1 k_2 w + (k_1 + k_2) v - u = 0, \text{ pour la droite D;} \\ k'_1 k'_2 w + (k'_1 + k'_2) v - u = 0, \text{ pour la droite D'.} \end{cases}$$

Or, en retranchant les équations (3) membre à membre, on retrouve l'équation (2); c'est-à-dire que le point (2) se trouve sur la droite qui joint les points (3); C. Q. F. D.

46. THÉORÈME XXXIV. *Si, sur trois droites de l'espace, on prend trois séries de points homographiques, les plans, qui passent par les trois points correspondants, enveloppent une développable de 3e classe et de 4e ordre.* (Salmon, *Analytic of three dimens.*, p. 245).

Si, par trois droites de l'espace, on mène trois séries de plans homographiques, l'intersection de trois plans correspondants décrit une courbe gauche de 3e ordre et de 4e classe.

Soient :

$$(1)\quad \begin{cases} M=0, \\ N=0: \end{cases} \quad \begin{cases} M_1=0, \\ N_1=0; \end{cases} \quad \begin{cases} M_2=0, \\ N_2=0 \end{cases}$$

les équations des points définissant chacune des trois droites données Δ, Δ_1, Δ_2. Les équations d'un point quelconque respectivement situé sur chacune de ces trois droites seront :

$$(2)\quad M+\lambda N=0, \quad M_1+\mu N_1=0, \quad M_2+\nu N_2=0.$$

Ces points devant se correspondre homographiquement, il faudra qu'on ait, entre λ, μ, ν, deux relations telles, que pour une valeur attribuée à l'une de ces constantes, on trouve pour chacune des deux autres une seule et unique valeur. Ces deux relations seront donc de la forme :

$$(3)\quad \begin{cases} A\lambda\mu+B\lambda+C\mu+D=0, \\ A_1\lambda\nu+B_1\lambda+C_1\nu+D_1=0; \end{cases}$$

A. B, C, D, A_1, B_1, C_1, D_1, étant des constantes déterminées ; on voit que si l'on élimine λ entre les deux équations (3), on obtient une relation de même forme entre μ et ν.

Les coordonnées d'un plan, passant à la fois par les trois points (2), devront vérifier les équations de ces trois points; on peut donc regarder u, v, w, r, comme les coordonnées d'un plan satisfaisant à la question, et on aura l'équation de l'enveloppe de ces plans en éliminant λ, μ, ν, entre les équations (2) et (3). On trouve ainsi les deux équations :

$$(4)\quad \begin{cases} A.MM_1-B.MN_1-C.NM_1+D.NN_1=0, \\ A_1.MM_2-B.MN_2-C_1.NM_2+D_1NN_2=0. \end{cases}$$

Les équations (4) représentent deux surfaces du second ordre ayant une génératrice commune ($M=0$, $N=0$) ; elles définissent donc une développable de 3e classe et de 4e ordre N° [3].

La proposition corrélative énoncée se démontre en interprétant les calculs qui précèdent dans le système des équations *ponctuelles*.

47. THÉORÈME XXXV. *Quatre plans tangents d'une développable de 3e classe et leurs points de contact avec l'arête de rebroussement forment des tétraèdres dont chacun est en même temps inscrit et circonscrit à l'autre* (Schroter).

Ce théorème est une conséquence immédiate de la proposition démontrée au N° [16].

48. THÉORÈME XXXVI. *On considère une droite fixe* D ; *par chaque point de cette droite on mène les plans tangents à la développable* Σ ; *les droites, intersections de ces plans tangents deux à deux, engendrent une surface gauche* (Γ) ; *la surface* Σ *est de 4e classe, et, par suite, de 4e ordre.*

La surface gauche (Γ) *est inscrite dans la développable* Σ ; *tous les plans tangents de la développable sont des plans tangents doubles pour la surface gauche* (Γ) ; *chacun de ces plans la touche en deux points distincts situés sur sa génératrice de contact avec la développable.*

Le POINT POLAIRE, *par rapport à* (Γ), *d'un plan* T_0, *se trouve dans le plan, lieu des pôles du plan* T_0, *par rapport aux surfaces du second ordre inscrites dans la développable* Σ.

Je supposerai la droite donnée D définie par les deux points

$$(1)\quad \begin{cases} a\,u + b\,v + c\,w + d\,r = 0, \\ a_1 u + b_1 v + c_1 w + d_1 r = 0, \end{cases}$$

un point quelconque de cette droite aura pour équation :

$$(2)\quad (a+\rho a_1)u + (b+\rho b_1)v + (c+\rho c_1)w + (d+\rho d_1)r = 0,$$

ρ étant une indéterminée.

Si k_1 et k_2 sont les paramètres de deux plans tangents à la développable, les traces, sur les plans ABC et ABD, de leur intersection seront (XIV) N° [24] :

$$-u+(k_1+k_2)\,v+k_1k_2w=0,$$
$$r+(k_1+k_2)\,u-k_1k_2\,v=0;$$

ou, en représentant par α et β les quantités (k_1+k_2) et k_1k_2 :

$$(3)\quad\begin{cases}\alpha v+\beta w-u=0,\\ \alpha u-\beta v+r=0.\end{cases}$$

Un point quelconque de cette dernière droite aura pour équation :

$$(4)\quad(\alpha-\lambda)\,u+(-\beta+\lambda\alpha)\,v+\lambda\beta w+r=0,$$

λ etant une indéterminée.

Il faut exprimer que la droite, définie par les équations (3), passe par le point (2), c'est-à-dire que les points (2) et (4) coïncident ; on trouve ainsi :

$$(5)\quad\frac{\alpha-\lambda}{a+\rho a_1}=\frac{-\beta+\lambda\alpha}{b+\rho b_1}=\frac{\lambda\beta}{c+\rho c_1}=\frac{1}{d+\rho d_1}.$$

Si u, v, w, r, sont les coordonnées d'un plan quelconque, passant par la droite (3), l'équation tangentielle de la surface engendrée par la droite (3) s'appuyant sur la droite (1) s'obtiendra en éliminant λ, ρ, α, β, entre les équations (3) et (5).

Eliminons d'abord λ entre les équations (5), il vient :

$$\alpha\beta\,(d+\rho d_1)-\beta\,(a+\rho a_1)-(c+\rho c_1)=0,$$
$$\beta^2\,(d+\rho d_1)+\beta\,(b+\rho b_1)-(c+\rho c_1)\,\alpha=0;$$

puis, en éliminant ρ entre ces deux dernières équations :

$$(\alpha\beta d-\beta a-c)\,(\beta^2 d_1+\beta b_1-\alpha c_1)=(\alpha\beta d_1-\beta a_1-c_1)\,(\beta^2 d+\beta b-\alpha c).$$

Développons cette dernière équation et posons :

$$(6)\quad \begin{cases} A = a d_1 - a_1 d, & A_1 = b c_1 - b_1 c, \\ B = b d_1 - b_1 d, & B_1 = c a_1 - c_1 a, \\ C = c d_1 - c_1 d; & C_1 = a b_1 - a_1 b, \end{cases}$$

on a l'égalité définitive

$$(7)\quad A\beta^2 + B\alpha\beta - C\alpha^2 + (C + C_1)\beta + B_1\alpha - A_1 = 0$$

Tirons maintenant α et β des deux équations (3) ; après avoir posé :

$$(\text{XXIII})\quad \begin{cases} L = u^2 + vr, \\ M = wr - uv, \\ N = v^2 + uw, \end{cases}$$

on trouve :

$$\alpha = -\frac{M}{N}, \quad \beta = -\frac{L}{N}.$$

Substituons ces dernières valeurs dans la relation (7), on obtient pour *l'équation tangentielle de la surface engendrée :*

$$(8)\quad (\Gamma)\quad -A.L^2 + CM^2 + A_1 N^2 + B_1.MN + (C + C_1).NL - B.ML = 0,$$

ou

$$(8\ bis)\quad \Gamma(L, M, N) = f(u, v, w, r) = 0,$$

en désignant par $\Gamma(L, M, N)$ ou $f(u, v, w, r)$ le premier membre de l'équation (8).

On voit que la surface (Γ) *est de 4e classe.*

Si l'on remarque que

$$L = 0, \quad M = 0, \quad N = 0,$$

sont précisément les équations tangentielles de la développable Σ N° [11], on en conclut que *la surface* (Γ) *est touchée par tous les plans tangents à la développable, ou inscrite dans cette développable.*

Je rappelle que, si

$$f(u, v, w, r) = 0,$$

est l'équation tangentielle d'une surface, et si l'on considère un plan $(u_0, v_0, w_0; r_0)$,

le *point polaire* du plan (u_0, v_0, w_0, r_0) par rapport à la surface $f(u, v, w, r)$, a pour équation :

$$(9)\quad u\left(\frac{df}{du}\right)_0 + v\left(\frac{df}{dv}\right)_0 + w\left(\frac{df}{dw}\right)_0 + r\left(\frac{df}{dr}\right)_0 = 0;$$

et la *surface polaire de deuxième classe* du même plan sera :

$$(10)\quad \left\{\begin{array}{l} u^2\left(\frac{d^2f}{du^2}\right)_0 + v^2\left(\frac{d^2f}{dv^2}\right)_0 + w^2\left(\frac{d^2f}{dw^2}\right)_0 + r^2\left(\frac{d^2f}{dr^2}\right)_0 + 2uv\left(\frac{d^2f}{du\,dv}\right)_0 + 2uw\left(\right. \\ + 2ur\left(\frac{d^2f}{du\,dr}\right)_0 + 2vw\left(\frac{d^2f}{dv\,dw}\right)_0 + 2vr\left(\frac{d^2f}{dv\,dr}\right)_0 + 2wr\left(\frac{d^2f}{dw\,dr}\right) \end{array}\right.$$

(Voir *Nouvelles annales*, année 1866, Théorie des surfaces polaires d'
p. 49, ou *Mémoires de la Société des Sciences de Lille*, 1865, III^e série, 2^e v.,

Or si l'on pose :

$$(11)\quad \left\{\begin{array}{l} L = u\left(\frac{dL}{du}\right)_0 + v\left(\frac{dL}{dv}\right)_0 + w\left(\frac{dL}{dw}\right)_0 + r\left(\frac{dL}{dr}\right)_0 \\ M = u\left(\frac{dM}{du}\right)_0 + v\left(\frac{dM}{dv}\right)_0 + w\left(\frac{dM}{dw}\right)_0 + r\left(\frac{dM}{dr}\right)_0 \\ N = u\left(\frac{dN}{du}\right)_0 + v\left(\frac{dN}{dv}\right)_0 + w\left(\frac{dN}{dw}\right)_0 + r\left(\frac{dN}{dr}\right)_0 \end{array}\right.$$

on voit, par un calcul extrêmement simple, que :

L'*équation du point polaire* du plan (u_0, v_0, w_0, r_0) par rapport à la surface (1') ou (8) pourra s'écrire :

$$(12)\quad L\cdot\left(\frac{dr}{dL}\right)_0 + M\left(\frac{dr}{dM}\right)_0 + N\left(\frac{dr}{dN}\right)_0 = 0,$$

car on a:

$$\frac{df}{du}=\frac{d\Gamma}{dL}\cdot\frac{dL}{du}+\frac{d\Gamma}{dM}\cdot\frac{dM}{du}+\frac{d\Gamma}{dN}\cdot\frac{dN}{du};$$

. . . . . .

L'*équation de la polaire de 2e classe* du même plan (u_0,v_0,w_0,r_0) pourra aussi s'écrire :

$$(13)\quad \left\{\begin{array}{c} L^2.\left(\frac{d^2\Gamma}{dL^2}\right)_0+M^2.\left(\frac{d^2\Gamma}{dM^2}\right)_0+N^2\left(\frac{d^2\Gamma}{dN^2}\right)_0 \\ +2MN\left(\frac{d^2\Gamma}{dM\,dN}\right)_0+2NL\left(\frac{d^2\Gamma}{dN\,dL}\right)_0+2LM\left(\frac{d^2\Gamma}{dL\,dM}\right)_0 \\ +2L.\left(\frac{d\Gamma}{dL}\right)_0+2M\left(\frac{d\Gamma}{dM}\right)_0+2N\left(\frac{d\Gamma}{dN}\right)_0 \end{array}\right\}=0;$$

car on a :

$$\frac{d^2f}{du^2}=\frac{dL}{du}\left(\frac{d^2\Gamma}{dL^2}\frac{dL}{du}+\frac{d^2F}{dL\,dM}\frac{dM}{du}+\frac{d^2F}{dL\,dN}\frac{dN}{du}\right)+\frac{dM}{du}\left(\frac{d^2\Gamma}{dM\,dL}\frac{dL}{du}-\ldots\right)$$
$$+\ldots.+\frac{d\Gamma}{dL}\cdot\frac{d^2L}{du^2}+\frac{d\Gamma}{dM}\cdot\frac{d^2M}{du^2}+\frac{d\Gamma}{dN}\cdot\frac{d^2N}{du^2},$$

. . . . . .

Mais les équations

$$(11\ bis)\qquad L=0,\quad M=0,\quad N=0$$

sont celles du pôle du plan (u_0, v_0, w_0, r_0) par rapport aux trois surfaces du second ordre

$$L=0,\quad M=0,\quad N=0$$

inscrites dans la développable Σ; et le plan déterminé par les points (11 *bis*) est le lieu des pôles du plan (u_0, v_0, w_0, r_0) par rapport à toutes les surfaces du second ordre inscrites dans cette développable N° [43].

L'équation (12) nous montre que *le point polaire d'un plan* T_0, *par rapport à la surface* Γ, *se trouve dans le plan lieu des pôles du plan* T_0 *par rapport aux surfaces du second ordre inscrites dans la développable* Σ.

En particulier : *Le point de contact d'un plan* T_0, *tangent à la surface* Γ, *se trouve dans le plan lieu des pôles du plan* T_0 *par rapport aux surfaces du second ordre inscrites dans la développable* Σ.

Lorsque le plan (u_0, v_0, w_0, r_0) est tangent à la développable Σ, ce plan touche également la surface (Γ) ou (8) ; les coordonnées de ce plan annulent les quantités L, M, N, et annulent, par conséquent, les dérivées $\frac{d\Gamma}{dL}$, $\frac{d\Gamma}{dM}$, $\frac{d\Gamma}{dN}$, qui sont des fonctions linéaires et homogènes des quantités L, M, N. Il résulte de là que les dérivées $\frac{df}{du}$, $\frac{df}{dv}$, $\frac{df}{dw}$, $\frac{df}{dr}$ sont également annulées, c'est-à-dire que ce plan (u_0, v_0, w_0, r_0) est un plan *tangent double* pour la surface Γ. (*Nouvelles annales*, année 1866, ou *Mémoires de la Société des Sciences de Lille*, 1865 ; loc. cit.).

L'équation (12) se réduit alors à une identité ; la courbe de contact du plan tangent double sera donnée dans ce cas pour l'équation (13).

Or, en vertu des hypothèses admises, l'équation (13) se réduit à

$$(14) \quad -A.L^2+C\,M^2+A_1.N^2+B_1MN+(C_1+C)NL-BML=0,$$

et l'on a ici :

$$(14\ bis) \quad \begin{cases} L = 2\,uu_0 + vr_0 + rv_0, \\ M = -uv_0 - u_0v + wr_0 + w_0r, \\ N = uw_0 + 2\,vv_0 + wu_0. \end{cases}$$

Mais, lorsque le plan (u_0, v_0, w_0, r_0) est tangent à la développable Σ, les trois points

$$L=0, \quad M=0, \quad N=0$$

sont en ligne droite et se trouvent sur la génératrice de contact. L'équation (14) représente donc deux points situés sur cette génératrice de contact, puisqu'on peut poser identiquement

$$L = a\,M + b\,N,$$

a et b étant des constantes. La proposition énoncée se trouve ainsi démontrée.

49. THÉORÈME XXXVII. *On considère une droite fixe située dans l'un des plans tangents à la développable* Σ ; *par chaque point de cette droite on mène les plans tangents à la développable; la droite, intersection de ces deux plans tangents, engendre une surface du second ordre inscrite dans la développable* Σ.

On peut supposer que la droite donnée est située dans le plan ABC, de sorte que ses équations seront

$$au + bv = 0, \qquad b_1 v + c_1 w = 0;$$

les quantités A, B, C, (6) N° [48] sont alors nulles, et l'équation (8) N° [48] se réduit à

$$N\,(C_1 L + B_1 M + A_1 N) = 0;$$

donc, la surface décrite par la droite intersection des plans tangents qui ne se trouve pas dans le plan ABC, est la surface du second ordre

$$C_1 . L + B_1 M + A_1 N = 0,$$

ou

$$+ C_1 (u^2 + vr) + B_1 (wr - uv) + A_1 (v^2 + uw) = 0;$$

c'est évidemment l'équation d'une surface du second ordre inscrite dans la développable Σ.

50. THÉORÈME XXXVIII. *La surface engendrée par une droite qui s'appuie :* 1° *sur la droite intersection de deux plans tangents fixes à la développable* Σ ; 2° *sur la corde qui joint les points de*

ces deux plans tangents avec l'arête de rebroussement ; 3° sur l'arête de rebroussement de la développable Σ, *est une surface gauche de 4e classe et, par suite, de 4e ordre.*

On peut prendre l'arête A B du tétraèdre de référence pour l'intersection de deux plans tangents à la développable Σ, et pour arête C D la corde qui joint leurs points de contact C et D avec l'arête de rebroussement.

L'équation d'un point quelconque situé sur la droite A B sera :

$$(4) \qquad v = \lambda u ;$$

celle d'un point situé sur la droite C D sera

$$(2) \qquad w = \mu r ;$$

enfin, l'équation d'un point quelconque de l'arête de rebroussement est (VIII) N° [11] ;

$$(3) \qquad \rho^3 w + 3\rho^2 v - 3\rho u - r = 0.$$

Les conditions pour que ces trois points soient en ligne droite sont :

$$(4) \qquad \lambda\rho = 1, \qquad \mu\rho^3 = 1.$$

On obtiendra l'équation de la surface engendrée en éliminant λ, μ, ρ, entre les équations qui précèdent ; on est ainsi conduit à l'équation unique :

$$(S) \quad (5) \qquad u^3 w - v^3 r = 0 ;$$

c'est l'*équation tangentielle de la surface engendrée*. On trouve facilement pour l'*équation ponctuelle de cette même surface* :

$$(S) \quad (5\ bis) \qquad x^3 z - y^3 t = 0 ;$$

c'est une surface de 4e classe et de 4e ordre.

La simplicité de ces équations permet de constater de suite les propriétés suivantes que je ne ferai qu'énoncer :

1° *La corde* C D *de l'arête de rebroussement est une* DROITE TRIPLE *pour la surface* S ; *tout plan, passant par* C D, *coupe la surface* S *suivant trois droites coïncidant avec* C D *et suivant une quatrième droite située dans un plan passant par* A B, *intersection de deux plans tangents* A B C *et* A B D. *Chaque point de la droite* C D *est un point triple de rebroussement conique pour la surface* S, *c'est-à-dire que les tangentes proprement dites à la surface sont situées dans trois plans distincts passant par la droite* C D.

2° *La droite* A B *est une droite simple pour la surface* S ; *mais, un plan quelconque passant par* A B, *est un plan tangent triple ; il coupe la surface suivant la droite* A B *et suivant trois autres droites distinctes situées dans un plan passant par* C D ; *ces trois droites se coupent donc en un même point de* C D.

3° *Un plan quelconque coupe la surface* S *suivant une courbe du* 4e *ordre ayant un point triple sur* C D ; *cette courbe est de* 6e *classe et possède six points d'inflexion et quatre tangentes doubles.*

4° *Tout plan, passant par* B C, *coupe la surface* S *suivant la droite* B C *et suivant une courbe de* 3e *ordre et de* 3e *classe ; le point* C *est le point de rebroussement ; le point d'inflexion se trouve sur l'intersection du plan sécant avec la droite* A D. *La même propriété a lieu pour un plan quelconque passant par* A D, *et le point d'inflexion se trouve sur* B C.

51. THÉORÈME XXXIX. *La droite, intersection de deux plans tangents à la développable* Σ *et en même temps conjugués par rapport à une surface fixe du second ordre, engendre une surface gauche de* 6e *classe, et par suite de* 6e *ordre. Cette surface gauche est inscrite dans la développable* Σ ; *les plans tangents de la développable sont des plans tangents triples pour la surface gauche ; et chacun de ces plans touche la surface gauche en trois points qui sont situés sur la génératrice de contact du même plan avec la développable* Σ.

En particulier : *La droite, intersection de deux plans tangents à la développable et perpendiculaires entre eux, engendre une surface gauche de 6e classe jouissant des propriétés ci-dessus énoncées.*

Si les équations de deux plans sont :

$$(1)\qquad \begin{cases} ax + by + cz + dt = 0, \\ a_1 x + b_1 y + c_1 z + d_1 t = 0, \end{cases}$$

la condition pour que ces deux plans soient *conjugués* par rapport à une surface fixe de second ordre est de la forme

$$(2)\qquad \left\{ \begin{array}{l} A_{11} aa_1 + A_{22} bb_1 + A_{33} cc_1 + A_{44} dd_1 + 2A_{12}(ab_1 + a_1 b) + 2A_{13}(ac_1 + a_1 c) \\ + A_{14}(ad_1 + a_1 d) + A_{23}(bc_1 + b_1 c) + A_{24}(bd_1 + b_1 d) + A_{34}(cd_1 + c_1 d) \end{array} \right\} = 0$$

les A_{rs} sont des constantes déterminées. La relation qui exprime que les deux plans (1) sont rectangulaires a précisément la même forme que la relation (2).

Or, si nous considérons deux plans tangents à la développable Σ, les équations des deux plans seront (II) N° [11] :

$$(3)\qquad \begin{cases} k_1^3 t - k_1^2 x - k_1 y + z = 0, \\ k_2^3 t - k_2^2 x - k_2 y + z = 0; \end{cases}$$

et la relation (2) prendra la forme suivante :

$$(4)\left\{ \begin{array}{l} A_{44} k_1^3 k_2^3 + A_{11} k_1^2 k_2^2 + A_{22} k_1 k_2 + A_{33} - (k_1 + k_2)[A_{14} k_1^2 k_2^2 + (A_{34} - A_{12}) k_1 k_2 - A_{23}] \\ \qquad - (k_1^2 + k_2^2)[A_{24} k_1 k_2 - A_{34}(k_1 + k_2) + A_{13}]. \end{array} \right\}$$

De là nous concluons en passant :

Etant choisi un plan tangent à la développable Σ, il y a trois autres plans tangents qui sont conjugués du plan choisi ;

En particulier : *il y a trois plans tangents perpendiculaires au plan choisi ; un de ces plans est donc toujours réel.*

Si maintenant on désigne par u, v, w, r, les coordonnées d'un

plan quelconque passant par l'intersection des deux plans (3), on aura N° [24], équat. XIV ou (5) :

$$(5)\qquad k_1+k_2=\frac{uv-wr}{v^2+uw},\qquad k_1k_2=\frac{u^2+vr}{v^2+uw}$$

Si nous posons encore comme il a été fait au N° [48] :

$$(6)\qquad \begin{cases} \mathrm{L}=u^2+vr,\\ \mathrm{M}=wr-uv,\\ \mathrm{N}=v^2+uw, \end{cases}$$

et si l'on substitue les valeurs (5) dans la relation (4), on trouve pour l'*équation tangentielle de la surface engendrée :*

$$(\Delta)\quad (7)\quad \left\{\begin{array}{l} a_1\mathrm{L}^3+b_2\mathrm{M}^3+c_3\mathrm{N}^3+3a_2\mathrm{L}^2\mathrm{M}+3a_3\mathrm{L}^2\mathrm{N}+3b\mathrm{M}^2\mathrm{L}\\ +3b_3\mathrm{M}^2\mathrm{N}+3c_1\mathrm{N}^2\mathrm{L}+3c_2\mathrm{N}^2\mathrm{M}+6d\mathrm{L}\mathrm{M}\mathrm{N} \end{array}\right\}=0,$$

les a_i, b_i, c_i, d_i sont des constantes; nous écrirons cette équation sous la forme abrégée suivante :

$$(\Delta)\quad (7\ bis)\quad \Delta(\mathrm{L},\mathrm{M},\mathrm{N})=f(u,v,w,r)=0,$$

On voit que la surface engendrée Δ *est de la* 6^e *classe; elle est, par suite, du* 6^e *ordre*, puisque c'est une surface réglée gauche.

Les dérivées de la fonction f pourront s'écrire :

$$\frac{df}{du}=\frac{d\Delta}{d\mathrm{L}}\frac{d\mathrm{L}}{du}+\frac{d\Delta}{d\mathrm{M}}\cdot\frac{d\mathrm{M}}{du}+\frac{d\Delta}{d\mathrm{N}}\cdot\frac{d\mathrm{N}}{du};$$

. . . . . .

$$(8)\qquad \frac{d^2f}{du^2}=\left\{\begin{array}{l} \dfrac{d^2\Delta}{d\mathrm{L}^2}\cdot\left(\dfrac{d\mathrm{L}}{du}\right)^2+\dfrac{d^2\Delta}{d\mathrm{M}}\cdot\left(\dfrac{d\mathrm{M}}{du}\right)^2+\dfrac{d^2\Delta}{d\mathrm{N}^2}\cdot\left(\dfrac{d\mathrm{N}}{du}\right)^2+\\ \qquad +2\dfrac{d^2\Delta}{d\mathrm{L}\,d\mathrm{M}}\dfrac{d\mathrm{L}}{du}\dfrac{d\mathrm{M}}{du}+2\dfrac{d^2\Delta}{d\mathrm{L}\,d\mathrm{N}}\dfrac{d\mathrm{L}}{du}\dfrac{d\mathrm{N}}{du}\\ +2\dfrac{d^2\Delta}{d\mathrm{M}\,d\mathrm{N}}\dfrac{d\mathrm{M}}{du}\dfrac{d\mathrm{N}}{du}+\dfrac{d\Delta}{d\mathrm{L}}\dfrac{d^2\mathrm{L}}{du^2}+\dfrac{d\Delta}{d\mathrm{M}}\dfrac{d^2\mathrm{M}}{du^2}+\dfrac{d\Delta}{d\mathrm{N}}\dfrac{d^2\mathrm{N}}{du^2} \end{array}\right\};$$

$$\frac{d^2f}{du\,dv} = \left\{ \begin{array}{l} \dfrac{d^2\Delta}{dL^2}\dfrac{dL}{du}\dfrac{dL}{dv} + \ldots + \dfrac{d^2\Delta}{dL\,dM}\left(\dfrac{dL}{du}\dfrac{dM}{dv} + \dfrac{dL}{dv}\dfrac{dM}{du}\right) + \ldots \\ \qquad + \dfrac{d\Delta}{dL}\dfrac{d^2L}{du\,dv} + \dfrac{d\Delta}{dM}\dfrac{d^2M}{du\,dv} + \dfrac{d\Delta}{dN}\dfrac{d^2N}{du\,dv} \end{array} \right.$$

(8) . . . . . .

$$\frac{d^3f}{du_3} = \left\{ \begin{array}{l} \dfrac{d^3\Delta}{dL^3}\left(\dfrac{dL}{du}\right)^3 + \ldots + 3\dfrac{d^3\Delta}{dL^2dM}\left(\dfrac{dL}{du}\right)^2\dfrac{dM}{du} + \ldots + 6\dfrac{d^3\Delta}{dL\,dM\,dN}\dfrac{dL}{du} \\ \qquad + 3\dfrac{d^2\Delta}{dL\,dM}\dfrac{d^2L}{du^2}\dfrac{dM}{du} + \ldots + \dfrac{d\Delta}{dL}\dfrac{d^3L}{du^3} + \ldots \end{array} \right.$$

Si maintenant u_0, v_0, w_0, r_0, sont les coordonnées d'un plan tangent à la développable Σ, ces coordonnées annulent les fonctions L, M, N ; elles annuleront par suite, les dérivées premières et secondes de la fonction Δ par rapport à L, M, N, car ces dérivées sont des fonctions homogènes des quantités L, M, N. De là nous concluons :

1° Que la surface Δ est touchée par tous les plans tangents à la développable Σ ;

2° Que ces plans sont des plans tangents triples pour la surface Δ ; car, d'après les identités (8), il est visible que toutes les dérivées secondes

$$\frac{d^2f}{du^2},\ \frac{d^2f}{dv^2},\ \frac{d^2f}{dw^2},\ \frac{d^2f}{dr^2},\ \frac{d^2f}{du\,dv},\ \frac{d^2f}{du\,dw},\ \frac{d^2f}{du\,dr},\ \frac{d^2f}{dv\,dw},\ \frac{d^2f}{dv\,dr},$$

sont annulées par les coordonnées du plan considéré.

L'équation tangentielle de la courbe de contact d'un de ces *plans triples* sera l'*équation de la polaire de 3e classe de ce plan* laquelle est :

$$(9) \qquad \left(u\frac{d.}{du} + v\frac{d.}{dv} + w\frac{d.}{dw} + r\frac{d.}{dr}\right)^3 f_0 = 0 ;$$

(Voir *Nouvelles Annales*, année 1866, ou *Mémoires de la Soc des Sciences de Lille*, 1865, *loc cit*).

Si l'on développe l'équation symbolique (9), en ayant égard aux valeurs (9) et aux notations (11) du N° [48], on trouve :

$$(10)\quad \left.\begin{array}{l} L^3\left(\dfrac{d^3\Delta}{dL_3}\right)_0 + M^3\left(\dfrac{d^3\Delta}{dM^3}\right)_0 + \ldots + 6\,LMN\left(\dfrac{d^3\Delta}{dL\,dM\,dN}\right)_0 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{array}\right\} = 0;$$

les termes non écrits ne renfermant que les dérivées premières et secondes de la fonction Δ (L, M, N).

Le plan considéré (u_0, v_0, w_0, r_0) étant tangent à la développable Σ, ces derniers termes disparaissent, et la *polaire de 3e classe* de ce plan, par rapport à la surface (7), a pour équation :

$$(11)\quad a_1 L^3 + b_2 M^3 + c_3 N^3 + 3\,a_2 L^2 M + \ldots + 6\,d\,LMN = 0.$$

L'équation (11) représente la courbe de contact du plan tangent triple (u_0, v_0, w_0, r_0) avec la surface Δ. Mais, d'après la définition (6) des fonctions L, M, N, et la signification (11) N°[48] des lettres L, M, N, on voit que les trois points

$$L = 0, \quad M = 0, \quad N = 0,$$

sont sur une même droite qui est la génératrice de contact du plan (u_0, v_0, w_0, r_0) avec la développable Σ. D'après cela on peut poser identiquement

$$L = a\,M + b\,N,$$

a et b étant des constantes ; et l'équation (11) deviendra :

$$(11\ bis)\quad c_0 M^3 + c_1 M^2 N + c_2 M N^2 + c_3 N^3 = 0;$$

c'est-à-dire que la courbe de contact du plan tangent triple se compose de trois points en ligne droite situés sur la génératrice de contact de ce plan avec la développable. Ce qui complète la démonstration du théorème énoncé.

§ V.

PROPRIÉTÉS DES POLAIRES D'UN POINT PAR RAPPORT A LA DÉVELOPPABLE DE 3e CLASSE ET DE 4e ORDRE

52. L'équation ponctuelle de la développable Σ est (équat. VI N° [11] :

$$(1)\quad F(x,y,z,t) = x^2y^2 - 27z^2t^2 + 4x^3z + 4y^3t + 18xyzt = 0;$$

et si l'on pose

$$(\text{XFIV})\quad (2)\quad \begin{cases} P = x^2 + 3yt, \\ Q = y^2 + 3zx, \\ R = xy - 9zt, \end{cases}$$

on pourra écrire :

$$(3)\quad 3.F(x,y,z,t) = 4PQ - R^2.$$

Les dérivées premières de F sont :

$$(4)\quad \begin{cases} \frac{1}{2}\dfrac{dF}{dx} = xy^2 + 6x^2z + 9yzt, \\ \frac{1}{2}\dfrac{dF}{dy} = x^2y + 6y^2t + 9xzt, \\ \frac{1}{2}\dfrac{dF}{dz} = -27zt^2 + 2x^3 + 9xyt, \\ \frac{1}{2}\dfrac{dF}{dt} = -27z^2t + 2y^3 + 9xyz; \end{cases}$$

ces dérivées peuvent aussi s'écrire, en ayant égard aux nota-

tions (2) :

$$(4\ bis)\quad \begin{cases} \frac{1}{2}\dfrac{dF}{dx} = Qx + 3Pz, \\ \frac{1}{2}\dfrac{dF}{dy} = Py + 3Qt, \\ \frac{1}{2}\dfrac{dF}{dz} = 2Px + 3Rt, \\ \frac{1}{2}\dfrac{dF}{dt} = 2Qy + 3Rz. \end{cases}$$

Les dérivées secondes de la fonction F sont :

$$\frac{1}{2}\frac{d^2F}{dx^2} = y^2 + 12xz; \quad \frac{1}{2}\frac{d^2F}{dxdy} = 2xy - 9zt, \quad \frac{1}{2}\frac{d^2F}{dy\,dz} = 9xt,$$

$$\frac{1}{2}\frac{d^2F}{dy^2} = x^2 + 12yt \quad \frac{1}{2}\frac{d^2F}{dx\,dz} = 6x^2 + 9yt, \quad \frac{1}{2}\frac{d^2F}{dy\,dt} = 6y^2 + 9xz,$$

$$\frac{1}{2}\frac{d^2F}{dz^2} = -27t^2; \quad \frac{1}{2}\frac{d^2F}{dx\,dt} = 9yz; \quad \frac{1}{2}\frac{d^2F}{dz\,dt} = 9xy - 54zt.$$

$$\frac{1}{2}\frac{d^2F}{dt^2} = -27z^2;$$

Rappelons que les quantités P, Q, R, égalées à zéro, déterminent l'arête de rebroussement de la développable.

I° PLAN POLAIRE D'UN POINT.

53. L'équation du plan polaire d'un point (x_0, y_0, z_0, t_0) est :

$$x\left(\frac{dF}{dx}\right)_0 + y\left(\frac{dF}{dy}\right)_0 + z\left(\frac{dF}{dz}\right)_0 + t\left(\frac{dF}{dt}\right)_0 = 0;$$

ou, en ayant égard aux identités (4) et (4 *bis*)

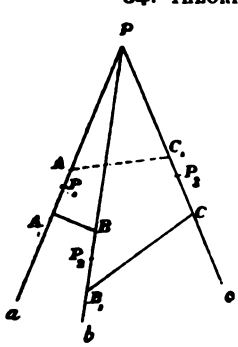
$$(1)\quad \left\{\begin{array}{l} x\,[x_0y_0^2+6x_0^2z_0+9y_0z_0t_0]+y\,[x_0^2y_0+6y_0^2t_0+9x_0z_0t_0] \\ +y\,[-27z_0t_0^2+2x_0^3+9x_0y_0t_0]+t\,[-27z_0^2t_0+2y_0^3+9x_0y_0z_0] \end{array}\right\} =$$

cette équation peut aussi s'écrire :

$$(1\ bis)\quad x[Q_0x_0+P_0z_0]+y[P_0y_0+3Q_0t_0]+z[2P_0x_0+3R_0t_0]+t[3Q_0y_0+3R_0z_0$$

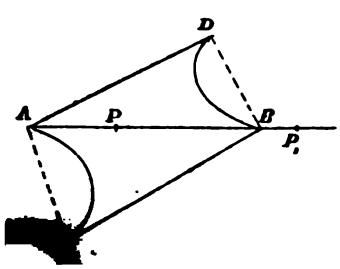
La forme (1 *bis*) de l'équation du plan polaire nous montre que cette équation se réduit à une identité lorsque le point (x_0, y_0, z_0, t_0) est situé sur l'arête de rebroussement de la développable; ce qui devait être, puisque les points de l'arête de rebroussement sont des points doubles pour la développable Σ.

54. THÉORÈME XI. *Si par un point* P *on mène les trois plans tangents à la développable* Σ ; *si* Pa, Pb, Pc, *sont les intersections de ces plans deux à deux , et que* B_1C, C_1A, A_1B, *soient les génératrices respectives de contact des plans* Pbc, Pca, Pab, *avec la développable; le* PLAN POLAIRE *du point* P *coupera les droites* Pa, Pb, Pc, *en trois points* P_1, P_2, P_3, *qui sont respectivement les conjugués harmoniques du point* P *par rapport aux couples* (A, A_1), (B, B_1), *et* (C, C_1).



Nous pouvons, sans restreindre la généralité de la question, supposer que le point P se trouve sur l'arête AB du tétraèdre de référence, car cette droite est l'intersection de deux plans tangents ABC et ABD ; on aura alors $z_0 = 0$, $t_0 = 0$, et l'équation du plan polaire sera (1) N° [53] :

$$(2)\quad x_0y_0^2x + x_0^2y_0y + 2x_0^3z + 2y_0^3t =$$



Les points A et B sont les rencontres des ratrices de contact AD et BC avec l'intersecti

deux des plans tangents menés par le point P ; x_0, y_0, $z_0 = 0$, $t_0 = 0$, étant les coordonnées du point P, les coordonnées du point P_1, conjugué harmonique de P par rapport au système (A, B)), seront :

$$x_0, -y_0, \quad z_0 = 0, \quad t_0 = 0.$$

Or l'équation (2) est visiblement vérifiée par ces dernières valeurs ; d'ailleurs, rien ne distingue la droite AB, intersection des plans tangents ABC et ABD, des autres droites intersections des plans tangents menés par le point P ; la proposition est donc démontrée.

65. THÉORÈME XLI. 1° *Lorsqu'un point décrit un plan* Π, *son plan polaire enveloppe une surface de troisième classe ; cette surface est précisément la* PREMIÈRE POLAIRE *du plan* Π *par rapport à l'arête de rebroussement de la développable* Σ ; *cette surface est inscrite dans la développable* Σ *suivant son arête de rebroussement.*

N. B. *Dans le cas d'une surface générale de 4e ordre, la surface enveloppe du plan polaire d'un point décrivant un plan fixe serait une surface de 9e classe.*

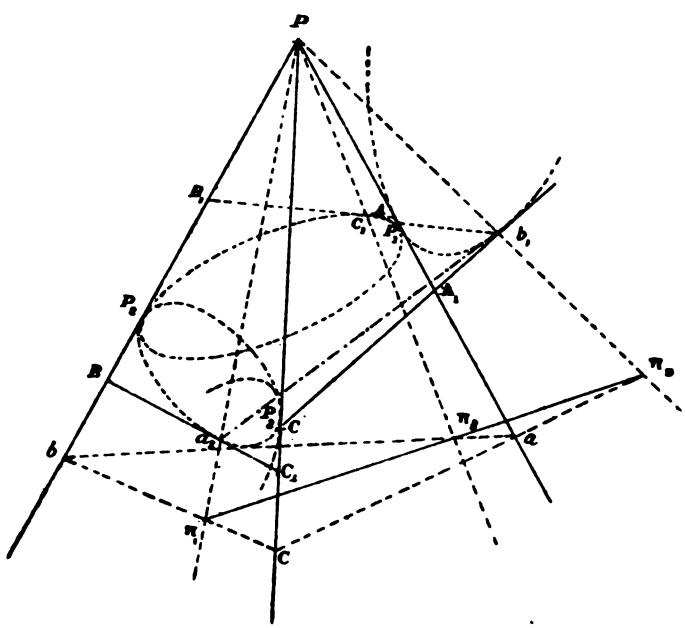
« Appelons G la surface ainsi enveloppée ; désignons par » a_1, b_1, c_1, les points où le plan Π rencontre l'arête de rebrous- » sement de la développable Σ ; les plans osculateurs P*bc*, P*ca*. » P*ab*, en ces points se rencontrent en un point P qui se trouve » dans le plan Π N° [16] ; de sorte que le plan Π, dans la figure » est le plan P $\Pi_1 \Pi_2 \Pi_3$. Les droites P*a*. P*b*, P*c*, sont les inter- » sections deux à deux des trois plans P*bc*, P*ca*, P*ab*, tangents à la » développable Σ ; leurs génératrices de contact seront respec- » tivement B C_1, C A_1, A B_1, par exemple ; P_1, P_2, P_3. seront » les intersections, avec les arêtes P*a*, P*b*, P*c*, du plan polaire » du point P par rapport à la développable Σ, N° [54] ; nous » avons alors les propriétés suivantes : »

2° *La surface* G *contient les trois génératrices de contact* BC_1, CA_1, AB_1,

3° *Les plans osculateurs* Pbc, Pca, Pab, *sont des plans tangents doubles pour la surface* G ; *leurs courbes de contact sont des coniques proprement dites. Pour le plan* Pbc, *la conique est tangente aux droites* BC_1, BP, C_1P, *aux points* a_1, P_2 P_3 ; *pour le plan* Pca, *la conique touche les droites* CA_1, CP, A_1P, *aux points* b_1, P_3, P_1 ; *pour le plan* Pab, *la conique touche les droites* AB_1, AP, B_1P, *aux points* c_1, P_1, P_2.

4° *Enfin, la surface* G *touche les plans menés par une quelconque des cordes* b_1c_1, c_1a_1, a_1b_1, *et par les tangentes à l'arête de rebroussement aux extrémités de chacune de ces cordes; de sorte que la surface* G *touche les six plans*

$b_1c_1A_1C$, $b_1c_1AB_1$; $c_1a_1AB_1$, $c_1a_1BC_1$; $a_1b_1BC_1$, $a_1b_1A_1C$.



Le plan considéré, Π, rencontre l'arête de rebroussement en trois points; nous pouvons donc supposer N° [24] que ce plan passe par l'arête CD du tétraèdre de référence, c'est-à-dire que son équation est de la forme

$$(3)\quad (\Pi) \qquad x - ay = 0.$$

Les coordonnées d'un point (x_0, y_0, z_0, t_0) situé dans ce plan devront vérifier la relation (3); et d'après l'équation (1) N°[53], l'équation du plan polaire de ce point sera :

$$(4)\quad \left\{ \begin{array}{c} x(a+6a^2\alpha+9\alpha\beta)+y(a^2+6\beta+9a\alpha\beta)+z(-27\alpha\beta+2a^3+9a\beta) \\ +t(-27\alpha^2\beta+2+9a\alpha) \end{array} \right\} = 0,$$

après avoir posé

$$\frac{z_0}{y_0} = \alpha, \quad \frac{t_0}{y_0} = \beta.$$

Si l'on désigne par u, v, w, r, les coordonnées du plan (4), on aura :

$$\frac{a+6a^2\alpha+9\alpha\beta}{u} = \frac{a^2+6\beta+9a\alpha\beta}{v} = \frac{2a^3+9a\beta-27\alpha\beta^2}{w} = \frac{2+9a\alpha-27\alpha^2\beta}{r} = \lambda$$

Nous obtiendrons la surface enveloppe du plan (4) en éliminant α, β, λ, entre les quatre équations :

$$(1^\circ)\quad a+6a^2\alpha+9\alpha\beta = \lambda u,$$
$$(2^\circ)\quad a^2+6\beta+9a\alpha\beta = \lambda v,$$
$$(3^\circ)\quad 2a^3+9a\beta-27\alpha\beta^2 = \lambda w,$$
$$(4^\circ)\quad 2+9a\alpha-27\alpha^2\beta = \lambda r.$$

Pour cela, multiplions les équations (1°), (2°), (3°) par $+3\beta$, $-2a$, $+1$ respectivement et ajoutons, il vient :

$$(5^\circ)\quad 3u\beta + w - 2av = 0;$$

puis multiplions les équations (1°), (2°), (4°) par -2, $+3\alpha$, $+\alpha$ respectivement et ajoutons, il vient :

$$(6°) \qquad 3v\alpha + ar - 2u = 0;$$

enfin éliminons λ entre (1°) et (2°), on a :

$$(7°) \quad (a + 6a^2\alpha + 9\alpha\beta)\, v = (a^2 + 6\beta + 9a\alpha\beta)\, u.$$

L'élimination de α et β entre les équations (5°), (6°), (7°), s'effectue immédiatement et on trouve pour *l'équation tangentielle de la surface enveloppe* :

$$(XXV) \quad G = uv^2 + vwr + 2u^2w - a\,(u^2v + uwr + 2v^2r) = 0;$$

ainsi *lorsqu'un point décrit un plan fixe, son plan polaire enveloppe une surface de 3e classe;* (XXV) est l'équation de cette surface, lorsque l'équation du plan fixe est

$$x - ay = 0.$$

Mais si l'on se rappelle l'équation tangentielle de l'arête de rebroussement de la développable Σ (X) n° [11] :

$$\varphi(u,v,w,r) = 3u^2v^2 - w^2r^2 + 4v^3r + 4u^3w + 6uvwr = 0;$$

la *première polaire d'un plan* (u_0, v_0, w_0, r_0), par rapport à cette courbe gauche, est : (*Nouvelles annales*, 1866, ou *Mémoires de la Société des Sciences* de Lille).

$$u_0 \frac{d\varphi}{du} + v_0 \frac{d\varphi}{dv} + w_0 \frac{d\varphi}{dw} + r_0 \frac{d\varphi}{dr} = 0;$$

or les coordonnées du plan Π (3) sont $u_0 = -av_0$, $w_0 = 0$, $r_0 = 0$, et l'équation qui précède donne précisément l'équation (XXV) de la surface G.

Nous sommes donc conduits à cette propriété très-remarquable :

Lorsqu'un point décrit un plan fixe, le plan polaire de ce point par rapport à la développable Σ *enveloppe une surface qui est* LA

PREMIÈRE POLAIRE DU PLAN FIXE *par rapport à l'arête de rebroussement de cette développable.*

L'équation de la surface enveloppée, G, est donc :

$$(6)\quad G = uv^2 + vwr + 2u^2w - a(u^2v + uwr + 2v^2r) = 0;$$

les dérivées du premier membre de l'équation (6) sont :

$$(7)\quad \begin{cases} \dfrac{dG}{du} = v^2 + 4uw - a(2uv + wr), \\ \dfrac{dG}{dv} = 2uv + wr - a(u^2 + 4vr) \\ \dfrac{dG}{dw} = vr + 2u^2 - a.ur, \\ \dfrac{dG}{dr} = vw - a(uw + 2v^2). \end{cases}$$

Les coordonnées d'un plan tangent quelconque à la développable Σ sont, d'après l'équation (III) N° [11] :

$$(8)\quad \frac{u_0}{-k^2} = \frac{v_0}{-k} = \frac{w_0}{1} = \frac{r_0}{k^3};$$

or ces valeurs vérifient évidemment l'équation (6) ; ainsi *la surface* G *est inscrite dans la développable* Σ.

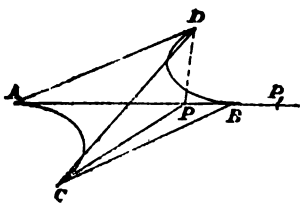
D'ailleurs, l'équation du point de contact d'un plan (u_0, v_0, w_0, r_0) tangent à la surface G est

$$u\left(\frac{dG}{du}\right)_0 + v\left(\frac{dG}{dv}\right)_0 + w\left(\frac{dG}{dw}\right)_0 + r\left(\frac{dG}{dr}\right)_0 = 0;$$

et, si l'on a égard aux valeurs (7) et (8), cette dernière équation devient

$$k^3w + 3k^2v - 3ku - r = 0;$$

on reconnaît là l'équation d'un point de l'arête de rebroussement (VIII, N° [11]; *la surface* G *est donc inscrite dans la développable* Σ *suivant son arête de rebroussement.*



Le plan π, que décrit le point dont le plan polaire enveloppe la surface G, a pour équation

$$(9) \qquad x - ay = 0;$$

ce plan rencontre l'arête de rebroussement de la développable en trois points ; C et D sont deux de ces points ; A BC et ABD sont les plans tangents correspondants de la développable, BC et AD sont respectivement les génératrices de contact. Or les plans ABC ($u = 0$, $v = 0$, $w = 0$) et ABD ($u = 0$, $v = 0$, $r = 0$) sont des plans tangents doubles pour la surface G, car les coordonnées de ces plans annulent visiblement les dérivées premières (7) de la fonction G.

D'ailleurs la courbe de contact d'un plan tangent double (u_0, v_0, w_0; r_0) est

$$(10) \quad u^2\left(\frac{d^2G}{du^2}\right)_0 + v^2\left(\frac{d^2G}{dv^2}\right)_0 + \ldots + 2wr\left(\frac{d^2G}{dwdr}\right)_0 = 0;$$

pour le plan ABC, cette équation se réduit à

$$(11) \qquad 2av^2 = w(v - au).$$

La courbe de contact est une conique proprement dite ; le point ($v - au = 0$) est le conjugué harmoniqne, par rapport aux points A et B, du point P où le plan considéré (9) coupe la droite AB intersection des deux plans tangents ABC et ABD à la développable ; la conique (11) touche les droites BC et BP, aux points C et P_1.

Une conclusion analogue aura lieu pour les trois plans tangents à la développable Σ aux points où le plan donné coupe son arête de rebroussement ; de là la proposition (3°) du théorème en question.

Les plans CDA et CDB sont des plans tangents simples pour

la surface G ; le point de contact du plan C D A , par exemple, est : $u - 2ar = 0$;

ce point se trouve sur la génératrice par laquelle passe le plan C D A. La même conclusion a lieu pour le plan C D B ; de là la proposition 4° du théorème XLI.

On constate enfin que les droites B C et A D, génératrices de contact des plans ABC et ABD avec la développable, appartiennent à la surface G ; les plans, passant par une de ces droites, touchent la surface G en un point qui se déplace sur la droite quand le plan tourne autour de cette droite ; d'où la proposition 2°.

56. THÉORÈME XLII. *Etant donné un plan, il a un point unique qui a pour plan polaire (par rapport à la développable* Σ*) le plan donné ; ce point est le* POINT POLAIRE *du plan donné par rapport à l'arête de rebroussement de la développable. Ou bien encore, en conservant les notations du théorème précédent, si* $P_{\Pi_1 \Pi_2 \Pi_3}$ *est le plan donné, le point qui est le pôle de ce plan est l'intersection des trois plans* $b_1 c_1 P_1$, $c_1 a_1 P_2$, $a_1 b_1 P_3$.

N. B *Dans une surface générale du 4° ordre un plan donné a 27 pôles.*

Nous pouvons supposer que le plan donné passe par l'arête CD du tétraèdre de référence, C et D seront deux des points où il rencontre l'arête de rebroussement ; l'équation de ce plan sera donc :

$$(\Pi) \quad (12) \qquad x - ay = 0.$$

Les cordonnées du pôle de plan, d'après les équations (1) et (1 *bis*) du N° [53], sont données par les égalités suivantes :

$$(13) \quad \begin{cases} a(Qx + 3Pz) + Py + 3Qt = 0, \\ 2Px + 3Rt = 0, \\ 2Qy + 3Rt = 0 ; \end{cases}$$

ces égalités peuvent encore s'écrire :

$$(13\ bis)\begin{cases} a(xy^2+6x^2z+yzt)+x^2y+6y^2t+9xzt=0, \\ 2x^3+9xyt-27zt^2=0, \\ 2y^3+9xyz-27z^2t=0. \end{cases}$$

On a d'abord comme solutions tous les points de l'arête de rebroussement de la développable, comme on le voit par les équations (13) ; mais ce ne sont pas des solutions proprement dites, car pour ces points le plan polaire est indéterminé [N° 53] ; ceci explique la présence de ces solutions dans la question actuelle.

Maintenant retranchons les deux dernières équations (13 *bis*) après les avoir respectivement multipliées par z et t, il vient :

$$x^3z-y^3t=0, \text{ d'où } t=\frac{x^3}{y^3}z;$$

substituons cette valeur de t dans la première et la troisième, on trouve :

$$t=\frac{x^3}{y^3}\ z,\ 2y^6+9xzy^4-27x^3z^3=0,\ (x+ay)(y^2+3xz)^2=0;$$

laissant de côté les solutions qui donnent des points de l'arête de rebroussement, ces dernières égalités deviennent :

$$x=-ay,\quad t=-a^3z,\quad 2y^3-9ay^2z+27a^3z^3=0;$$

ou enfin :

$$(14)\quad x=-ay,\quad t=-a^3z,\quad (y-3az)^2\left(y+\tfrac{1}{2}az\right)=0.$$

Or le point

$$x=-ay,\quad t=-a^3z,\quad y=-3az$$

appartient encore à l'arête de rebroussement. On trouve donc ainsi le *point unique*.

$$(XXVI)\quad x=-ay,\quad t=-a^3z,\quad y=-\tfrac{5}{2}az;$$

l'*équation tangentielle* de ce point est :

$$(\text{XXVI } bis) \quad 3a^2u - 3av + 2w - 2a^3r = 0,$$

d'où l'on conclut :

$$\frac{x}{3a^2} = \frac{y}{-3a} = \frac{z}{2} = \frac{t}{-2a^3}.$$

Si u_0, v_0, w_0, r_0, sont les coordonnées du plan donné (12), on a

$$(12\,bis) \quad \frac{u_0}{1} = \frac{v_0}{-a}, \quad w_0 = 0, \quad r_0 = 0;$$

et l'équation tangentielle (XXVI *bis*) pourra s'écrire :

$$(15) \quad 3v_0^2u_0.u + 3v_0u_0^2.v + 2u_0^3w + 2v_0^3r = 0.$$

Or l'équation du *point polaire* d'un plan (u_0, v_0, w_0, r_0) par rapport à l'arête de rebroussement de la développable

$$\varphi(u, v, w, r) = 0$$

est *(Nouvelles annales*, année 1866, ou *Mémoires de la Société)* :

$$(16 \qquad u\left(\frac{d\varphi}{du}\right)_0 + v\left(\frac{d\varphi}{dv}\right)_0 + w\left(\frac{d\varphi}{dw}\right)_0 + r\left(\frac{d\varphi}{dr}\right)_0 = 0;$$

et si l'on se reporte à l'équation (X) N°[11], on constate que l'équation (15) est précisément l'équation du point polaire du plan (12 *bis*). Ainsi :

Etant donné un plan, il y a un point unique dont il est le plan polaire par rapport à la développable, et ce point est le point polaire du plan donné par rapport à l'arête de rebroussement de la développable.

Revenons aux équations (XXVI) ; la première de ces équations représente un plan qui est le conjugué harmonique du plan donné par rapport aux plans CDA et CDB, c'est-à-dire qu'il rencontre la droite AB (intersection des plans osculateurs aux

points C et D où le plan donné rencontre l'arête de rebroussement) en un point P_1 conjugué harmonique du point P où le plan donné coupe la droite AB. De là résulte, en ayant égard au théorème du N° [16], la fin de la proposition énoncée.

57. THÉORÈME LXIII. *Lorsqu'un plan tourne autour d'une droite fixe, le point, dont il est le plan polaire par rapport à la développable* Σ, *décrit une courbe gauche du 3e ordre; cette courbe rencontre l'arête de rebroussement de la développable aux points de contact, avec cette arête, des quatre plans tangents qu'on peut lui mener par la droite fixe, et touche ces quatre plans.*

N. B. *Dans le cas d'une surface générale du 4e ordre, les pôles d'un plan tournant autour d'une droite fixe décrivent une courbe gauche de 9e ordre.*

Par la droite donnée on peut mener quatre plans tangents à l'arête de rebroussement de la développable; il est permis de supposer que le plan CAD est un de ces plans; la droite donnée étant dans ce plan, ses équations pourront être mises sous la forme

$$(17) \qquad w = au, \qquad r = bu.$$

Le plan (u_0, v_0, w_0, r_0) devant passer par cette droite, on aura

$$(18) \qquad w_0 = au_0, \qquad r_0 = bu_0;$$

or le pôle de ce plan, par rapport à la développable, est le point polaire du même plan par rapport à l'arête de rebroussement N°[56]; donc, eu égard à l'équation (X) N°[11], à l'équation (16) N°[55], et aux relations (18), l'équation du pôle du plan considéré sera

$$\left.\begin{aligned} &3u[u_0v_0^2 + 2au_0^3 + abv_0u_0^2] + 3v[u_0^2v_0 + 2bu_0v_0^2 + abu_0^3] \\ &+ w[-ab^2u_0^3 + 2u_0^3 + 3bu_0^2v_0] + r[-a^2bu_0^3 + 2v_0^3 + 3au_0^2v_0] \end{aligned}\right\} = 0.$$

En ordonnant et représentant par k le rapport $\frac{v_0}{u_0}$, cette dernière équation s'écrira

$$(19)\quad 2rk^3+3(u+2bv)k^2+3(abu+v+bw+ar)k+(6au+3abv+(2-ab^2)w-a^2br=0;$$

équation de la forme :

$$(19\ bis)\qquad rk^3+3k^2U-3kV-W=0.$$

Le point représenté par l'équation (19 *bis*) décrit évidemment une cubique gauche ; et si l'on se reporte aux équations (VIII) et (X) du N° [11], on voit que l'équation tangentielle de cette cubique est

$$(20)\qquad 3U^2V^2-W^2r^2+4V^3r+4U^3W+6UVWr=0.$$

Or le point $r=0$ ou D appartient à la courbe (20), car lorsqu'on fait $r=0$ le premier membre de l'équation restante admet un facteur au carré ; la tangente en ce point est la droite

$$r=0,\quad u+2bv=0,$$

située dans le plan ADB. Le point D est précisément le point de contact, avec l'arête de rebroussement, d'un plan tangent à la développable mené par la droite donnée, savoir le plan CAD. La proposition énoncée se trouve donc démontrée.

58. THÉORÈME LXIV. *Lorsqu'un point* P *décrit une droite fixe, son plan polaire enveloppe une développable de* 3^e *classe et de* 4^e *ordre, laquelle touche la développable primitive aux quatre points de l'arête de rebroussement qui sont les points de contact des plans tangents à la développable* Σ *aux points où elle est rencontrée par la droite fixe.*

N. B. *Dans le cas d'une surface générale du* 4^e *ordre, l'enveloppe est également une développable de* 3^e *classe.*

La droite fixe rencontre la développable Σ en quatre points ;

nous pouvons supposer que le point B est un de ces points ; les équations de la droite seront alors de la forme

$$(21) \qquad z = ax, \quad t = bx;$$

le point (x_0, y_0, z_0, t_0) devant se trouver sur cette droite, on aura

$$(21\,bis) \qquad z_0 = a x_0, \quad t_0 = b x_0;$$

et, d'après l'équation (1) N°[53] et les relations (21 *bis*), l'équation du plan polaire de ce point sera

$$\left.\begin{aligned} &x(x_0 y_0^2 + 6 a x_0^3 + 9 a b x_0^2 y_0) + y(x_0^2 y_0 + 6 b y_0^2 x_0 + 9 a b x_0^3) \\ &+ z(-27 a b^2 x_0^3 + 2 x_0^3 + 9 b x_0^2 y_0) + t(-27 a^2 b x_0^3 + 2 y_0^3 + 9 a x_0^2 y_0) \end{aligned}\right\} = 0$$

En ordonnant et représentant par k le rapport $\frac{y_0}{x_0}$, cette dernière équation s'écrira :

$$(22) \quad \begin{aligned} &2t.k^3 + (x + 6by)k^2 + (9abx + y + 9bz + 9at)k + \\ &+ (6ax + 9aby + (2 - 27a^2 b)z - 27a^2 bt) = 0; \end{aligned}$$

équation de la forme

$$(22\,bis) \qquad k^3 t - k^2 X - k Y + Z = 0.$$

Le plan, représenté par cette équation, enveloppe une développable de 3e classe ; et si l'on se reporte aux équations (II) et (VI) du N°[11], on voit que l'équation ponctuelle de cette développable est

$$(13) \quad X^2 Y^2 - 27 Z^2 t^2 + 4 X^3 Z + 4 Y^3 t + 18 X Y Z t = 0.$$

Le plan $t = 0$ touche cette surface suivant la droite

$$t = 0, \quad x + 6by = 0,$$

c'est-à-dire suivant une droite passant par le point C, qui est le point où l'arête de rebroussement est touchée par le plan tangent en B ; ce qui démontre la proposition énoncée.

59. THÉORÈME XLV. *Lorsqu'un point* P *décrit une corde de l'arête de rebroussement de la développable* Σ, *son plan polaire passe constamment par l'intersection des plans osculateurs à l'arête de rebroussement aux points où elle est rencontrée par la droite en question. Les deux plans osculateurs, le plan polaire du point* P, *et le plan passant par le point* P *et l'intersection des deux plans osculateurs, forment un système harmonique.*

Nous pouvons supposer que la corde en question est l'arête CD du tétraèdre de référence ; les coordonnées d'un point P, situé sur CD, seront

$$x_0 = 0, \quad y_0 = 0, \quad z_0, \quad t_0 ;$$

et, d'après l'équation (1) N° [53], l'équation du plan polaire de ce point sera

$$(24) \qquad z t_0 + z_0 t = 0.$$

Or ce plan passe par la droite AB quels que soient z_0 et t_0. L'équation du plan, passant par AB et le point P, est

$$(25) \qquad z t_0 - z_0 t = 0 ;$$

les deux plans (24) et (25) sont évidemment conjugués harmoniques par rapport aux plans $z = 0$ et $t = 0$, c'est-à-dire ABD et ABC. Donc.....

60. THÉORÈME XLVI. *Les plans polaires, par rapport à la développable* Σ, *des points d'une surface* S *d'ordre* m, *enveloppent une surface* T *de classe* 3 m ; *la surface* T *est inscrite dans la développable* Σ.

N. B. *Dans le cas d'une surface générale de 4e ordre, la surface* T *est de la classe* 9 m.

D'après l'équation (16) N° [56] et l'équation (X) N° [11], le

pôle d'un plan $(u_0, v_0, v_0, r_0$ aura pour équation :

$$\left.\begin{array}{l} 3u\,[u_0v_0^2+v_0w_0r_0+2u_0^2w_0]+3v\,[u_0^2v_0+u_0w_0r_0+2v_0^2r_0] \\ +w\,[-w_0r_0^2+2u_0^3+3u_0v_0r_0]+r\,[-w_0^2r_0+2v_0^3+3u_0v_0w_0] \end{array}\right\} =$$

de sorte que si x, y, z, t, sont les coordonnées de ce point, on aura

$$(27)\quad \frac{x}{3[u_0v_0^2+v_0w_0r_0+2u_0^2w_0]} = \frac{y}{3[u_0^2+u_0v_0w_0r_0+2v_0^2r_0]} =$$

$$= \frac{z}{-w_0r_0^2+2u_0^3+3u_0v_0r_0} = \frac{t}{-w_0^2r_0+2v_0^3+3u_0v_0w_0}.$$

Mais le point (x, y, z, t) est assujetti à décrire la surface d'ordre m :

$$(28)\qquad S\,(x, y, z, t)=0;$$

on aura donc pour l'enveloppe du plan (u_0, v_0, w_0, r_0) :

$$(29)\quad S\,[3(uv^2+vwr+2u^2w),\ 3(u^2v+uwr+2v^2r),\ -wr^2+2u^3+3uvr,\ -w^2r+2v^3+3uvw]=0.$$

On voit que l'équation (29) représente une surface de la classe $3m$, et que cette surface est inscrite dans la développable Σ

$$u^2+vr=0,\quad v^2+uw=0,\quad wr-uv=0.$$

61. THÉORÈME XLVII. *Le lieu des pôles, par rapport à la développable* Σ, *des plans touchant une surface* S_1 *de classe* m, *est une surface* T_1 *d'ordre* 3 m ; *la surface* T_1 *passe par l'arête de rebroussement de la développable.*

N. B. *Dans le cas d'une surface générale de* 4° *ordre, la surface* T_1 *est également de l'ordre* 3 m.

D'après l'équation (1 *bis*) N° [53], le plan polaire d'un point

(x_0, y_0, z_0, t_0) est

$$[Qx_0+3P_0z_0]+y[P_0y_0+3Q_0t_0]+z[2P_0x_0+3R_0t_0]+t[2Q_0y_0+3R_0z_0]=0;$$

si l'on désigne par u, v, w, r, les coordonnées de ce plan, on aura :

$$\frac{u}{Q_0x_0+3P_0z_0}=\frac{v}{P_0y_0+3Q_0t_0}=\frac{w}{2P_0x_0+3R_0t_0}=\frac{r}{2Q_0y_0+3R_0z_0}.$$

Mais le plan (u, v, w, r) est assujetti à toucher la surface de classe m

$$S_1(u, v, w, r)=0; \qquad (32)$$

on aura donc pour le lieu du point (x_0, y_0, z_0, t_0) :

$$S_1(Qx+3Pz,\ Py+3Qt,\ 2Px+3Rt,\ 2Qy+3Rz)=0. \qquad (33)$$

On voit que la surface (33) est de l'ordre $3m$, et qu'elle passe par l'arête de rebroussement de la développable Σ N° [52]

$$P=0,\quad Q=0,\quad R=0.$$

62. THÉORÈME XLVIII. *Le lieu des pôles, par rapport à la développable* Σ, *des plans touchant une surface développable de classe* m, *est une courbe gauche de l'ordre* $3(3m-1)$.

N. B. *Dans le cas d'une surface générale du 4e ordre, le lieu des pôles est une courbe gauche de l'ordre* 9 m.

Si l'on suppose $m=pq$, la développable sera définie par les deux équations tangentielles

$$F(u, v, w, r)=0,\quad F_1(u, v, w, r)=0, \qquad (34)$$

dont les degrés seront respectivement p et q. En remplaçant, dans ces deux équations, u, v, w, r, par les valeurs (31) du numéro qui précède, on voit que le lieu des pôles sera défini par deux équations de degré $3p$ et $3q$ respectivement ; les deux surfaces qu'elles représentent se coupent suivant une courbe gauche

de l'ordre $9pq$; mais ces deux surfaces ont en commun une courbe du 3e ordre qui est l'arête de rebroussement de la développable ; il reste donc une courbe de l'ordre $(9pq-3)$ pour le lieu des pôles proprement dits des plans touchant la développable (34).

II. PREMIÈRES POLAIRES D'UN POINT.

63 La *première polaire* d'un point (x_0, y_0, z_0, t_0) a pour équation

$$x_0 \frac{dF}{dx} + y_0 \frac{dF}{dy} + z_0 \frac{dF}{dz} + t_0 \frac{dF}{dt} = 0.$$

Si l'on a égard aux valeurs (2), (4) et (4 *bis*) du N° [52], l'équation de la première polaire d'un point, par rapport à la développable Σ, sera

$$(1)\quad x_0[Qx+3Pz]+y_0[Py+3Qt]+z_0[2Px+3Rt]+t_0[2Qy+3Rz]=$$

ou encore :

$$(1\ bis)\quad \left\{\begin{array}{l} x_0[xy^2+6x^2z+9yzt]+y_0[x^2y+6y^2t+9xzt] \\ +z_0[2x^3+9xyt-27zt^2]+t_0[2y^3+9xyz-27z^2t] \end{array}\right\} = 0.$$

Rappelons que l'on a posé

$$(2)\quad P=x^2+3yt,\quad Q=y^2+3xz,\quad R=xy-9zt,$$

et que l'arête de rebroussement est définie par les trois équations

$$(2\ bis)\qquad P=0,\quad Q=0,\quad R=0,$$

64. THÉORÈME XLIX. *La première polaire d'un point quelconque, par rapport à la développable Σ, est inscrite à cette développable suivant son arête de rebroussement ; chaque plan tangent de la*

développable coupe la première polaire suivant une courbe du 3e ordre ayant un point de rebroussement au point où il touche l'arête de rebroussement ; la tangente de rebroussement est la génératrice de contact avec la développable. Elle contient, en outre les génératrices de contact avec la développable des trois plans tangents menés par le point choisi.

La développable Σ *et la première polaire d'un point quelconque n'ont en commun que l'arête de rebroussement et les trois génératrices de contact avec la développable des plans tangents menés par le point.*

Il est d'abord évident que la première polaire (1) passe par l'arête de rebroussement qui est définie par les équations (2 *bis*).

Maintenant, nous pouvons regarder le plan ABC ou $t = 0$ comme un plan tangent quelconque à la développable, N° [23] ; or l'intersection de la surface(1 *bis*), par ce plan, a pour équation

$$x_0(xy^2 + 6x^2z) + y_0x^2y + 2z_0x^3 + 2t_0y^3 = 0,$$

ce qu'on peut écrire :

$$(3)\quad (2z_0x^3 + y_0x^2y + x_0xy^2 + 2t_0y^3) + 6x_0x^2z = 0.$$

On voit ainsi que le point C est un point de rebroussement de la section, et que $x = 0$, ou BC, est la tangente de rebroussement.

En supposant le point (x_0, y_0, z_0, t_0) sur la droite AB, ce qui est toujours permis, on constate que les droites BC et AD appartiennent à la première polaire.

La première polaire d'un point P et la développable Σ doivent se couper suivant une courbe du 12e ordre, c'est-à-dire une courbe qui est rencontrée en 12 points par un plan quelconque. Or, cette courbe commune se compose de l'arête de rebroussement de la développable et des génératrices de contact avec cette développable des plans tangents menés par le point P.

En effet, si nous considérons un plan sécant quelconque, ce plan coupe la développable suivant une courbe du 4e ordre ayant trois points de rebroussement aux points a_1, b_1, c_1, où il rencontre l'arête de rebroussement ; il coupe la première polaire du point P suivant une courbe du 3e ordre passant par les trois points a_1, b_1, c_1. Mais, si l'on considère un de ces points, le point a_1, par exemple, le plan tangent en a_1, à la développable, est un plan tangent de rebroussement plan pour la développable et un plan tangent simple pour la première polaire ; l'intersection de ce plan avec le plan sécant est donc la tangente de rebroussement pour la première courbe, et une tangente simple pour la deuxième courbe ; ces deux courbes ont donc trois points communs en a_1. Par conséquent, la courbe du 4e ordre et la courbe du 3e ordre, déterminées par le plan sécant, ont déjà neuf points communs groupés trois par trois aux points a_1, b_1, c_1, où le plan sécant rencontre l'arête de rebroussement. Enfin, le plan sécant rencontre les trois génératrices communes à la développable et à la première polaire chacune en un point, ce sont les trois autres points communs aux courbes du 4e ordre et du 3e ordre que nous venons de considérer.

Ceci achève la démonstration du théorème énoncé.

65. THÉORÈME L. *Soit un point fixe* P ; P*bc*, P*ca*, P*ab*, *les trois plans tangents menés à la développable par le point* P (voir la figure du N° [55]) ; BC_1, CA_1, AB_1, *les génératrices de contact de ces plans ;* a_1, b_1, c_1, *les points où ces plans touchent l'arête de rebroussement (ces trois points sont dans un même plan passant par le point* P N° [16]) ; *soit enfin* P_1, P_2, P_3, *les intersections du plan polaire du point* P *avec les droites* Pa, Pb, Pc, N° [55], *et* G_1 *la première polaire du point* P.

La première polaire G_1 *contient les droites* b_1c_1, c_1a_1, a_1b_1 ; *puis les génératrices* BC_1, CA_1, AB_1 ; *et ne contient que ces six droites.*

Les points a_1, b_1, c_1, *sont des* POINTS DOUBLES CONIQUES *pour la première polaire* G_1 ; *le cône tangent en* a_1 *à la surface* G_1 *est touché par les plans* Pbc, $a_1 b_1 P_3$, $a_1 c_1 P_2$, *suivant les génératrices* BC_1, $a_1 b_1$, $a_1 c_1$; *le cône tangent en* b_1 *à la surface* G_1, *est touché par les plans* Pca, $b_1 c_1 P_1$, $b_1 a_1 P_3$, *suivant les droites* CA_1, $b_1 c_1$, $b_1 a_1$; *enfin le cône tangent en* c_1 *est touché par les plans* Pab, $c_1 a_1 P_2$, $c_1 b_1 P_1$, *suivant les droites* AB_1, $c_1 a_1$, $c_1 b_1$.

Le plan $P\pi_1 \pi_2 \pi_3$ (voir la figure N° [55]) *coupe la première polaire* G_1 *suivant les trois droites* $b_1 c_1$, $c_1 a_1$, $a_1 b_1$.

Un plan quelconque, passant par la droite $b_1 c_1$, *par exemple, coupe la surface* G_1 *suivant cette droite et suivant une conique passant par les points* b_1 *et* c_1.

Un plan quelconque, passant par la droite BC_1, *par exemple, coupe la surface* G_1 *suivant cette droite et suivant une conique passant par le point* a_1.

Pour reconnaître ces propriétés, nous choisirons le point P sur l'arête AB, intersection de deux plans tangents ABC et ABD à la développable ; l'équation de la première polaire du point P sera dès-lors

$$(4)\quad G_1 = x_0(xy^3 + 6x^2 z + 9yzt) + y_0(x^3 y + 6y^2 t + 9xzt) = 0.$$

On peut constater, sans difficulté, que la première polaire G_1 n'est pas une surface réglée, lorsque le point P est quelconque ; elle renferme, néanmoins, plusieurs droites, savoir : CD, BC, AD, etc., c'est-à-dire les génératrices de contact avec la développable des plans tangents menés par le point P, puis les droites qui joignent les points de contact de ces plans avec l'arête de rebroussement.

Les points doubles de la surface G_1 sont les solutions communes aux quatre équations

$$\frac{dG_1}{dx} = 0,\quad \frac{dG_1}{dy} = 0,\quad \frac{dG_1}{dz} = 0,\quad \frac{dG_1}{dt} = 0 ;$$

on ne trouve que les trois points :

$$(5)\quad \begin{cases} x_1 = 0, \\ y_1 = 0, \\ z_1 = 0; \end{cases} \quad \begin{cases} x_2 = 0, \\ y_2 = 0, \\ t_2 = 0, \end{cases} \quad \begin{cases} x_3 = x_0, \quad y_3 = y_0, \\ x_3 = -\frac{y_0^2}{3x_0}, \; t_3 = -\frac{x_0^2}{3y_0}. \end{cases}$$

Ces trois points sont ceux où les plans tangents à la développable, menés par le point P, viennent toucher l'arête de rebroussement.

Pour étudier la nature de ces points doubles, considérons le point D par exemple ; les équations d'une droite quelconque passant par ce point sont

$$(6)\qquad x = \lambda z, \quad y = \mu z;$$

les intersections de cette droite avec la surface G_1 ou (4) seront données par l'équation

$$x_0(\lambda\mu^2 z^3 + 6\lambda^2 z^3 + 9\mu z^2 t) + y_0(\lambda^2\mu z^3 + 6\mu^2 z^2 t + 9\lambda z^2 t) = 0,$$

ou, en ordonnant :

$$(7)\quad (x_0\lambda\mu + 6x_0\lambda^3 + y_0\lambda^2\mu)z^3 + 3(3\mu x_0 + 2\mu^2 y_0 + 3\lambda y_0)z^2 t = 0.$$

On exprimera que la droite (6) est une tangente proprement dite en égalant à zéro le coefficient de $z^2 t$; ce qui donne

$$3\mu x_0 + 2\mu^2 y_0 + 3\lambda y_0 = 0;$$

puis en éliminant λ et μ entre cette dernière relation et les équations (6), il vient

$$(8)\qquad 2y_0 y^2 + 3z(x_0 y + y_0 x) = 0.$$

L'équation (8) représente un cône proprement dit du second ordre ayant son sommet en D ; c'est le cône tangent en D à la première polaire G_1 ; le point D est donc un point double conique. Le cône (8) touche le plan ABD, tangent suivant AD à la développable suivant cette même droite AD ; si P_1 est le con-

jugué harmonique du point P par rapport aux points A et B, e cône (8) touche le plan CDP_1 suivant la droite CD. Ces conclusions sont applicables aux autres points doubles ; de là la proposition énoncée.

Quant aux dernières propriétés indiquées dans le théorème L, on les constatera très-aisément à l'aide de l'équation (4).

66. THÉORÈME LI. *La première polaire* (G_2) *d'un point* B *situé sur la développable ne possède que deux points doubles, ce sont les points* C *et* D *où les deux plans tangents, menés par le point B, touchent l'arête de rebroussement. Le point* C, *situé sur la génératrice* BC, *est un point de rebroussement plan, le plan de rebroussement est le plan tangent à la développable suivant* BC; *le point* D *est un point double conique, le cône tangent en* D *à la surface* G_2 *est touché suivant les droites* DA *et* DC *par les plans* BDA *et* BDC. *La surface* G_2 *n'est pas une surface réglée. La surface* G_2 *contient les quatre droites* BC, CD, DA, AC, *et ne contient que ces quatre droites. Les plans* BCA *et* BCD *coupent la surface* G_2 *suivant deux droites confondues avec* BC, *et suivant une troisième droite qui est ou* CA, *ou* CD.

Nous pouvons regarder le sommet B comme un point quelconque de la développable ; d'après l'équation (1 *bis*) N° [63], la première polaire du point B ($x_0 = 0$, $z_0 = 0$, $t_0 = 0$) sera

$$(9) \quad (G_2) \quad x^2 y + 6 y^2 t + 9 x z t = 0.$$

Par le point B on peut mener à la développable deux plans tangents distincts ; l'un BAC, est tangent suivant la droite BC ; l'autre BAD_1 est tangent suivant AD ; ces plans touchent en C et D respectivement l'arête de rebroussement ; AB est l'intersection de ces deux plans tangents, lesquels coupent la développable suivant deux coniques qui touchent en A et B leur droite d'intersection.

La forme simple de l'équation (9) permet de constater avec la plus grande facilité les propriétés énoncees.

67. THÉORÈME LII. *La première polaire d'un point quelconque, situé sur l'arête de rebroussement de la développable, est une surface réglée gauche de* 3e *ordre et, par suite, de* 3e *classe.*

Soit D *le point pris sur l'arête de rebroussement,* DA *la tangente, et* BDA *le plan tangent à la développable suivant l'arête* DA ; *soit* (G) *la première polaire du point* D.

La tangente AD *est une droite double pour la surface* (G) ; *le point* D *est un point de rebroussement plan,* ABD *est le plan de rebroussement ; un point quelconque de* DA, A *par exemple, est un point de rebroussement conique ; les plans tangents en ce point sont le plan* ADB *et le plan* ADC, *c'est-à-dire le plan passant par la droite* DA *et par le point où le deuxième plan tangent, mené du point* A *à la développable, va toucher l'arête de rebroussement.*

Tous les plans, passant par AD, *sont des plans tangents doubles pour la surface* (G) ; *chacun d'eux touche la surface* (G) *en deux points, dont l'un est le point* D, *l'autre se déplace sur la droite* DA.

Tout plan tangent (T) *à la développable* Σ *coupe la surface* (G) *suivant une droite et une conique ; la conique touche le plan* ADB *au point où la droite* DA *est rencontrée par le plan tangent* T, *elle touche aussi le plan passant par le point* D *et par la génératrice de contact du plan* T ; *la droite qui joint ces points de contact est précisément la droite d'intersection du plan* T *avec la surface* (G).

Un plan quelconque coupe la surface (G) *suivant une courbe du* 3e *ordre ayant un point double au point où le plan sécant rencontre la droite* DA : *les tangentes en ce point double sont les intersections du plan sécant avec les deux plans tangents en ce point à la surface* (G).

Nous pouvons regarder le sommet D comme un point quel-

conque de l'arête de rebroussement ; d'après l'équation (1 *bis*) N° [63], la première polaire du point D ($x_0=0, y_0=0, z_0=0$ sera

$$(G)\quad (10)\qquad 2y^3+9xyz-18z^2t=0.$$

La droite DA est la tangente au point D à l'arête de rebroussement ; on voit que tout plan, passant par DA, savoir

$$z=\lambda y,$$

coupe la surface G suivant la courbe

$$y^2(2y+9\lambda x-18\lambda^2 t)=0\ ;$$

c'est-à-dire suivant deux droites coïncidant avec la tangente DA, et suivant une autre droite variable avec la position du plan sécant ; la droite DA est donc une droite double, et la première polaire G est une surface réglée.

L'équation (10) nous permet de constater facilement que le point D est un *point de rebroussement plan*, et que le plan de rebroussement est le plan osculateur ADB ou tangent à la développable suivant DA ; on voit aussi qu'un point quelconque, autre que D, de la droite DA, est un point double de *rebroussement conique;* les deux plans tangents, en A, par exemple, sont ADB et ADC.

L'équation tangentielle de la surface G (10) s'obtiendra en éliminant x, y, z, t, entre les équations

$$\left\{\begin{array}{c}\dfrac{9yz}{u}=\dfrac{6y^2+9xz}{v}=\dfrac{9xy-36zt}{w}=\dfrac{-18z^2}{r}\\ ux+vy+wz+rt=0\ ;\end{array}\right.$$

on trouve ainsi

$$(G)\quad (11)\qquad 18uvr+8u^3-9wr^2=0.$$

La surface G est donc de 3e classe ; ce qu'on savait *à priori*, car une surface réglée d'ordre m est de la classe m.

L'équation (11) nous montrera que tous les plans, passant par AD, sont des plans tangents doubles ; chacun de ces plans touche la surface G en deux points, dont l'un est le point D, et l'autre est l'intersection avec DA de la droite suivant laquelle ce plan coupe la surface.

Nous pouvons regarder le plan ABC comme un plan quelconque tangent à la développable ; ce plan coupe la surface G (10) suivant la courbe

$$2y^3 + 9xyz = 0, \text{ ou } y(2y^2 + 9xz) = 0,$$

c'est-à-dire suivant la droite AC et suivant une conique tangente en A et C aux droites BA et BC.

Un plan passant par AB peut être regardé comme un plan sécant quelconque, puisque dans un plan donné il y a toujours une droite intersection de deux plans tangents à la développable ; or un plan passant par AB,

$$t = \lambda z$$

coupe la surface (G) suivant la courbe

$$2y^3 - 18\lambda z^3 + 9yzx = 0 ;$$

c'est une courbe du 3e ordre ayant le point A pour point double ; les tangentes en ce point sont la droite AB, puis l'intersection du plan sécant avec le plan ADC.

68. THÉORÈME LIII. *Lorsqu'un point décrit un plan fixe, les premières polaires de ce point sont inscrites dans la développable suivant son arête de rebroussement et passent, en outre, par un point fixe, lequel point est le point unique ayant pour plan polaire le plan fixe.*

Nous pouvons, en effet, supposer que le plan donné passe par l'arête CD du tétraèdre de référence ; son équation sera alors

$$x - ay = 0,$$

et l'équation de la première polaire d'un point (x_0, y_0, y_0, t_0) situé sur ce plan sera

$$(12)\quad \left\{\begin{array}{l} y_0\,[a(xy^2+6x^2z+9yzt)+x^2y+6y^2t+9xzt] \\ +z_0]\,2x^3+9xyt-27zt^2]+t_0[2y^3+9xyz-27z^2t] \end{array}\right\}=0$$

Or, toutes ces surfaces ont en commun des points déterminés par les trois équations :

$$(13)\quad \left\{\begin{array}{l} a(xy^2+6x^2z+9yzt)+x^2y+6y^2t+9xzt=0, \\ 2x^3+9xyt-27zt^2=0, \\ 2y^3+9xyz-27z^2t=0. \end{array}\right.$$

Mais ces équations sont précisément celles qui ont été discutées au N° [56] équat. (13 *bis*) ; de là résulte le théorème énoncé.

69. THÉORÈME LIV. *Lorsqu'un point décrit une droite fixe, les premières polaires de ce point, toujours inscrites dans la développable suivant son arête de rebroussement, ont toutes en commun une cubique gauche. Si, par les quatre points où la droite donnée rencontre la développable, on mène les plans tangents, ces plans touchent l'arête de rebroussement, et en ces quatre points de contact, qui appartiennent à la cubique gauche commune à toutes les premières polaires, ils touchent également cette cubique gauche.*

La droite fixe rencontre la développable en quatre points ; nous pouvons supposer que le sommet B est un de ces points ; les équations de la droite seront alors de la forme

$$z=ax, \qquad t=bx;$$

le point (x_0, y_0, z_0, t_0) devant se trouver sur cette droite, on aura

$$z_0=ax_0, \qquad t_0=bx_0,$$

et, d'après l'équation (1 *bis*) N° [63], la première polaire de ce

point sera :

$$(14)\quad \left\{\begin{array}{l} x_0\,[xy^2+6x^2z+9yzt+a(2x^3+9xyt-27zt^2)+b(2y^3+9xyz-27z^2t)] \\ \qquad\qquad +\,y_0\,[x^2y+6y^2t+9xzt] \end{array}\right\}=0.$$

Or, les surfaces (14) ont en commun la courbe définie par les deux équations

$$(15)\quad \left\{\begin{array}{l} x^2y+6y^2t+9xzt=0, \\ xy^2+6x^2z+9yzt+a(2x^3+9xyt-27zt^2)+b(2y^3+9xyz-27z^2t)=0. \end{array}\right.$$

Eu égard aux relations (2), (4) et (4 *bis*) du N°[52], ces dernières équations peuvent s'écrire :

$$(15\ bis)\quad \left\{\begin{array}{l} Py+3Qt=0 \\ Qx+3Pz+a(2Px+3Rt)+b(2Qx+3Rz)=0. \end{array}\right.$$

Ces deux surfaces du 3° ordre se coupent suivant une courbe du 9° ordre ; mais, comme ce sont des premières polaires, elles se touchent suivant l'arête de rebroussement de la développable ; elles ont donc, en outre, en commun, une courbe du 3° ordre ; il s'agit de mettre en évidence les équations de cette dernière courbe.

De la première des équations (15) on tire

$$z=-\frac{y(x^2+6yt)}{9xt}\ ;$$

substituons cette valeur dans la seconde équation, il vient

$$-\frac{2y}{3xt}(x^2+3yt)^2+\frac{2at}{xt}(x^2+3yt)^2-\frac{4by^2}{3x^2t}(x^2+3yt)^2=0.$$

Supprimons le facteur $(x^2+3yt)^2$, qui correspond à des points de l'arête de rebroussement, il reste

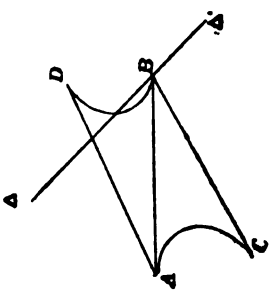
$$(1^\circ)\qquad xy-3axt+2by^2=0.$$

De cette équation tirons la valeur de t pour la substituer dans le dernier terme de la première des équations (15), nous trouvons

$$(2^{o}) \qquad a(x^{2}+6yt)+3z(x+2by)=0$$

Donc enfin, les premières polaires (14) ont en commun, abstraction faite de l'arête de rebroussement de la développable, la courbe définie par les deux équations :

$$(16) \quad \begin{cases} xy-3axt+2by^{2}=0, \\ a(x^{2}+6yt)+3z(x+2by)=0. \end{cases}$$



Or, cette courbe est une cubique gauche, car les deux surfaces (16) ont en commun la droite

$$(x=0, \quad y=0).$$

Les équations (16) peuvent s'écrire :

$$x(y-3at)=-2by^{2},$$

$$6y(at+bz)=-x(ax+3z);$$

on conclut de là en multipliant membre à membre :

$$(16\,bis) \quad 3(y-3at)(at+bz)=by(ax+3z).$$

La cubique gauche, commune aux premières polaires (14), est complètement définie par les équations (16) et (16 *bis*).

On voit que cette cubique passe par le point C ($x=0$, $y=0$, $t=0$) ; c'est le point où le plan tangent en B à la développable touche l'arête de rebroussement ; et on trouve que la tangente en C, à la cubique gauche, est situé dans le plan tangent ABC. La proposition énoncée est donc démontrée.

III° SECONDES POLAIRES D'UN POINT.

70. La *seconde polaire* d'un point (x_0, y_0, z_0, t_0) a pour équation

$$x_0^{2}\frac{d^{2}F}{dx^{2}}+y_0^{2}\frac{d^{2}F}{dy^{2}}+\ldots\ldots+2z_0t_0\frac{d^{2}F}{dzdt}=0;$$

dans le cas d'une surface du 4e ordre, la *seconde polaire* d'un point n'est autre que la *polaire du second ordre* de ce même point, et son équation peut aussi s'écrire :

$$x^2\left(\frac{d^2F}{dx^2}\right)_0 + y^2\left(\frac{d^2F}{dy^2}\right)_0 + \ldots + 2zt\left(\frac{d^2F}{dzdt}\right)_0 = 0.$$

Si l'on a égard aux formules (1), (2) et (5) du N° [52], *l'équation de la seconde polaire d'un point* (x_0, y_0, z_0, t_0) *par rapport à la développable* Σ, sera

$$(1)\quad \left\{\begin{array}{l} x_0^2(x^2+12xz)+y_0^2(x^2+12yt)-27z_0^2t^2-27t_0^2z^2+2x_0y_0(2xy+9zt) \\ +6x_0z_0(2x^2+3yt)+18\,x_0t_0yz+18\,y_0z_0xt+6y_0t_0(2y^2+3xz) \\ +18z_0t_0\,(xy-6zt) \end{array}\right\}=0$$

équation qui peut aussi s'écrire :

$$(1\,bis)\quad \left\{\begin{array}{l} x_0^2(4Q-3y^2)+y_0^2(4P-3x^2)-27z_0^2t^2-27t_0^2z^2+2x_0y_0(3xy-R) \\ +6x_0z_0(P+x^2) \\ +18\,x_0t_0yz+18\,y_0z_0xt+6y_0t_0(Q+y^2)+6z_0t_0\,(xy+2R) \end{array}\right\}=0.$$

Rappelons que l'on pose toujours

$$(2)\quad P=x^2+3yt,\quad Q=y^2+3xz,\quad R=xy-9zt,$$

et que les équations de l'arête de rebroussement sont

$$(3)\qquad P=0,\quad Q=0,\quad R=0.$$

71. THÉORÈME LV. *La seconde polaire d'un point quelconque* P *touche l'arête de rebroussement de la développable en trois points, qui sont les points de contact avec cette arête des trois plans tangents menés à la développable par le point* P ; *les plans tangents en ces mêmes points à la seconde polaire passent par le pôle, relatif à la développable, du plan qui contient ces trois points.*

Nous pouvons supposer le point (x_0, y_0, z_0, t_0) sur l'arête AB du tétraèdre de référence, l'équation de la seconde polaire sera alors

$$(4)\quad x_0^2(4Q-3y^2)+y_0^2(4P-3x^2)+2x_0y_0(3xy-R)=0,$$

ou encore

$$(4\,bis)\quad x_0^2y^2+y_0^2x^2+4x_0y_0xy+12x_0^2yz+12y_0^2yt+18x_0y_0zt=0.$$

Si l'on cherche l'intersection de la surface (4) avec l'arête de rebroussement

$$P=0,\quad Q=0,\quad R=0,$$

de la développable, nous trouvons

$$(x_0y-y_0x)^2=0;$$

donc la surface (4) touche l'arête de rebroussement; et les points où la seconde polaire (4) touche cette arête sont situés dans le plan CDP, c'est-à-dire dans le plan passant par les points de contact avec l'arête de rebroussement des trois plans tangents qu'on peut mener à la développable par le point P.

Le pôle, par rapport à la seconde polaire (4) ou (4 *bis*), du plan

$$(5)\qquad y_0x-x_0y=0,$$

sera donné par les équations

$$\frac{xy_0^2+2x_0y_0y+6x_0^2z}{y_0}=\frac{x_0^2y+2x_0y_0x+6y_0^2t}{-x_0},$$

$$2x_0^2x+3x_0y_0t=0,\quad 2y_0^2y+3x^0y_0z=0;$$

de ces équations on déduit

$$(6)\quad xy_0+x_0y=0,\quad 2x_0x+3y_0t=0,\quad 2y_0y+3x_0z=0;$$

ou enfin, en représentant par a le rapport $\frac{x_0}{y_0}$:

$$(6\,bis)\quad x=-ay,\quad y=-\tfrac{3}{2}az,\quad t=-a^3z.$$

On voit, en comparant ces dernières valeurs à celles (XXVI) du N° [56], que le point (6) est le point unique qui est le point polaire du plan

$$x_0 y - y_0 x = 0.$$

De là le théorème énoncé.

72. THÉORÈME LVI. *La seconde polaire d'un point situé sur la développable* Σ *est un cône ayant son sommet au point où la génératrice, qui passe par le point choisi, touche l'arête de rebroussement.*

La seconde polaire d'un point situé sur l'arête de rebroussement de la développable Σ *se réduit à deux plans coïncidant avec le plan osculateur en ce point.*

En effet, on peut regarder le sommet B comme un point quelconque de la développable; et d'après l'équation (1) N° [70], la seconde polaire de B sera

$$x^2 + 12yt = 0; \qquad (7)$$

c'est un cône proprement dit, ayant son sommet en C et touchant les plans CAD et CAB.

On peut regarder le sommet C comme un point quelconque de l'arête de rebroussement; et d'après l'équation (1) N° [70], la seconde polaire de C sera

$$t^2 = 0. \qquad (8)$$

73. On sait que, dans le cas d'une surface quelconque :

Si l'on considère un plan fixe P :

1° *l'enveloppe des secondes polaires d'un point décrivant le plan* P;

2° *le lieu d'un point dont la polaire du second ordre touche le plan* P;

3° *le lieu des pôles du plan* P *par rapport aux premières polaires des points de ce même plan;*

sont TROIS LIEUX *coincidant avec une seule et même surface.*

La démonstration de cette proposition générale est extrêmement facile ; je vais l'indiquer rapidement :

Si F $(x, y, z, t) = 0$ est l'équation de la surface, la *seconde polaire* d'un point (x_0, y_0, z_0, t_0) a pour équation

$$(1°) \quad x_0^2 \frac{d^2F}{dx^2} + y_0^2 \frac{d^2F}{dy^2} + \ldots + 2z_0t_0 \frac{d^2F}{dzdt} = 0;$$

c'est une surface du $(m-2)^{me}$ ordre, si m est l'ordre de la surface F (x, y, z, t).

Or, si le point (x_0, y_0, z_0, t_0) décrit le plan fixe

$$(P) \quad (2°) \qquad Ax + By + Cz + Dt = 0,$$

l'enveloppe de la seconde polaire (1°) s'obtiendra en éliminant x_0, y_0, z_0, t_0, entre les quatre équations

$$3°) \begin{cases} \dfrac{x_0 \frac{d^2F}{dx^2} + y_0 \frac{d^2F}{dxdy} + z_0 \frac{d^2F}{dxdz} + t_0 \frac{d^2F}{dxdt}}{A} = \dfrac{x_0 \frac{d^2F}{dydx} + y_0 \frac{d^2F}{dy^2} + z_0 \frac{d^2F}{dydz} + t_0 \frac{d^2F}{dydt}}{B} = \\ Ax_0 + By_0 + Cz_0 + Dt_0 = 0; \end{cases}$$

le résultat de cette élimination, ou l'équation de l'enveloppe, est

$$(4) \quad \begin{vmatrix} \frac{d^2F}{dx^2} & \frac{d^2F}{dxdy} & \frac{d^2F}{dxdz} & \frac{d^2F}{dxdt} & A \\ \frac{d^2F}{dydx} & \frac{d^2F}{dy^2} & \frac{d^2F}{dydz} & \frac{d^2F}{dydt} & B \\ \frac{d^2F}{dzdx} & \frac{d^2F}{dzdy} & \frac{d^2F}{dz^2} & \frac{d^2F}{dzdt} & C \\ \frac{d^2F}{dtdx} & \frac{d^2F}{dtdy} & \frac{d^2F}{dtdz} & \frac{d^2F}{dt^2} & D \\ A & B & C & D & 0 \end{vmatrix} = 0.$$

L'équation de la *polaire du second ordre* d'un poin (x_0, y_0, z_0, t_0) est

$$(5^\circ) \qquad x^2\left(\frac{d^2F}{dx^2}\right)_0 + y^2\left(\frac{d^2F}{dy^2}\right)_0 + \ldots\ldots + 2zt\left(\frac{d^2F}{dzdt}\right)_0 = 0\,;$$

or, la relation (4°) exprime précisément que la surface (5°) touche le plan (2°); par suite, l'équation (4°) représente le lieu d'un point dont la polaire du second ordre touche le plan (P).

Enfin, la *première polaire* d'un point (x_1, y_1, z_1, t_1) est

$$(6^\circ) \qquad x_1\frac{dF}{dx} + y_1\frac{dF}{dy} + z_1\frac{dF}{dz} + t_1\frac{dF}{dt} = 0\,;$$

si ce point se meut sur le plan (P) on a l'équation de condition

$$(7^\circ) \qquad Ax_1 + By_1 + Cz_1 + Dt_1 = 0.$$

Les pôles du plan (2°), par rapport à la surface (6°), seront définis par les équations

$$(8^\circ) \qquad \frac{x_1\dfrac{d^2F}{dx^2} + y_1\dfrac{d^2F}{dxdy} + z_1\dfrac{d^2F}{dxdz} + t_1\dfrac{d^2F}{dxdt}}{A} = \frac{x_1\dfrac{d^2F}{dydx} + y_1\dfrac{d^2F}{dy^2} + z_1\dfrac{d^2F}{dydz} + t_1\dfrac{d^2F}{dydt}}{B} = \ldots$$

L'élimination de x_1, y_1, z_1, t_1, entre les équations (7°) et (8°), conduit évidemment à l'équation (4°) ; ainsi la surface (4°) est aussi le lieu des pôles du plan P par rapport aux premières polaires des points de ce plan.

74. THÉORÈME LVII. *Si l'on considère un plan fixe* Π :

1° *L'enveloppe des polaires du second ordre, par rapport à la surface* Σ, *des points du plan* Π, *est une surface* (K) *du* 6^e *ordre ;*

2° *Le lieu d'un point dont la polaire du second ordre, par rapport à la développable* Σ, *touche le plan* Π, *est la surface* (K) ;

3° *Le lieu des pôles du plan* Π, *par rapport aux premières*

polaires (relatives à la développable Σ*) des points de ce plan, est encore la surface* (K).

4° *L'arête de rebroussement de la développable* Σ *est une ligne double pour la surface* (K); *les points où le plan* Π *rencontre l'arête de rebroussement sont des points triples; le cône tangent en un de ces points triples se compose de deux plans coïncidant avec le plan osculateur au point considéré et d'un troisième plan passant par la génératrice qui touche l'arête de rebroussement en ce point.*

D'après la proposition générale énoncée au N° [73], il nous suffit, pour trouver l'équation de la surface (K), de prendre une quelconque des trois propriétés qui la définissent; nous adopterons la première définition, c'est-à-dire que nous chercherons l'enveloppe des secondes polaires d'un point décrivant un plan fixe.

On peut supposer que le plan fixe passant par l'arête CD, soit

$$(9) \qquad (\Pi) \quad x - ay = 0;$$

l'équation de la seconde polaire d'un point (x_0, y_0, z_0, t_0), ou, ce qui revient au même, dans le cas actuel, l'équation de la polaire du second ordre de ce point est (1) N° [70] :

$$\left.\begin{array}{l} x_0^2(y^2+12xz)+y_0^2(x^2+12yt)-27z_0^2t^2-27t_0^2z^2+2x_0y_0(2xy+9zt) \\ +6x_0z_0(2x^2+3yt)+18x_0t_0yz+18y_0z_0xt+6y_0t_0(2y^2+3xz)+18z_0t_0(xy-6zt) \end{array}\right\}=0.$$

Le point (x_0, y_0, z_0, t_0) doit se mouvoir sur le plan (9); représentons par α et β les rapports $\frac{z_0}{y_0}$ et $\frac{t_0}{y_0}$, l'équation de la seconde polaire s'écrira :

$$10) \left\{\begin{array}{l} -27t^2\alpha^2+6(xy+2R)\alpha\beta-27z^2\beta^2+6[a(P+x^2)+3xt]\alpha \\ +6[Q+y^2+3ayz]\beta+a^2(4Q-3y^2)+2a(3xy-R)+(4P-3x^2) \end{array}\right\}=0,$$

après avoir posé :

$$(11) \quad P=x^2+3yt, \quad Q=y^2+3xz, \quad R=xy-9zt.$$

L'enveloppe des surfaces (10) s'obtiendra en éliminant α et β entre les trois équations :

$$\begin{cases} -9t^2\alpha + (xy+2R)\beta + [a(P+x^2)+3xt] = 0, \\ (xy+2R)\,\alpha - 9z^2\,\beta + [Q+y^2+3ayz] = 0, \\ [a(P+x^2)+3xt]\alpha + [Q+y^2+3ayz]\beta + \frac{1}{3}[a^2(4Q-3y^2)+2a(3xy-R)+4P-3x^2] = 0 \end{cases}$$

On trouve ainsi pour l'équation du lieu :

$$(12)\ (K)\quad \begin{vmatrix} -9t^2 & xy+2R & a(P+x^2)+3xt \\ xy+2R & -9z^2 & Q+y^2+3ayz \\ a(P+x^2)+3xt & Q+y^2+3xyz & \frac{1}{3}[a^2(4Q-3y^2)+2a(3xy-R)+4P-3x^2] \end{vmatrix} = 0.$$

Si l'on développe cette dernière équation en ordonnant par rapport à a, et qu'on ait égard aux notations (11) d'où l'on déduit les identités

$$(11\ bis)\quad \begin{cases} Py^2 + Qx^2 = PQ + Rxy, \\ (P+x^2)z = \dfrac{2Qx - y(xy+R)}{3}, \\ (Q+y^2)t = \dfrac{2Py - x(xy+R)}{3}; \end{cases}$$

on trouve que l'équation de la surface (K) peut se ramener à la forme définitive :

$$(13)\ (K)\quad \left.\begin{matrix} a^2[y^2(R^2-4PQ)+4PQ^2-4QR^2] + 2a[-xy(R^2-4PQ)+2PQR+R^3] \\ + [x^2(R^2-4PQ) + 4P^2Q - 4PR^2] \end{matrix}\right\} = 0;$$

équation qui peut encore s'écrire :

$$(13\ bis)\quad (x-ay)^2(R^2-4PQ)+4a^2Q(PQ-R^2)+2aR(2PQ+R^2)+4P(PQ-R^2)=0$$

La surface (K) est évidemment du 6e ordre ; cette surface passe par l'arête de rebroussement de la développable, car les équa-

tions de cette arête sont :

$$P=0, \quad Q=0, \quad R=0.$$

Cette arête de rebroussement est, en outre, une ligne double pour la surface (K) ; car les dérivées premières de la fonction K, par rapport à x, y, z, t, renfermeront évidemment les quantités P, Q, R, dans tous leurs termes ; par conséquent, ces dérivées s'annuleront pour les coordonnées des points de l'arête de rebroussement.

Les points où le plan $(x - ay = 0)$ rencontre l arête de rebroussement sont des points triples pour la surface (K). Considérons, en effet, le point C ; les équations d'une droite, passant par ce point, seront :

$$x=\lambda y, \quad t=\mu y ;$$

et les intersections de cette droite avec la surface (K) (13 *bis*) seront déterminées par l'équation :

$$\left.\begin{array}{l} y^4[(\lambda y-9\mu z)^2-4(\lambda^2+3\mu)(y+3\lambda z)y]-4y^3[(\lambda y-9\mu z)^2-(\lambda^2+3\mu)(y+3\lambda z)y] \\ \times[a^2(y+3\lambda z)+a(\lambda^2+3\mu)y+\lambda y-9\mu z]+6ay^3(3y-9\mu z)^3 \end{array}\right\}=0.$$

On voit d'abord que le point C est un point triple ; les tangentes proprement dites en ce point seront données par l'équation

$$\mu^2[2\lambda a^2+3\mu(3a-2)]=0, \text{ ou } t^2[2a^2x+3(3a-2)t]=0 ;$$

le cône tangent en ce point triple se compose donc de trois plans, dont deux coïncident avec le plan ABC, et l'autre passe par la génératrice BC. De là résultent les propriétés énoncées.

75. THÉORÈME LVIII. LA SURFACE HESSIENNE *relative à la développable* Σ, *(c'est-à-dire le lieu des points dont les polaires du second ordre se réduisent à des cônes, ou encore, le lieu des points doubles des premières polaires) se compose de deux fois*

la développable Σ, *c'est-à-dire que le premier membre de l'équation de la surface hessienne est le carré du premier membre de l'équation de la développable* Σ.

L'équation de la *surface hessienne* d'une surface $F(x,y,z,t)=0$ est, comme on sait :

$$\begin{vmatrix} \frac{d^2F}{dx^2} & \frac{d^2F}{dxdy} & \frac{d^2F}{dxdz} & \frac{d^2F}{dxdt} \\ \frac{d^2F}{dydx} & \frac{d^2F}{dy^2} & \frac{d^2F}{dydz} & \frac{d^2F}{dydt} \\ \frac{d^2F}{dzdx} & \frac{d^2F}{dzdy} & \frac{d^2F}{dz^2} & \frac{d^2F}{dzdt} \\ \frac{d^2F}{dtdx} & \frac{d^2F}{dtdy} & \frac{d^2F}{dtdz} & \frac{d^2F}{dt^2} \end{vmatrix} = 0;$$

d'après les valeurs (5) du N° [52], cette équation devient :

$$(1)\quad \begin{vmatrix} y^2+12xz & 2xy+9zt & 6x^2+9yt & 9yz \\ 2xy+9zt & x^2+12yt & 9xt & 6y^2+9xz \\ 6x^2+9xt & 9xt & -27t^2 & 9xy-54zt \\ 9yz & 6y^2+9xz & 9xy-54zt & -27z^2 \end{vmatrix} = 0.$$

Or, si l'on pose, comme il a déjà été fait :

$$(2)\quad P=x^2+3yt,\quad Q=y^2+3xz,\quad R=xy-9zt,$$

et qu'on ait égard aux identités :

$$(2bis)\quad Py^2+Qx^2=PQ+Rxy;\quad (P+x^2)z=\frac{2Qx-y(R+xy)}{3};(Q+y^2)t=\frac{2Py-x(R+x}{3}$$

l'équation (1) s'écrira d'abord :

$$(3)\quad \begin{vmatrix} 4Q-3y^2 & -R+3xy & P+x^2 & 3yz \\ -R+3xy & 4P-3x^2 & 3xt & Q+y^2 \\ P+x^2 & 3xt & -3t^2 & \frac{xy+2R}{3} \\ 3yz & Q+y^2 & \frac{xy+2R}{3} & -3z^2 \end{vmatrix} = 0;$$

puis, en développant et réduisant, on trouve :

$$(4)\quad 16P^2Q^2-4PQR^2+R^4=0, \quad \text{ou} \quad (R^2-4PQ)^2=0;$$

or, $(R^2-4PQ)=0$ est l'équation de la développable Σ, (VI) N° [14] ; le théorème est donc démontré.

Les polaires du second ordre des points de l'arête de rebroussement se composent de deux plans coïncidents ; et les polaires du second ordre des autres points de la développable sont des cônes proprement dits dont les sommets se trouvent sur l'arête de rebroussement N° [72]

Les points de l'arête de rebroussement sont les points doubles des premières polaires des points quelconques N° [65] ; les autres points de la développable Σ sont des points doubles pour les premières polaires des points de l'arête de rebroussement N° [67] ; car, dans ce cas, les génératrices de la développable sont des droites doubles pour les premières polaires.

76. THÉORÈME LIX. *La* SURFACE STEINERIENNE *relative à* Σ *(c'est-à-dire le lieu des sommets des cônes auxquels se réduisent les polaires du second ordre, ou encore, le lieu des pôles dont les premières polaires ont un point double) se compose de plusieurs fois la développable* Σ, *c'est-à-dire que le premier membre de*

l'équation de la surface steinerienne est égal à une certaine puissance du premier membre de l'équation de la développable Σ.

Dans le cas d'une surface de 4e ordre, la surface steinerienne est une surface du 32e ordre. Cette surface est le lieu des sommets des polaires du second ordre qui se réduisent à des cônes; or, d'après le théorème précédent, les points de la développable Σ sont les seuls pour lesquels les polaires du second ordre se réduisent à des cônes; d'ailleurs, il suit de la proposition du N° [72] que les sommets de ces cônes sont les points mêmes de la développable; par conséquent, la surface steinerienne n'est autre, au degré de multiplicité près, que la développable Σ. Comme la développable Σ est une surface du 4e ordre, le premier membre de l'équation de la surface steinerienne sera la huitième puissance du premier membre de l'équation de la développable, ou une puissance de degré moindre. Il resterait à évaluer le degré précis de cette puissance; mais la question est assez délicate et n'offre pas en elle-même un trés-grand intérêt; l'important est d'avoir démontré que la surface steinerienne n'est autre, au degré de multiplicité près, que la développable elle-même.

§ VI.

ÉQUATIONS GÉNÉRALES.

77. Si l'on designe par X, Y, Z, T, *quatre fonctions linéaires homogénes* des coordonnées x, y, z, t, et que l'on considère le plan

$$(1) \qquad \lambda^3 X + \lambda^2 Y + \lambda Z + T = 0,$$

où λ est une constante arbitraire; ce plan enveloppera une développable de 3e classe et de 4e ordre, N^os [4], [5], [6].

Si U, V, W, R, sont les coordonnées du plan (1), on aura

$$(2) \qquad \frac{U}{\lambda^3} = \frac{V}{\lambda^2} = \frac{W}{\lambda} = \frac{R}{1};$$

et, en opérant comme aux N^os [5] et [6], on trouve pour l'*équation ponctuelle d'une développable quelconque de 3^e classe :*

$$(3) \quad 4(Y^2 - 3XZ)(Z^2 - 3YT) - (9XT - YZ)^2 = 0,$$

ou en développant :

$$(3\ bis) \quad Y^2Z^2 - 27X^2T^2 - 4Y^3T - 4Z^3X + 18XYZT = 0.$$

Les *équations tangentielles* de cette développable seront, d'après les égalités (2) :

$$(4) \quad V^2 - UW = 0, \quad W^2 - VR = 0, \quad VW - UR = 0.$$

78. Les fonctions linéaires X,Y,Z,T, renferment chacune quatre constantes arbitraires ; de sorte, qu'après avoir divisé par une de ces constantes, l'équation (1) renfermera *quinze* paramètres arbitraires, abstraction faite de λ ; mais nous pouvons poser

$$\lambda = \frac{a\mu + b}{\mu + c} ;$$

et, à l'aide des nouveaux coefficients arbitraires a, b, c, on pourra faire disparaître trois termes dans les fonctions linéaires X,Y,Z,T; de sorte qu'en définitive l'équation (1) peut être considérée comme ne renfermant que DOUZE paramètres indéterminés, abstraction faite de la constante arbitraire λ. Cette conséquence s'étend aux équations (3) et (4).

Mais, lorsqu'on assujettira la développable à passer par un point, on aura, d'après l'équation (3), une relation entre ces douze coefficients indéterminés ; et, lorsqu'on l'assujettira à toucher un plan donné, on aura, d'après les équations (4), deux relations entre ces mêmes coefficients indéterminés. De là le théorème suivant :

THÉORÈME LX. *Abstraction faite du nombre des solutions,*

12 *points,*
ou 10 *points et* 1 *plan tangent,*
ou 8 *points et* 2 *plans tangents,*
ou 6 *points et* 3 *plans tangents,*
ou 4 *points et* 4 *plans tangents,*
ou 2 *points et* 5 *plans tangents,*
ou 6 *plans tangents.*

} *déterminent une développable de* 3^{e} *classe.*

79. *Equation générale des développables de* 3^{e} *classe touchant quatre plans donnés.*

Je prendrai les quatre plans donnés comme faces du tétraèdre de référence.

On a vu, N° [44], que par une droite AB, intersection de deux plans tangents à une développable de 3^{e} classe, on pouvait mener une infinité de surfaces du second ordre inscrites dans cette développable ; on peut donc déterminer la développable à l'aide de deux surfaces du second ordre passant par la droite AB, intersection des deux plans ABC et ABD qui doivent toucher la développable.

Or les équations tangentielles de deux surfaces du second ordre passant par la droite AB seront

$$(1)\quad \begin{cases} Au^2 + A'v^2 + 2Bvw + 2B'wu + 2B''uv + 2Cur + 2C'vr = 0, \\ A_1u^2 + A'_1v^2 + 2B_1vw + 2B'_1wu + 2B''_1uv + 2C_1ur + 2C'_1vr = 0, \end{cases}$$

puisque les équations de ces surfaces doivent être vérifiées, quels que soient w et r, lorsqu'on y fait à la fois $u = 0$, $v = 0$.

Ecrivons maintenant que les deux surfaces (1) touchent le plan ACD ($u=0$, $w=0$, $r=0$), puis le plan BCD ($v=0$, $w=0$, $r=0$), on trouve

$$A' = 0, \quad A = 0, \quad A'_1 = 0, \quad A_1 = 0,$$

et les équations des deux surfaces prennent la forme

$$(2)\quad \begin{cases} avw + buw + cuv + dur + evr = 0, \\ a_1vw + b_1uw + c_1uv + d_1ur + e_1vr = 0. \end{cases}$$

Les équations (2) représentent deux surfaces du second ordre touchant les plans ABC et ABD ; mais on n'a pas exprimé que la développable proprement dite, circonscrite à ces deux surfaces, touchait effectivement ces deux plans. Pour exprimer cette condition, il faut prendre une combinaison des équations (2) qui ne se réduise pas à une identité lorsqu'on y fait à la fois $u = 0$ et $v = 0$. Dans ce but, écrivons comme il suit les équations (2) :

$$v(aw + er) = -u(bw + cv + dr),$$
$$-u(b_1w + c_1v + d_1r) = v(a_1w + e_1r),$$

puis multiplions membre à membre ces dernières équations ; il vient

$$(3)\quad (aw+er)(b_1w+c_1v+d_1r) = (a_1w+e_1r)(bw+cv+dr).$$

Ecrivons maintenant que la surface (3) est touchée par les plans ABC et ABD, nous trouvons

$$ed_1 = e_1d, \qquad ab_1 = a_1b,$$

d'où

$$\frac{a_1}{a} = \frac{b_1}{b} = h, \qquad \frac{d_1}{d} = \frac{e_1}{e} = g.$$

Les équations (2) deviennent alors

$$(4)\quad \begin{cases} (avw + buw) + cuv + (dur + evr) = 0, \\ h(avw + buw) + c_1uv + g(dur + evr) = 0 ; \end{cases}$$

ces dernières équations donnent en les combinant :

$$(4\,bis)\quad \begin{cases} (g-h)(avw + buw) + (cg - c_1)uv = 0, \\ (h-g)(dur + evr) + (ch - c_1)uv = 0. \end{cases}$$

Par conséquent, *les équations générales tangentielles d'une développable de 3e classe, touchant les quatre faces du tétraèdre de référence*, seront

$$\text{(XXVII)}\quad (\Sigma)\quad \begin{cases} a\,u\,w + b\,v\,w + u\,v = 0, \\ a_1\,u\,r + b_1\,v\,r + u\,v = 0. \end{cases}$$

En écrivant comme il suit ces deux équations

$$a\,u\,w = -\,v\,(u + b\,w),$$
$$b_1\,v\,r = -\,u\,(v + a_1\,r),$$

et en multipliant membre à membre, on obtient la combinaison suivante :

$$\text{(XXVII } \textit{bis}) \qquad (a_1\,b - a\,b_1)\,w\,r + a_1\,u\,r + b\,v\,w + u\,v = 0,$$

qui ne se réduit pas à une identité lorsque u et v sont nuls.

Les équations (XXVII) et (XXVII *bis*) définissent complètement la développable de 3e classe touchant les quatre faces du tétraèdre de référence.

De là nous concluons que l'*équation générale des surfaces du second ordre, inscrites dans la développable proprement dite* Σ, est :

$$\text{(XXVIII)}\quad (S)\quad \alpha\,[a\,u\,w + b\,v\,w + u\,v] + \beta\,[a_1\,u\,r + b_1\,v\,r + u\,v] + \gamma\,[(a_1\,b - a\,b_1)\,w\,r + a_1\,u\,r + b\,v\,w + u\,r] = 0,$$

α, β, γ, étant des constantes arbitraires.

80. THÉORÈME LXI *Six plans étant donnés, il existe une développable de 3e classe, et une seule, touchant ces six plans.*

En effet, si nous exprimons que la développable Σ (XXVII) N° [79] touche deux nouveaux plans arbitrairement choisis, nous aurons quatre équations linéaires par rapport aux coefficients indéterminés a, b, a_1, b_1 ; ces quatre équations admettront une solution et une seule ; donc...

81. *Équation générale des développables de* 3^e^ *classe touchant cinq plans donnés.*

Je prendrai quatre des plans donnés pour faces du tétraèdre de référence; les équations de la développable seront alors N° [79] (XXVII):

$$(1)\qquad \begin{cases} auw + bvw + uv = 0, \\ a_1 ur + b_1 vr + uv = 0: \end{cases}$$

en exprimant que cette surface touche un cinquième plan donné (u_0, v_0, w_0, r_0), on a les relations :

$$(2)\qquad \begin{cases} au_0 w_0 + bv_0 w + u_0 v_0 = 0, \\ a_1 u_0 r_0 + b_1 v_0 r_0 + u_0 v_0 = 0. \end{cases}$$

Mais, en choisissant convenablement les paramètres de référence, on peut, quel que soit le plan fixe choisi, supposer les coordonnées u_0, v_0, w_0, r_0, égales à l'unité; de sorte que les égalités (2) deviendront

$$(3)\qquad \begin{cases} a + b + 1 = 0, \\ a_1 + b_1 + 1 = 0. \end{cases}$$

En tirant de ces relations les valeurs de b et b_1, on en conclut que :

Les équations tangentielles d'une développable de 3^e^ *classe, touchant cinq plans donnés, peuvent être ramenées à la forme*

$$(\text{XXIX } (\Sigma))\qquad \begin{cases} aw(u-v) + v(u-w) = 0, \\ a_1 r(u-v) + v(u-r) = 0, \end{cases}$$

a *et* a_1 *étant deux coefficients indéterminés.*

Les équations précédentes peuvent s'écrire :

$$auw = v[(a+1)w - u],$$
$$v[(a_1+1)r - u] = a_1 ur;$$

d'où résulte, en divisant membre à membre, la combinaison suivante :

$$(\text{XXIX } bis) \qquad (a-a_1)wr-u(aw-a_1r)=0.$$

Les équations (XXIX) et (XXIX *bis*) définissent complètement la développable proprement dite Σ satisfaisant aux cinq conditions imposées.

De là nous concluons encore que l'*équation générale des surfaces du second degré, inscrites dans le développable proprement dite* Σ, est

$$(\text{XXX}) \quad (S) \quad \alpha\,[aw\,(u-v)+v(u-w)]+\beta\,[a_1r(u-v)+v(u-r)] + \gamma\,[(a-a_1)wr-u\,(aw-a_1r)]=0,$$

α, β, γ, *étant des constantes arbitraires.*

82. THÉORÈME LXII. *Il y a, en général, vingt-quatre développables de 3e classe touchant cinq plans donnés et passant, en outre, par deux points donnés.*

Soit un point donné

$$(4) \qquad Au+Bv+Cw+Dr=0;$$

pour que ce point appartienne à la développable, il faut et il suffit que par ce point on ne puisse mener que deux plans tangents distincts ; c'est-à-dire que l'équation résultant de l'élimination de w et r entre les équations (XXIX) N° [81] et (4) ait deux racines égales.

Or des équations (XXIX) on déduit

$$(5) \quad w=-\frac{uv}{a(u-v)-v}, \quad r=-\frac{uv}{a_1(u-v)-v};$$

substituons ces valeurs dans l'équation (4), il vient

$$(A\,u+B\,v)\,[a(u-v)-v]\,[a_1(u-v)-v]-u\,v\,[C\{a_1(u-v)-v\}+D\{a(u-v)-v\}]=0.$$

Les équations (5) et (6) déterminent les trois plans tangents qu'on peut mener à la développable par le point (4).

Or si l'on pose

$$(7)\quad \begin{cases} u-v=\rho v, \quad \text{d'où} \quad u=v(\rho+1), \\ B_0=A.aa_1\,. \\ 3B_2=-(A+B+D)\,a-(A+B+C)\,a_1+A+C+D, \\ 3B_1=(A+B)\,aa_1-(A+D)\,a-(A+C)\,a_1 \\ B_3=A+B+C+D, \end{cases}$$

l'équation (6) deviendra :

$$(8)\quad B_0\rho^3+3B_1\rho^2+3B_2\rho+B_3=0.$$

Mais la condition pour que l'équation (8) ait deux racines égales est :

$$(B_0B_3-B_1B_2)^2-4(B_1^2-B_0B_2)(B_2^2-B_1B_3)=0,$$

ou, en développant :

$$(9)\quad B_0^2B_3^2-4B_1^2B_2^2+4B_0B_2^3+4B_1^3B_3-6B_0B_1B_2B_3=0.$$

Si l'on remplace, dans cette dernière égalité, B_0, B_1, B_2, B_3, par leurs valeurs (7), on trouve une relation de la forme :

$$(10)\quad a^2a_1^2\varphi_2+aa_1\,\varphi_3+\varphi_4+\psi_3+\psi_2=0\,;$$

les lettres φ_i, ψ_i, désignent des fonctions homogènes et de degré i par rapport aux quantités inconnues a et a_1.

L'équation (10) écrite explicitement est :

$$
\left.
\begin{aligned}
&B_1^2 a^2 a_1^2 [4A_3 a a_1 - (C_2 a + D_2 a_1)^2] + B_1 a a_1 [(18AA_3 + 2B_1 B_2) a a_1 (C_2 a + D_2 a_1) - 12 A_3 B_1 a a_1 (D_1 a + C_1 a_1)] \\
&+ 2B_1 a a_1 [(C_2 a + D_1 a_1)^2 (D^1 a + C_1 a_1) - \frac{2A}{B_1} (C_2 a + D_2 a_1)^3] + (27 A_3^2 A^2 - B_1^2 B_2^2 - 18 A A_3 B_1 B_2) a^2 a_1^2 \\
&+ a a_1 [-4 B_1 B_2 (D_1 a + C_1 a_1)(C_2 a + D_2 a_1) + 12 A_3 B_1 (D_1 a + C_1 a_1)^2] + 2B_2 (C_2 a + D_2 a_1)(D_1 a + C_1 a_1)^2 \\
&+ a a_1 [-18 A A_3 (D_1 a + C_1 a_1)(C_2 a + D_2 a_1) + 12 A B_2 (C_2 a + D_2 a_1)^2 - (C_2 a + D_2 a_1)^2 (D_1 a + C_1 a_1)^2 \\
&+ a a_1 [2 B_1 B_2^2 (D_1 a + C_1 a_1) - 12 A B_2^2 (C_2 a + D_2 a_1) + 18 A A_3 B_2 (D_1 a + C_1 a_1)] - 4 A_3 (D_1 a + C_1 a_1)^3 \\
&+ B_2^2 (4 A B_2 a a_1 - (D_1 a + C_1 a_1)^2)
\end{aligned}
\right\} = 0 \qquad (10\ bis)
$$

après avoir posé :

$$
\begin{aligned}
&A + B = B_1, \quad A + C + D = B_2, \\
&A + C = C_1, \quad A + B + D = C_2, \quad A + B + C + D = A_3. \\
&A + D = D_1, \quad A + B + C = D_2,
\end{aligned}
$$

En exprimant que la surface Σ (XXIX N° [81]) passe par un second point arbitrairement choisi, on obtiendra une relation de la même forme

$$a^2 a_1^2 \varphi'_2 + a a_1 \varphi'_3 + \varphi'_4 + \psi'_3 + \psi'_2 = 0, \qquad (11)$$

en représentant encore par φ'_i et ψ'_i des fonctions homogènes et de degré i par rapport aux quantités a et a_1.

Le nombre des développables de 3e classe, touchant cinq plans donnés et passant par deux points donnés, sera égal au nombre des solutions communes aux deux équations (10) et (11).

Tant que les quantités a et a_1 ne seront ni nulles ni infinies, les équations (XXIX) N° [81] représenteront une développable proprement dite de 3e classe; on n'aura plus une développable proprement dite, lorsque ces deux quantités seront nulles ou infinies, ou lorsque l'une d'elles seulement sera nulle ou infinie.

Ceci posé, nous pouvons regarder les quantités inconnues a et a_1 comme désignant les coordonnées d'un point d'un plan; les équations (10) et (11) représenteront alors deux courbes planes du 6e ordre, et les solutions cherchées seront les valeurs des coordonnées des points communs à ces deux courbes.

Or deux courbes du 6e ordre se coupent en 36 points; mais nous devons faire abstraction des solutions nulles ou infinies, c'est-à-dire des points communs à l'infini et à l'origine des coordonnées.

Ces deux courbes (10) et (11) ont l'origine pour point double; elles ont donc quatre points communs coïncidant avec l'origine des coordonnées; nous devons laisser de côté ces quatre solutions nulles.

Les courbes (10) et (11) ont un point double à l'infini sur l'axe des a, puis un autre point double à l'infini sur l'axe des a_1; elles ont donc quatre points communs à l'infini sur l'axe des a, et quatre points communs à l'infini sur l'axe des a_1, ce qui fait 8 solutions infinies que nous devons laisser de côté.

Les courbes (10) et (11) n'ont pas d'autres points communs à l'infini, ni d'autres points communs à l'origine, c'est-à-dire qu'il n'y a pas d'autres solutions infinies ($a = \infty$, $a_1 = \infty$), ni d'autres solutions nulles ($a = 0$, $a_1 = 0$) que celles que nous venons de signaler; il est bien entendu que les deux points choisis sont tout-à-fait quelconques.

Il reste maintenant à voir s'il y a des solutions pour lesquelles une seule des quantités a ou a_1 serait nulle ou infinie. Mais on voit, par l'équation (10 *bis*), que les courbes (10) et (11) n'ont pas d'autres points communs sur l'axe des a, que les deux à l'origine et les quatre à l'infini signalés ci-dessus; il en est de même pour l'axe des a_1. On voit encore que ces deux courbes n'ont pas d'autres directions asymptotiques communes que les directions des a et des a_1.

Par conséquent, les deux courbes (10) et (11) ont

$$(36 - 8 - 4) \quad \text{ou} \quad 24$$

points communs, non à l'infini, ni situés sur les axes de coordonnées.

De là résulte le théoréme énoncé.

83. THÉORÈME LXIII. *Il y a, en général, quatre développables de 3e classe touchant cinq plans donnés et deux droites données.*

Pour qu'une droite donnée touche une développable, il faut et il suffit que par cette droite on puisse mener des plans tangents à la développable.

Prenons les équations de la droite donnée sous la forme

$$(12) \quad \begin{cases} w = mu + nv, \\ r = m_1 u + n_1 v; \end{cases}$$

pour qu'on puisse mener par cette droite des plans tangents à la développable Σ, il faut que les équations (12) et (XXIX) N° [81] aient une solution commune.

Eliminons d'abord w et r, il vient :

$$[au - (a + 1)v]\,(mu + nv) + uv = 0,$$
$$[a_1 u - (a_1 + 1)v]\,(m_1 u + n_1 v) + uv = 0;$$

de là résulte par l'élimination du rapport $\frac{u}{v}$:

$$1)\begin{cases} a^2a_1^2(nm_1-n_1m)^2+aa_1(nm_1-n_1m)\,[(mm_1+nm_1-2m)a-(nn_1+n_1m-2m_1)a_1] \\ +[\{m(m_1-1)a-m_1(m-1)a_1\}\{(nm_1-m)a-(n_1m-m_1)a_1\}-m^2m_1^2(a-a_1)^2] \end{cases}=0.$$

c'est la relation qui exprime que la droite (12) est tangente à la développable Σ (XXIX) N° [81].

On aura de même pour une seconde droite :

$$(14)\begin{cases} a^2a_1^2(n'm'_1-n'_1m')^2+aa_1(n'm'_1-n'_1m')\,[(m'm'_1+n'm'_1-2m')a- \\ \quad -(n'm'_1+n'_1m'-2m'_1)a_1] \\ +[\{m'(m'_1-1)a-m'_1(m'-1)a_1\}\{(n'm'_1-m')a-(n'_1m'-m'_1)a_1\} \\ \quad -m'^2m_1'^2)(a-a_1)^2] \end{cases}=0.$$

Le nombre des développables touchant cinq plans donnés et deux droites données est donc égal au nombre des solutions communes aux deux équations (13) et (14). Raisonnant comme au N° [82], nous remarquons que les équations (13) et (14) représentent deux courbes du 4e ordre, lesquelles se coupent en 16 points. Mais elles ont quatre points communs à l'origine des coordonnées, quatre points communs à l'infini sur l'axe des a, quatre points communs à l'infini sur l'axe des a_1, lesquels points communs correspondent à autant de solutions qu'il faut rejeter si nous ne voulons que le nombre des développables proprement dites. Il reste donc

$$(16-4-8) \quad \text{ou} \quad 4$$

autres points communs.

C'est le nombre des développables satisfaisant aux conditions imposées.

84. THÉORÈME LXIV. *Il y a, en général, douze développabl de 3e classe touchant cinq plans donnés, touchant une droite donnée et passant par un point donné.*

Si l'on exprime que la surface Σ (XXIX) N° [81] touche une droite et passe par un point, on aura les deux relations (10) N° [82] et (13) N° [83]. Or, les deux courbes (10) et (13) se coupent en 24 points; mais elles ont quatre points communs à l'origine des coordonnées, quatre points communs à l'infini sur l'axe des a, et quatre sur l'axe des a_1; il reste donc

$$(24-8-4) \quad \text{ou} \quad 12$$

solutions correspondant à des développables proprement dites.

85. THÉORÈME LXV. ***Lorsque deux surfaces développables de 3e classe touchent les cinq mêmes plans, elles sont toutes deux circonscrites à une même surface du second ordre.***

L'équation générale des surfaces du second ordre inscrites dans une développable de 3e classe touchant cinq plans donnés est (XXX) N° [81] :

$$(1) \quad \alpha[aw(u-v)+v(u-w)]+\beta[a_1r(u-v)+v(u-r)]+\gamma[(a-a_1)wr+u(a_1r-aw)]$$

il est bien entendu que le tétraèdre et les paramètres de référence ont été choisis comme on l'a indiqué au N° [81].

L'équation des surfaces du second ordre, inscrites dans une deuxième développable de 3e classe touchant les cinq mêmes plans, sera :

$$(2) \quad \alpha'[a'w(u-v)+v(u-w)]+\beta'[a'_1r(u-v)+v(u-r)]+\gamma'[(a'-a'_1)wr+u(a'_1r-a'w$$

Or, on peut disposer des quatre rapports $\frac{\alpha}{\gamma}$, $\frac{\beta}{\gamma}$, $\frac{\alpha'}{\gamma'}$, $\frac{\beta'}{\gamma'}$, de manière que les deux surfaces (1) et (2) coïncident. En effet, pour que cette coïncidence ait lieu, il faut et il suffit qu'on ait :

$$(3) \quad \frac{(\alpha-1)a}{(\alpha'-1)a'}=\frac{\alpha+\beta}{\alpha'+\beta'}=\frac{(\beta+1)a_1}{(\beta'+1)a'_1}=\frac{\alpha(a-1)}{\alpha'(a'-1)}=\frac{\beta(a_1+1)}{\beta'(a'_1+1)}=\frac{a-a_1}{a'-a'_1};$$

après avoir supposé $\gamma=\gamma'=1$, ce qui est permis.

On a cinq relations et quatre indéterminées; mais, si l'on prend les quatre derniers rapports et le premier, et qu'on ajoute les numérateurs et les dénominateurs respectivement multipliés par $+1, -1, +1, +1$, on retrouve le second rapport; donc les cinq relations (3) équivalent à quatre relations distinctes. Par conséquent, il existe un système de valeurs pour $\alpha, \alpha', \beta, \beta'$, vérifiant les égalités (3), c'est-à-dire qu'on peut faire coïncider les surfaces (1) et (2). Ce qui démontre la proposition énoncée.

86. THÉORÈME LXVI. *Étant donnés cinq plans tangents d'une surface du second ordre, on peut construire deux développables de 3^e^ classe touchant ces cinq plans et circonscrites à la surface du second ordre.*

Choisissant les cinq plans donnés comme il a été dit au N° [81], les équations tangentielles d'une développable de 3^e^ classe touchant ces cinq plans, seront (XXX) N° [81] :

$$(1)\qquad \begin{cases} aw(u-v)+v(u-w)=0, \\ a_1 r(u-v)+v(u-r)=0. \end{cases}$$

Il faut prendre maintenant une surface du second ordre touchant les cinq plans donnés; cette surface doit d'abord être inscrite dans le tétraèdre de référence; son équation sera donc de la forme :

$$(2)\qquad w(Au+Bv)+r(A_1u+B_1v)+Cuv+Dwr=0;$$

elle doit, en outre, toucher le cinquième plan dont les coordonnées sont égales à l'unité, de sorte qu'on aura l'équation de condition

$$(3)\qquad A+B+A_1+B_1+C+D=0.$$

Les constantes A, B, A_1, B_1, C, D, sont supposées connues; les quantités a et a_1 sont seules indéterminées.

Maintenant exprimons que la développable (1) est circonscrite à la surface (2), c'est-à-dire éliminons w et r entre ces équations et écrivons que le résultat a lieu identiquement quels que soient u et v.

Des équations (1) on tire

$$w = -\frac{uv}{au-(a+1)v}, \quad r = -\frac{uv}{a_1u-(a_1+1)v};$$

la substitution de ces valeurs, dans l'équation (2), conduit à

$$-\frac{(Au+Bv)uv}{au-(a+1)v} - \frac{(A_1u+B_1v)uv}{a_1u-(a_1+1)v} + Cuv + \frac{Du^2v^2}{[au-(a+1)v][a_1u-(a_1+1)v]} =$$

ce qu'on peut écrire :

$$(Au+Bv)[a_1u-(a_1+1)v]+(A_1u+B_1v)[au-(a+1)v]-C[au-(a+1)v]+$$
$$[a_1u-(a_1+1)v]-Duv=0.$$

Pour que cette dernière égalité ait lieu quels que soient u et v, il faut et il suffit que :

$$(4)\quad \begin{cases} Aa_1+A_1a-Caa_1=0, \\ B(a_1+1)+B_1(a+1)+C(a+1)(a_1+1)=0, \\ Ba_1+B_1a-A(a_1+1)-A_1(a+1)+C(a_1+1)+C(a+1)-D=0. \end{cases}$$

Les coefficients inconnus a et a_1 doivent vérifier ces trois équations ; or, si l'on a égard à la relation (3), la dernière égalité résulte de la différence des deux premières. Il reste donc deux équations distinctes pour déterminer a et a_1 ; la première est du second degré, et la seconde se réduit au premier degré ; il y a, par conséquent, deux développables de 3e classe satisfaisant aux conditions imposées.

§ VII.

INTERSECTION DE LA DÉVELOPPABLE AVEC UNE SURFACE DU SECOND ORDRE.

87. THÉORÈME LXVII. *Une surface quelconque du second ordre est touchée par six plans tangents de la développable* Σ, *mais les deux surfaces ne se touchent pas. La surface du second ordre est rencontrée en six points par l'arête de rebroussement de la développable.*

Soit, en effet, l'*équation tangentielle* d'une surface du second ordre

$$(1)\qquad (S)\quad \begin{aligned} &A u^2+A' v^2+A'' v^2+A''' r^2+2B vw+2B' uw+2B'' uv+ \\ &+2C ur+2C' vr+2C'' wr=0; \end{aligned}$$

les coordonnées d'un plan tangent quelconque à la développable sont définies par les relations (III) n° [11]:

$$(2)\qquad \frac{u}{-k^2}=\frac{v}{-k}=\frac{w}{1}=\frac{r}{k^3};$$

exprimons que ce plan touche la surface (S), nous avons :

$$(3)\quad A''' k^6-2C k^5+(A-2C') k^4+2(B''+C'') k^3+(A'-2B') k^2-2B k+A''=0.$$

L'équation (3) est du 6e degré en k; il y a donc six plans tangents de la développable Σ touchant la surface donnée (S).

Nous savons d'ailleurs N° [42] que : *lorsqu'une surface du second ordre touche sept plans tangents de la développable* Σ, *elle est tout entière inscrite dans cette développable.*

Supposons maintenant que l'*équation ponctuelle* de la surface

donnée du second ordre soit

(4) (S) $ax^2+a'y^2+a''z^2+a'''t^2+2byz+2b'zx+2b''xy+2cxt+2c'zt+3''zt=$

les coordonnées d'un point quelconque de l'arête de rebroussement de la développable sont définies par les relations (IX) N°[11] :

$$(5) \qquad \frac{x}{-3k} = \frac{y}{3k^2} = \frac{z}{k^3} = \frac{t}{-1};$$

exprimons que ce point est situé sur la surface S, nous trouvons :

(6) $a''k^6+6bk^4+3(3a'-2b')k^4-2(9b''+c'')k^3+3(3a+2c')k^2+6ck+a'''=$

Cette dernière équation est du 6e degré en k; la surface S est donc rencontrée en six points par l'arête de rebroussement de la développable.

88. THÉORÈME LXVIII. *Lorsqu'une surface du second ordre,* S, *contient une génératrice de la développable, les deux surfaces se touchent en un point situé sur la génératrice commune; ce point de contact est, en général, distinct de celui où la génératrice touche l'arête de rebroussement. L'arête de rebroussement touche la surface* S *au point où elle touche la génératrice commune, et la rencontre, en outre, en quatre autres points.*

Nous pouvons supposer que la génératrice commune est l'arête B C du tétraèdre de référence; l'équation d'une surface quelconque du second ordre passant par la droite B C ($x = 0$, $t = 0$) sera

(7) (S) $ax^2+a'''t^2+2b'xz+2b''xy+2cxt+2c'yt+2c''zt=0.$

Le plan A B C ou $t = 0$, tangent à la développable suivant la

génératrice B C, coupe la surface (S) suivant les deux droites

$$\begin{cases} x=0, \\ t=0 \end{cases} \qquad \begin{cases} a\,x+2\,b'\,z+2\,b''\,y=0, \\ t=0; \end{cases}$$

l'une est la droite B C, et l'autre coupe la droite B C en un point variable avec la surface du second ordre passant par cette génératrice.

La relation (6) devient, dans le cas actuel où $a'=0$, $a''=0$, $b=0$:

$$-6\,b'\,k^4-2\,(9\,b''+c'')\,k^3+3\,(3\,a+2\,c')\,k^2+6\,c\,k+a'''=0;$$

c'est-à-dire que l'arête de rebroussement rencontre encore en quatre points la surface (7) ; il y a deux racines infinies qui ont disparu et qui correspondent au point de contact de la génératrice B C avec cette arête.

89. THÉORÈME LXIX. *Une surface du second ordre ne peut avoir plus de trois génératrices en commun avec la développable* Σ.

Lorsqu'une surface du second ordre a trois génératrices en commun avec la développable, elle est touchée par l'arête de rebroussement aux trois points où les génératrices communes touchent cette arête. De plus, les deux surfaces se touchent en trois points respectivement situés sur chacune des génératrices communes.

Nous pouvons, en effet, supposer que deux des génératrices communes sont les arêtes A D et B C du tétraèdre de référence ; l'équation générale des surfaces du second ordre, passant par ces droites, sera :

$$(8) \quad (S) \qquad b'x\,z+b''\,x\,y+c'\,y\,t+c''\,z\,t=0.$$

Les équations d'une génératrice de la développable Σ sont

(IV) N°[11] :

$$(9)\quad \begin{cases} x = -\dfrac{1}{h^2}z + 2ht, \\ y = \dfrac{2}{h}z - h^2 t; \end{cases}$$

exprimons que cette droite est tout entière sur la surface (8), on trouve

$$c' = -2b''h, \quad b' = -\frac{2b''}{h}, \quad c'' = 3b'';$$

de sorte que l'équation d'une surface du second ordre, passant par les trois génératrices choisies, est

$$(10)\quad (S)\ xy + 3zt - 2\left(\frac{xz}{h} + hyt\right) = 0.$$

Cette surface est complètement déterminée; on constate d'ailleurs facilement qu'elle n'a pas d'autres génératrices communes avec la surface Σ ; car si l'on exprime que la surface (10) contient une nouvelle génératrice telle que

$$\begin{cases} x = -\dfrac{1}{k^2}z + 2kt, \\ y = \dfrac{2}{k}z - k^2 t; \end{cases}$$

on trouve $k = h$.

Enfin, la surface (10) touche l'arête de rebroussement aux points où cette arête est touchée par les trois génératrices communes; cette propriété se vérifie immédiatement à l'aide de l'équation (10) et des relations (5) N° [87]; elle est, d'ailleurs, une conséquence de la proposition du N°[88].

90. THÉORÈME LXX. *Une surface du second ordre ne peut avoir qu'une seule conique en commun avec la développable* Σ.

Lorsqu'une surface du second ordre, S, *a une conique en commun avec la développable* Σ, *la surface* S *et la développable* Σ *se touchent en trois points situés sur la conique commune. L'arête de rebroussement touche la surface* S *au point où elle touche la conique commune, et la rencontre, en outre, en quatre autres points.*

Si une surface du second ordre S et la développable Σ ont une conique commune, cette conique se trouve dans un des plans tangents à la développable N°[22]; d'un autre côté, deux coniques quelconques de la développable touchent en des points différents la droite intersection de leurs plans N°[24], et deux coniques ainsi situées ne peuvent pas évidemment appartenir à une même surface du second ordre; par conséquent, une surface du second ordre ne peut pas avoir plus d'une conique en commun avec la développable Σ.

Si la surface S′ a une conique en commun avec Σ, nous pouvons admettre que cette conique est dans le plan ABC du tétraèdre de référence; or, le plan ABC ou $t=0$ coupe la surface Σ (VI) N° [14] suivant la conique

$$y^2+4xz=0;$$

de sorte que l'équation générale d'une surface du second ordre, satisfaisant à la condition imposée, sera

$$(11)\quad (S)\quad y^2+4xz+2t\left(cx+c'y+c''z+\frac{a'''}{2}t\right)=0.$$

L'équation d'un plan tangent à la développable Σ est (II) N° [11] :

$$(12)\qquad k^3t-k^2x-ky+z=0;$$

si l'on exprime que ce plan touche la surface (S), on a

$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 2 & c & -k^2 \\ 0 & 1 & 0 & c' & -k \\ 2 & 0 & 0 & c'' & 1 \\ c & c' & c'' & a''' & k^3 \\ -k^2 & -k & 1 & k^3 & 0 \end{vmatrix} = 0,$$

ou, en développant :

$$(13) \qquad (k^3 + c''k^2 + 2c'k - c)^2 = 0;$$

on a donc trois plans touchant à la fois les surfaces S et Σ. J'ajoute que les points de contact sont les mêmes pour les deux surfaces, et que ces points se trouvent sur la conique commune.

En effet, le plan tangent en un point (x_1, y_1, z_1, t_1) de la surface S ou (11), est

$$x(ct_1 + 2z_1) + y(y_1 + c't_1) + z(2x_1 + c''t_1) + t(cx_1 + c'y_1 + c''z_1 + a'''t_1) = 0$$

si le point $(x_1, y_1, z_1, t_1,)$ appartient à la conique commune, on a

$$t_1 = 0, \qquad z_1 = -\frac{y_1^2}{4x_1},$$

et l'équation précédente devient :

$$-\frac{y_1^2}{2x_1}x + y_1 y + 2x_1 z + t\left(cx_1 + c'y_1 - c''\frac{y_1^2}{4x_1}\right) = 0.$$

Exprimons maintenant que ce plan coïncide avec un des plans tangents à la développable, c'est-à-dire avec le plan (12), il vient :

$$\frac{k^2}{\frac{y_1^2}{2x_1}} = \frac{-k}{y_1} = \frac{1}{2x_1} = \frac{k^3}{\left(x_1 + c'y_1 - c''\frac{y_1^2}{4x_1}\right)};$$

de là on déduit :

$$k = -\frac{y_1}{2x_1}, \quad \text{ou} \quad y_1 = -2kx_1,$$

et les égalités qui précèdent donnent lieu à la relation unique :

$$(13\,bis) \qquad k^3 + c''k^2 + 2c'k - c = 0 ;$$

on retrouve précisément la relation (13).

Donc les plans touchant à la fois la surface S et la développable Σ, touchent la surface S en des points situés sur la conique commune, mais ces plans touchent la développable tout le long des génératrices qui passent par ces mêmes points ; par conséquent, les deux surfaces S et Σ se touchent en trois points situés sur la conique commune. C'est la première partie de la proposition énoncée.

En ayant égard aux valeurs des coefficients de l'équation (11), l'équation (6) du N° [87] devient :

$$(14) \qquad 3k^4 + 2c''k^3 - 6c'k^2 - 6ck - a'' = 0,$$

c'est-à-dire que l'arête de rebroussement de la développable rencontre d'abord en quatre points la surface S (11) ; elle touche, en outre, cette même surface au point où elle touche la conique commune. Cette solution double, qui correspond à une valeur infinie de k, a disparu dans l'équation (14).

91. THÉORÈME LXXI. *Lorsqu'une surface du second ordre* S *a en commun, avec la développable* Σ, *une conique et une génératrice, les deux surfaces se touchent encore en trois points situés sur la conique commune ; un de ces points est le point de rencontre de la génératrice avec la conique. La surface* S *est touchée par l'arête de rebroussement aux deux points où l'arête touche la conique et la génératrice ; elle est rencontrée en deux autres points par l'arête de rebroussement.*

On peut supposer que la génératrice commune est l'arête de

AD du tétraèdre de référence ; l'équation (11) N° [90] devient alors

$$(15) \quad (S) \quad y^2 + 4xz + 2t(c'y + c''z) = 0 ;$$

les propriétés énoncées sont alors visibles. Les équations (13 *bis*) et (14) deviennent respectivement

$$k(k^2 + c''k + 2c') = 0,$$
$$k^2(3k^2 + 2c''k - 6c') = 0 ;$$

c'est-à-dire que l'un des plans tangents communs est le plan ADB, lequel touche en A la surface S, et l'arête de rebroussement ne rencontre plus la surface S qu'en deux points, si l'on fait abstraction des points de tangence C et D.

92. THÉORÈME LXXII. *Une surface du second ordre ayant une conique en commun avec la développable* Σ, *peut contenir deux génératrices de la développable et ne peut pas en contenir plus de deux.*

Lorsqu'une surface du second ordre S *et la développable* Σ *ont en commun une conique et deux génératrices, ces deux surfaces se touchent encore en trois points situés sur la conique commune ; deux de ces points sont les rencontres des génératrices avec la conique.*

L'arête de rebroussement touche la surface S *en trois points ; ce sont ceux où elle touche la conique et les deux génératrices communes.*

Si l'on écrit que la surface (15) N° [91] passe par une autre génératrice de la développable

$$x = -\frac{1}{h^2}z + 2ht, \quad y = \frac{2}{h}z - h^2t,$$

par exemple, on trouve

$$c' = \frac{h^3}{2}, \quad c'' = -3h ;$$

et l'équation de la surface, parfaitement déterminée, est alors

$$(16) \quad y^2 + 4xz + t(h^2y - 6hz) = 0.$$

On constatera facilement que la surface (16) n'admet pas d'autres génératrices communes avec la développable.

Quant aux dernières propriétés énoncées dans le théorème LXXII elles se vérifient immédiatement à l'aide de l'équation (16) ; elles sont d'ailleurs une conséquence de la proposition énoncée au N° [91].

93. Afin de mieux préciser les particularités que peut présenter l'intersection de la développable Σ avec une surface du second ordre, je rappellerai d'abord les formules générales suivantes dues à M. Cayley, et qu'on trouvera soit dans le *Journal de Mathématiques*, de M. Liouville, vol. X, p. 245 ; soit dans Salmon, *Analytic of three dimensions*, p. 236 à 237, etc.

NOTATIONS.

Indiquons d'abord le sens des notations employées :

m est l'ordre d'une courbe gauche ;

r est l'ordre de la développable engendrée par les tangentes à cette courbe (ou développable osculatrice de cette courbe) ; c'est aussi la classe de la courbe ;

n est la classe de la développable ;

α est le nombre des plans tangents stationnaires de la développable, c'est-à-dire des plans tangents doubles pour lesquels les deux génératrices de contact viennent à coïncider ;

β est le nombre des points stationnaires ou points de rebroussement de la courbe gauche ;

x est le nombre des systèmes de deux génératrices non consécutives se coupant sur un plan arbitrairement choisi ; c'est l'ordre de la *ligne nodale* de la développable osculatrice ;

y est le nombre des plans qui, contenant deux génératrices non consécutives, passent par un point arbitrairement

NOTATIONS.

choisi ; c'est la classe de la développable doublement tangente à la développable osculatrice ;

h est le nombre des droites qui, rencontrant la courbe gauche en deux points, passent par un point arbitrairement choisi ; ce nombre comprend également celui des points doubles de la courbe ;

g est le nombre des droites, intersections de deux plans oscula teurs à la courbe ou plans tangents à la développable non consécutifs, qui se trouvent dans un plan arbitrairement choisi, le nombre g comprend également celui des plans tangents doubles à la développable, c st-à-dire touchant la développable suivant deux droites distinctes.

Ceci rappelé, on a, entre les neuf quantités m, r, n, α, β, x, y, h, g, les relations suivantes qui équivalent à *six relations distinctes :*

$$(I)\quad \begin{cases} n = r(r-1) - 2x - 3m, \\ \alpha = 3r(r-2) - 6x - 8m, \\ r = n(n-1) - 2g - 3\alpha, \\ m = 3n(n-2) - 6g - 8\alpha, \end{cases} \quad \text{d'où} \quad \begin{aligned} 2(x-g) &= (r-n)(r+n-9), \\ m-\alpha &= 3(r-n), \end{aligned}$$

ce premier groupe de relations équivaut à trois relations distinctes.

$$(II)\quad \begin{cases} r = m(m-1) - 2h - 3\beta, \\ n = 3m(m-2) - 6h - 8\beta, \\ m = r(r-1) - 2y - 3n, \\ \beta = 3r(r-2) - 6y - 8n ; \end{cases} \quad \text{d'où} \quad \begin{aligned} n-\beta &= 3(r-m), \\ 2(y-h) &= (r-m)(r+m-9); \end{aligned}$$

ce deuxième groupe de relations équivaut aussi à trois relations distinctes.

Remarque I. Lorsque la courbe considérée est l'intersection

de deux surfaces d'ordres μ et ν, on a :

$$\text{(III)} \quad \begin{cases} m = \mu\nu, \\ r = \mu\nu(\mu+\nu-2) - 2t - 3\beta, \\ 2h = \mu\nu(\mu-1)(\nu-1) - 2t; \end{cases}$$

t est le nombre des points où les deux surfaces se touchent en un contact simple; β est le nombre des points stationnaires. (Salmon, p. 251.)

Remarque II. Si la courbe d'ordre m se décompose en deux courbes d'ordres m_1 et m_2 respectivement, de sorte que

$$m_1 + m_2 = m = \mu\nu$$

on aura :

$$\begin{cases} m_1(\mu-1)(\nu-1) = 2h_1 + H, \\ m_2(\mu-1)(\nu-1) = 2h_2 + H; \end{cases} \quad \text{(IV } bis\text{)} \quad \begin{cases} m_1(\mu-1)(\nu-1) + 2t_1 = 2h_1 + H, \\ m_2(\mu-1)(\nu-1) + 2t_2 = 2h_2 + H; \end{cases}$$

h_1 est le nombre des droites qui, rencontrant la courbe d'ordre m_1 en deux points, passent par un point arbitrairement choisi;

h_2 est le nombre des droites qui, rencontrant la courbe d'ordre m_2 en deux points, passent par un point arbitrairement choisi;

H est le nombre des droites qui, rencontrant en un point la courbe d'ordre m_1 et en un point la courbe d'ordre m_2, passent par le point choisi.

(Salmon, *Analytic of three dimensions*, p. 251).

N'oublions pas, qu'au premier membre de l'une ou de l'autre des équations (IV), il faut ajouter deux fois le nombre des points doubles de la courbe correspondante, lorsque ces points proviennent de contacts simples entre les surfaces qui déterminent cette courbe; de sorte que l'on doit écrire en réalité les formules (IV *bis*), t_1 étant le nombre des points de contact simples des deux surfaces qui se trouvent sur la courbe (m_1) et donnent lieu

à des points doubles pour cette courbe ; t_2 a une signification semblable pour la courbe d'ordre (m_2).

Nous allons maintenant appliquer ces formules générales au cas de l'intersection de la développable Σ avec une surface du second ordre.

94. 1° Cas ou la surface du second ordre S est quelconque.

La courbe d'intersection est du 8e ordre, car $\mu = 4$, $\nu = 2$, d'où $m = 8$.

De plus, l'arête de rebroussement de la développable rencontre la surface S en six points, lesquels sont autant de points de rebroussement pour la courbe d'intersection ; donc $\beta = 6$. Enfin la surface S et la surface Σ ne se touchent pas dans le cas général qui nous occupe, $t = 0$; et la dernière formule du groupe (III) donne $h = 12$.

Ainsi nous avons

$$m = 8, \quad \beta = 6, \quad h = 12 ;$$

formules (I) et (II) du N° [93] nous donneront alors les valeurs suivantes :

$$(\mathrm{I}^\circ) \quad \begin{cases} m = 8 & x = 67 \\ r = 14 & y = 51 \\ n = 24 & h = 12 \\ \beta = 6 & g = 212 \\ \alpha = 38 \end{cases}$$

d'où :

THÉORÈME LXXIII. *La courbe d'intersection de la développable* Σ *et d'une surface quelconque du second ordre, est une courbe gauche du* 8e *ordre et de* 14e *classe, possédant* 12 *points doubles (apparents ou effectifs) et* 6 *points de rebroussement.*

La perspective de la courbe d'intersection, sur un plan quelconque est une courbe de 8e *ordre et de* 14e *classe, possédant*

12 ***points doubles***, **6** ***points de rebroussement***, **51** ***tangentes doubles et* 24** ***tangentes d'inflexion.***

La développable osculatrice à la courbe d'intersection est de l'ordre* 14**, ***de la classe* 24**, ***et possède une ligne nodale du* 67^e^ *ordre.

95. 2° La surface S a une génératrice commune avec la développable Σ.

On a ici $\mu = 4$, $\nu = 2$; la courbe d'intersection se compose d'une droite et d'une courbe de 7^e^ ordre, de sorte que

$$m_1 = 7, \qquad m_2 = 1;$$

l'arête de rebroussement touche la surface S au point où elle touche la génératrice commune, et la rencontre en quatre autres points N° [88]; par suite, on a $\beta = 4$ pour la courbe d'ordre 7.

D'ailleurs, par un point arbitrairement choisi, on ne peut pas mener de droites rencontrant la courbe d'ordre *un* (c'est-à-dire la génératrice) en deux points; donc $h_2 = 0$. Les deux surfaces S et Σ se touchent en un certain point de la génératrice commune; mais le point de contact, qui est un point double pour le système formé par la génératrice et la courbe du 7^e^ ordre, n'est un point double ni pour l'une ni pour l'autre de ces courbes quand on les prend isolément; donc $t_1 = 0$, $t_2 = 0$; et les formules (IV *bis*) N°[93] donnent, puisque $h_2 = 0$:

$$H = 3, \qquad h_1 = 9.$$

Nous avons donc pour la courbe du 7^e^ ordre :

$$m = 7, \quad \beta = 4, \quad h = 9;$$

les formules (I) et (II) du N° [93] nous donneront alors:

$$(II^o) \quad \begin{cases} m = 7 & x = 46 \\ r = 12 & y = 34 \\ n = 19 & h = 9 \\ \beta = 4 & g = 123 \\ \alpha = 28 \end{cases}$$

d'où :

THÉORÈME LXXIV. *Lorsqu'une surface du second ordre a une génératrice commune avec la développable* Σ, *la courbe d'intersection, abstraction faite de la génératrice commune, est une courbe de* 7^e^ *ordre et de* 12^e^ *classe, possédant quatre points de rebroussement et* 9 *points doubles (apparents ou effectifs).*

La perspective de la courbe d'intersection, sur un plan quelconque, est une courbe de 7^e^ *ordre et de* 12^e^ *classe, ayant* 4 *points de rebroussement,* 9 *points doubles,* 34 *tangentes doubles et* 19 *tangentes d'inflexion.*

La développable osculatrice à la courbe d'intersection est de 12^e^ *ordre et de* 19^e^ *classe; elle possède une ligne nodale du* 46^e^ *ordre.*

96. 3° LA SURFACE S A DEUX GÉNÉRATRICES COMMUNES AVEC LA DÉVELOPPABLE Σ.

Nous regarderons les génératrices communes G et G_1 comme formant une courbe de 2^e^ ordre ; de sorte que, dans le cas actuel

$$m_1 = 6, \qquad m_0 = 2.$$

L'arête de rebroussement de Σ touche la surface S en deux points qui sont ses contacts avec les génératrices G et G_1, et la rencontre en deux autres points; par suite, on a $\beta = 2$ pour la courbe d'ordre 6, en faisant abstraction des deux génératrices.

Maintenant, par un point arbitrairement choisi, on ne peut mener qu'une seule droite rencontrant le système des deux génératrices G et G_1, donc $h_0 = 1$, et la seconde des formules (IV) N° [93] donne $H = 4$.

Les deux surfaces S et Σ se touchent en deux points respectivement situés sur chacune des génératrices communes, mais les points doubles n'existent que lorsqu'on considère le système complexe formé de la courbe du 6^e^ ordre et des deux généra-

trices ; ils n'existent plus lorsqu'on fait abstraction de ces génératrices ; ainsi $t_1 = 0$, et la première des formules (IV *bis*) conduit à $h_1 = 7$.

Nous avons donc pour la courbe du 6e ordre

$$m = 6, \qquad \beta = 2, \qquad h = 7;$$

les formules (I) et (II) du N°[93] nous donneront alors :

$$\text{(III°)} \quad \begin{cases} m = 6 & x = 29 \\ r = 10 & y = 21 \\ n = 14 & h = 7 \\ \beta = 2 & g = 59 \\ \alpha = 18 \end{cases}$$

D'où:

THÉORÈME LXXV. *Lorsqu'une surface du second ordre a deux génératrices communes avec la développable* Σ, *la courbe d'intersection, abstraction faite des deux génératrices, est une courbe de* 6e *ordre et de* 10e *classe, possédant* 2 *points de rebroussement et* 7 *points doubles* (*apparents ou effectifs*).

La perspective de la courbe d'intersection, sur un plan quelconque, est une courbe de 6e *ordre et de* 10e *classe, possédant* 2 *points de rebroussement,* 7 *points doubles*, 21 *tangentes doubles et* 14 *tangentes d'inflexion.*

La développable osculatrice à la courbe d'intersection est de 10e *ordre et de* 14e *classe ; elle possède une ligne nodale du* 29e *ordre.*

97. 4° La surface S a trois génératrices communes avec la développable Σ.

Nous regarderons les trois génératrices G, G_1, G_2, comme formant une courbe de 3e ordre; de sorte que, dans le cas actuel :

$$m_1 = 5, \qquad m_2 = 3.$$

L'arête de rebroussemeut de Σ touche la surface S en trois points qui sont les contacts des génératrices G, G_1, G_2, et ne la rencontre plus en d'autres points, par suite, on aura, pour la courbe d'ordre 5, $\beta = 0$, en faisant abstraction des génératrices.

Maintenant, par un point arbitrairement choisi, on peut mener trois droites et trois seulement, rencontrant en deux points le système G, G_1, G_2; donc $h_2 = 3$, et la seconde des formules (IV) N° [93] donne H = 3; d'où il résulte $h_1 = 6$, car $t_1 = 0$. En effet, les deux surfaces S et Σ se touchent bien en trois points respectivement situés sur les génératrices communes N° [89]; mais les points doubles n'existent qu pour le système complexe formé de la courbe du 5e ordre et des trois génératrices; ils n'existent plus lorsqu'on fait abstraction de ces trois droites.

Nous avons donc pour la courbe du 5e ordre :

$$m = 5, \qquad \beta = 0, \qquad h = 6;$$

les formules (I) et (II) du N°[93] donneront alors :

$$(4^{\circ}) \quad \begin{cases} m = 5 & x = 16 \\ r = 8 & y = 12 \\ n = 9 & h = 6 \\ \beta = 0 & g = 20 \\ \alpha = 8 \end{cases}$$

D'où :

THÉORÈME LXXVI. *Lorsqu'une surface du second ordre a trois génératrices communes avec la développable* Σ, *la courbe d'intersection, abstraction faite des trois génératrices, est une courbe de* 5e *ordre et de* 8e *classe, possédant* 8 *points doubles (apparents ou effectifs), et n'ayant pas de points de rebroussement. La perspective de la courbe d'intersection, sur un plan quelconque, est une courbe plane du* 5e *ordre et de* 8e *classe, ayant* 6 *points*

doubles, 12 tangentes doubles et 9 tangentes d'inflexion; elle n'a pas de points de rebroussement.

La développable osculatrice à la courbe d'intersection est de 8e ordre et de 9e classe; elle a une ligne nodale du 16e ordre.

98. 5° La surface S a une conique commune avec la développable Σ.

$$m_1 = 6, \qquad m_2 = 2.$$

L'arête de rebroussement touche la surface S au point où elle touche la conique commune, et la rencontre en outre en quatre autres points non situés sur la conique N° [90] ; par suite, on aura $\beta = 4$ pour la courbe d'ordre 6, en faisant abstraction de la conique.

Maintenant, par un point arbitrairement choisi, on ne peut pas mener de droites rencontrant la conique en deux points, donc $h_2 = 0$. Les deux dernières surfaces S et Σ se touchent en trois points situés sur la conique commune n° [90] ; ces trois points sont des points doubles pour le système composé de la conique et de la courbe du 6e ordre, mais ce ne sont pas des points doubles pour chacune des courbes prises isolément. Puisque $h_2 = 0$, les formules (IV) N° [93] donnent alors

$$H = 6, \qquad h_1 = 6.$$

Nous avons donc pour la courbe du 6e ordre

$$m = 6, \quad \beta = 4, \quad h = 6:$$

nous en conclurons des formules (I) et (II) N° [93]

$$(5^\circ) \quad \begin{cases} m = 6 & x = \\ r = 6 & y = \\ n = 4 & h = 6 \\ \beta = 4 & g = 3 \\ \varkappa = 0 \end{cases}$$

D'où :

THÉORÈME LXXVII. *Lorsqu'une surface du second ordre a une conique en commun avec la développable* Σ, *la courbe d'intersection, abstraction faite de la conique, est une courbe de* 6^e^ *ordre et de* 6^e^ *classe, ayant* 4 *points de rebroussement et* 6 *points doubles (apparents ou effectifs).*

La perspective de la courbe d'intersection, sur un plan quelconque, est une courbe de 6^e^ *ordre et de* 6^e^ *classe, ayant* 4 *points de rebroussement,* 6 *points doubles,* 6 *tangentes doubles et* 4 *tangentes d'inflexion.*

La développable osculatrice à la courbe d'intersection est de 6^e^ *ordre et de* 4^e^ *classe; elle a une ligne nodale du* 4^e^ *ordre.*

99. 6° LA SURFACE S A EN COMMUN, AVEC LA DÉVELOPPABLE Σ, UNE CONIQUE ET UNE GÉNÉRATRICE.

Nous regarderons la droite et la conique comme formant une courbe du 3^e^ ordre, de sorte que

$$m_1 = 5, \qquad m_2 = 3.$$

La génératrice rencontre la conique, sans lui être tangente, en un certain point I; les surfaces S et Σ se touchent en trois points situés sur la conique commune, un d'eux est le point I N° [91].

Par un point O, arbitrairement choisi, on peut mener deux droites rencontrant en deux points le système formé par la génératrice G et la conique, ce sont : la droite O I, et la droite qui joint le point O au second point d'intersection du plan O G I avec la conique; on a donc $h_2 = 2$. Mais le système possède un point double I correspondant à un contact simple des deux surfaces, donc $t_2 = 1$. Par conséquent la seconde des formules (IV *bis*) N°[93] donnera

$$H = 7.$$

Maintenant, les deux autres points de contact des surfaces S

et Σ ne sont pas des points doubles pour la courbe du 5e ordre, prise isolément; la première des formules (IV) N° [93] donne par suite

$$h_1 = 4.$$

Enfin, l'arête de rebroussement ne rencontre plus la surface S qu'en deux points différents de ceux où elle touche la conique et la génératrice communes N° [91]; par conséquent, $\beta = 2$ pour la courbe du 5e ordre; on fait abstraction de la conique et de la génératrice.

Nous avons donc pour la courbe du 5e ordre :

$$m = 5, \qquad h = 4, \qquad \beta = 2;$$

les formules (I) et (II) N° [93] donnent alors :

$$(6^e) \quad \begin{cases} m = 5 & x = 5 \\ r = 6 & y = 5 \\ n = 5 & h = 4 \\ \beta = 2 & g = 4 \\ \alpha = 4 \end{cases}$$

D'où :

THÉORÈME LXXVIII. *Lorsqu'une surface du second ordre a en commun une conique et une génératrice avec la développable* Σ, *la courbe d'intersection, abstraction faite de la conique et de la génératrice, est de* 5e *ordre et de* 6e *classe, possédant* 2 *points de rebroussement et* 4 *points doubles (apparents ou effectifs).*

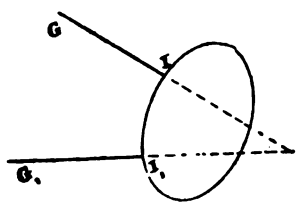
La perspective de la courbe d'intersection, sur un plan quelconque, est une courbe de 5e *ordre et de* 6e *classe, ayant* 2 *points de rebroussement,* 4 *points doubles,* 5 *tangentes doubles et* 5 *tangentes d'inflexion.*

La développable osculatrice à la courbe d'intersection est de 6e *ordre et de* 5e *classe; elle a une ligne nodale du* 5e *ordre.*

100. 7° La surface S a en commun, avec la développable Σ, une conique et deux génératrices.

Nous regarderons la conique et les deux génératrices G et G_1 comme formant une courbe de 4° ordre, de sorte que

$$m_1 = 4, \qquad m_2 = 4.$$



Les génératrices G et G_1 rencontrent la conique aux points I et I_1, par exemple, sans lui être tangentes ; les surfaces S et Σ se touchent en trois points situés sur la conique commune, I et I_1 sont deux de ces points N° [92].

Par un point O, arbitrairement choisi, on peut mener cinq droites rencontrant en deux points le système formé par la conique et les deux génératrices ; une d'elles rencontre les deux droites G et G_1 ; deux autres passent par les points I et I_1 ; les deux dernières passent respectivement par les points où les plans OIG et OI_1G_1 rencontrent encore la conique ; on a donc $h_2 = 5$. Mais le système en question possède deux points doubles I et I_1 correspondant à des contacts simples des deux surfaces ; donc $t_2 = 2$. Par conséquent, la seconde des formules (IV *bis*) N° [93] donnera

$$H = 6.$$

Maintenant le troisième point de contact des surfaces S et Σ n'est pas un point double pour la courbe du 4° ordre, proprement dite, prise isolément ; la première des formules (IV) N° [93] donne, par suite :

$$h_1 = 3.$$

Enfin l'arête de rebroussement ne rencontre plus la surface S en des points autres que ceux où elle touche la conique et la

génératrice communes ; donc, si l'on fait abstraction de la conique et des génératrices, on a pour la courbe du 4e ordre proprement dite $\beta = 0$.

Ainsi, on a pour cette courbe du 4e ordre :

$$m = 4, \qquad h = 3, \qquad \beta = 0 ;$$

les formules (I) et (II) N° [93] donnent alors :

$$(7^{\circ}) \quad \begin{cases} m = 4 & x = 6 \\ r = 6 & y = 4 \\ n = 6 & h = 3 \\ \beta = 0 & g = 6 \\ \alpha = 4 \end{cases}$$

D'où :

THÉORÈME LXXIX. *Lorsqu'une surface du second ordre a en commun avec la développable une conique et deux génératrices, la courbe d'intersection, abstraction faite de la conique et des génératrices, est une courbe de 4e ordre et de 6e classe, possédant trois points doubles (apparents ou effectifs) ; elle n'a pas de points de rebroussement.*

La perspective de la courbe d'intersection sur un plan quelconque est une courbe de 4e ordre et de 6e classe, ayant trois points doubles sans rebroussement, 4 tangentes doubles et 6 tangentes d'inflexion.

La développable osculatrice à la courbe d'intersection est de 6e ordre et de 6e classe ; elle a une ligne nodale du 6e ordre,

101 TABLEAU des résultats numériques qui précèdent :

SURFACE DU SECOND ORDRE :

I° *Quelconque* (1°)

$m = 8$ $x = 67$
$r = 14$ $y = 51$
$n = 24$ $h = 12$
$\rho = 6$ $g = 212$
$\alpha = 38$

II° *Ayant une génératrice commune avec* Σ (2°)

$m = 7$ $x = 46$
$r = 12$ $y = 34$
$n = 19$ $h = 9$
$\beta = 4$ $g = 123$
$\alpha = 28$

III° *Ayant deux génératrices communes avec* Σ (3°)

$m = 6$ $x = 29$
$r = 10$ $y = 21$
$n = 14$ $h = 8$
$\beta = 2$ $g = 59$
$\alpha = 18$

IV° *Ayant trois génératrices communes avec* Σ (4°)

$m = 5$ $x = 16$
$r = 8$ $y = 12$
$n = 9$ $h = 6$
$\beta = 0$ $g = 20$
$\alpha = 8$

V° *Ayant une conique commune avec* Σ (5°)

$m = 6$ $x = 4$
$r = 6$ $y = 6$
$n = 4$ $h = 6$
$\beta = 4$ $g = 3$
$\alpha = 0$

VI° *Ayant une conique et une génératrice communes avec* Σ (6°)

$m = 5$ $x = 5$
$r = 6$ $y = 5$
$n = 5$ $h = 4$
$\beta = 2$ $g = 4$
$\alpha = 2$

VII° *Ayant une conique et deux génératrices communes avec* Σ (7°)

$m = 4$ $x = 6$
$r = 6$ $y = 4$
$n = 6$ $h = 3$
$\beta = 0$ $g = 6$
$\alpha = 4$

Nous pouvons encore écrire ce tableau comme il suit :

	m	r	h	β	y	n	α	x	g
I°	8	14	12	6	51	24	38	67	212
II°	7	12	9	4	34	19	28	46	123
III°	6	10	8	2	21	14	18	29	59
IV°	5	8	6	0	12	9	8	16	20
V°	6	6	6	4	6	4	0	4	3
VI°	5	6	4	2	5	5	2	5	4
VII°	4	6	3	0	4	6	4	6	6

Les six premiers nombres m, r, h, β, y, n, donnent respectivement l'ordre, la classe, les points doubles, les points de rebroussement, les tangentes doubles et les tangentes d'inflexion de la courbe plane, perspective de la courbe proprement dite d'intersection de la développable Σ avec la surface du second ordre considérée

CAPSULERIE DÉPARTEMENTALE DU NORD

DU 1er JANVIER 1871 AU 1er JUIN 1871.

FABRICATION DES CAPSULES CHASSEPOT

PARTIE CHIMIQUE. — CHARGEMENT.

PAR M. E. SAVOYE.

Présenté le 21 juin 1872.

Pendant la guerre 1870-1871, le gouvernement de la défense nationale pour remédier au manque de cartouches qui força si souvent nos généraux à éviter le combat, engagea l'industrie privée à fabriquer des munitions de guerre. Dans le département du Nord, à Lille, Roubaix, Dunkerque s'élevèrent d'importantes cartoucheries; l'État fournissait la poudre nécessaire et quelquefois les capsules. Bien souvent aussi le fabricant devait chercher lui-même ses capsules en pays étranger, et bientôt la concurrence fit monter leur prix à un taux fabuleux. De plus, malgré ces prix élevés le commerce étranger ne suffisait pas à la con-

sommation, les capsules étaient enlevées et consommées sitôt fabriquées ; un jour d'interruption dans les communications et la fabrication des cartouches devait cesser.

Enfin, le 1er janvier 1871, l'érection d'une capsulerie à Lille fut décidée et un honorable fabricant de Roubaix se chargea, coûte que coûte, de doter notre ville de cet élément indispensable de la résistance. Grâce à ses nombreuses relations à l'étranger, quelques jours après une maison belge cédait à prix d'or, à M. L., agissant tant en son nom personnel qu'au nom du département du Nord, avec lequel il avait traité, une partie de son matériel, et nous ouvrait l'entrée de ses ateliers.

Je fus alors chargé par M. L. d'installer et de diriger à Lille, la partie chimique de la capsulerie.

La vue d'une capsule, la connaissance de la méthode de fabrication, l'achat d'une partie de son matériel détraqué, qui arrivé à Lille n'a pu que servir de modèle, a coûté 50,000 francs à M. L., sauf remboursement de la moitié par le département.

L'Ingénieur qui dirigeait alors la filature de M. L., M. Dillon, prit en mains tout ce qui avait rapport à la partie mécanique.

Le 30 janvier, le matériel acheté à Liège était installé dans des barraques en bois élevées sur un terrain entre la rue Colbert et le Boulevard. Cet atelier devait produire, d'après le contrat passé entre M. L., et le Préfet du Nord, 5,000,000 de capsules en cent jours.

Le lundi 30, le travail du chargement produit 26,000 capsules, le mardi 30,000, le mercredi 40,000, le jeudi 54,000, le vendredi 65,000. La production continue à s'élever ainsi et atteignit bientôt 100 et même 110,000 par jour ; le 1er juin la fabrication cessait ; nous avions produit plus de 7,000,000 de capsules.

Pendant ces cent jours d'un travail incessant et précipité, nous avons éprouvé qu'un seul accident, dû à l'imprudence de la

victime. A quoi faut-il attribuer un semblable succès ? Aux appareils et à la méthode de fabrication employée.

Les ouvrages de technologie chimique renferment peu de renseignements vraiment utilisables et pratiques sur une matière si dangereuse ; beaucoup de théorie, rien sur les manipulations que l'on doit souvent confier à des ouvriers malhabiles. Je vais essayer de combler cette lacune, bien imparfaitement sans doute mais avec toute la sincérité et la minutie possible ; je tâcherai de n'oublier aucun de ces riens, auxquels tient souvent, dans ce dangereux métier, la vie d'un homme. Je décrirai donc le travail tel qu'il s'est effectué à la capsulerie départementale du Nord.

Pendant le cours de cette description, j'indiquerai les perfectionnements que le travail me semble susceptible de recevoir, surtout au point de vue pratique, pour diminner le danger des manipulations.

Quelques-uns des moyens que je propose n'ont point été appliqués par moi; le temps a fait défaut; il fallait produire vite et beaucoup dans un délai fixé, mais chacune de ces améliorations m'a été suggérée ou par un accident survenu pendant la fabrication ou par la crainte d'en voir surgir d'autres.

Si, à Dieu ne plaise, une circonstance aussi malheureuse que celle où la France était alors se représentait, en quelques jours, notre description en main, tout homme de bonne volonté pourrait recommencer à coup sûr, sans écoles dangereuses, une semblable fabrication.

PRÉPARATION DE LA POUDRE FULMINANTE POUR CAPSULES CHASSEPOT

1° *Fulminate de mercure, ses caractères, sa préparation.*

La poudre fulminante pour capsules du fusil Chassepot renferme :

Fulminate . . .	400
Sulfure d'antimoine. . .	200
Nitrate de potasse . . .	200

Le fulminate de mercure fut découvert par Howard en 1800. Sa préparation fut indiquée pour la première fois par Thomson dans son système de chimie; et en 1820 M. Vergnaud, colonel d'artillerie, l'appliqua mélangé à du pulverin à la préparation d'amorces fulminantes pour les fusils de chasse.

Ce sel est le produit principal de l'action de l'alcool sur l'azotate acide de mercure.

Sa composition est représentée par la formule

$$(H\,G\,O)^2\ Cy^2\ O^2.$$

Donc 100 grammes de mercure doivent donner 142 p. de fulminate sec, supposant que la réaction s'accomplisse sans pertes.

Le fulminate de mercure, purifié par dissolution dans l'eau chaude, est incolore, en fines aiguilles, douces au toucher, tel qu'il sert pour la fabrication des amorces, c'est-à-dire simplement lavé pour enlever les eaux mères acides qui l'imprègnent, il est gris, brun pâle, plus ou moins pulvérulent, selon la température de la réaction qui lui a donné naissance et les proportions d'alcool et d'acide.

Il est sans action sur les papiers réactifs, il ne doit pas rougir le papier de tournesol; lorsqu'il le fait, c'est qu'il n'est pas assez lavé.

Sa saveur est fortement métallique ; il est inodore. Sec fulminate est un des sels les plus dangereux à manier que l'on connaisse ; il détone par le frottement avec un corps dur, surtout avec une pointe ; on ne doit jamais le sécher, encore moins le conserver sec ; pour l'usage il faut le conserver sous l'eau ou mieux n'en faire qu'au fur et à mesure des besoins.

Un gramme de fulminate donne par l'explosion 155$^{c.c}$ de gaz à 0° et 766^{m} ; on conçoit aisément quel prodigieux volume donnerait un kilog. de fulminate et la pression irrésistible qui en résulterait.

Chauffé à 186°, il détone spontanément; il faudra donc bien se garder, lors du séchage des capsules, comme nous le dirons plus tard, des courants de gaz surchauffés qui pourraient porter accidentellement quelque partie de l'étuve à une température élevée : les capsules chargées devenant alors d'un maniement des plus dangereux.

En présence de l'acide sulfurique dilué, le fulminate est décomposé, l'acide chlorhydrique dilué donne avec lui de l'acide oxalique (Howard) du sel ammoniac (Thenard) et de l'acide cyanhydrique.

L'acide nitrique employé doit avoir 36° B, c'est-à-dire renfermer 42 °/$_{0}$ d'acide anhydre; il doit être pur, ne pas renfermer sensiblement d'acide sulfurique ; l'acide chlorhydrique n'est pas nuisible à l'opération ; certains opérateurs recommandent même d'en ajouter une certaine quantité $^{1}/_{90}$.

L'alcool a de 85 à 90°, il ne doit point renfermer d'alcool amylique ; cet alcool ne donnant pas de composé explosif analogue au fulminate.

On a indiqué bien des proportions pour faire cette opération.

Ainsi Thomson indique pour 100 parties de mercure en poids 720 d'acide nitrique, 960 d'alcool.

Le directeur de l'école de pyrotechnie de Bourges nous prescrivait d'employer pour 1 de mercure, 10 d'alcool et 10

d'acide. Une fabrique belge à Liège, 9 d'acide nitrique, 9 d'alcool. De prime abord nous avons employé ces proportions puis insensiblement, après quelques essais, nous avons reduit encore ces proportions et nous nous sommes arrêtés à

1 de mercure 8 d'acide et 8 d'alcool.

Au reste voici les résultats des quelques essais qui m'ont déterminé à agir ainsi et chacun, dans la même circonstance, fera bien d'agir de même, essayer de nouvelles proportions ; le titre de chacun des produits variant toujours sensiblement.

Quantité de mercure employée.	Température du nitrate de mercure.	ACIDE NITRIQUE			FULMINATE produit.		MERCURE			Alcool.	Ethe
		Saturé par le mercure	En excès.	Total.	Humide 25 % d'eau.	Sec.	Transformé en fulminate.	Réduit.	Enlevé par les lavages		
1.000	34°	6430	1.570	8.000	1096	822	579	200	221	8.000	0
id.	45.5	6430	id.	id.	1340	1005	707	122	171	8.000	0
id.	30.7	id.	id.	id.	980	735	517	380	103	id.	1.0
id.	42.0	id.	id.	id.	980	735	517	332	151	id.	1.0
id.	32.0	id.	2.570	9.000	1206	905	637	112	251	8.000	0
id.	45.0	id.	id.	id.	1166	875	609	154	247	id.	Id
id.	40.0	id.	1.570	8.000	732	547	385	132	183	1.000	0
id.	45.5	id.	in.	id.	1026	770	542	140	0.48	1.000	0
id.	34°	id.	id.	id.	1126	845	595	292	113	8.000	0
id.	45°	id.	id.	id.	1176	882	621	238	141	id.	ic
id.	45°	id.	5.570	12.000	946	710	500	0	500	800	ic

De ces divers essais, il résulte que pour 1 kilog. de mercur le plus fort rendement en fulminate sec est obtenu en employar

les quantités d'acide et d'alcool indiquées plus haut; le nitrate de mercure ayant 45° 5. Si la température est plus basse dans les mêmes conditions le rendement diminue.

L'emploi d'une certaine quantité d'éther recueilli par la condensation des vapeurs de la réaction, ne produit aucun bon résultat, le rendement diminue encore, et la quantité de mercure réduit augmente.

Un plus grand excès d'acide nitrique que celui employé, entraîne dans les eaux de lavage une grande quantité de mercure $^1/_4$ du mercure employé.

L'augmentation de la quantité d'alcool détermine une réductionde mercure très-considérable qui s'élève presque à la moitié du mercure total. La réaction est beaucoup plus active, il y a moins de mercure entraîné par les eaux de lavage, il est vrai, mais cet excès de réaction n'est que nuisible et ne s'accomplit qu'au détriment du rendement en fulminate.

Voici la description exacte du procédé employé à la capsulerie départementale du Nord.

On verse dans un matras en verre mince de 5 à 6 litres de capacité, 4 kilog. d'acide nitrique, puis on ajoute $^1/_2$ kilog. de mercure. Le ballon est placé sur un bain de sable chauffé à la vapeur et porté à 45° 5. Au bout de une heure la dissolution est parfaite est le mercure a disparu entièrement. Il faut se hâter d'employer cette dissolution avant la disparition des vapeurs rouges qui remplissent le ballon.

D'autre part, dans une cornue ou un ballon en verre de 50 lit. de capacité, on a versé pendant la dissolution précédente 4 litres d'alcool à 85° et à la température de l'air ambiant. Ce ballon est en communication avec un tube de Liebig, relié à une batterie formée de 5 à 6 touries à 3 tubulures.

La dissolution de nitrate de mercure obtenu, on la verse au moyen d'un entonnoir dans l'alcool, on réunit le ballon au condenseur et on lute avec soin toutes les ouvertures avec de la

farine de graine de lin; il faut bien se garder de verser l'alcool dans le nitrate, car alors il y a une effervescence qui projette le liquide à plusieurs mètres de hauteur, et l'opérateur en perdant sa matière s'expose à de graves brûlures. En général 5 à 10 minutes après le mélange des 2 liquides, on aperçoit de nombreuses bulles se dégager du fond du ballon; insensiblement la température s'élève, le liquide dégage des vapeurs blanchâtres, très-épaisses et lourdes qui forment comme un nuage au-dessus du liquide; et 30 minutes environ après la mise en marche, le liquide est en pleine ébullition; à cet instant la température atteint plus de 80°.

Il passe à la dissolution divers éthers dérivés de l'alcool, éthers acétique et azoteux. On reconnaît l'aldehyde à sa vive odeur, il se dégage de l'acide carbonique du bioxyde d'azote et quelquefois de l'acide hypoazoique, lorsque la réaction est trop rapide et trop violente.

On laisse la réaction s'accomplir lentement et l'appareil se refroidir.

Nous faisions ainsi journellement 10 opérations; 5 au matin; 5 au soir; la quantité de fulminate obtenu suffisait largement à la charge de 120,000 capsules.

Nous avons dit qu'il distille des éthers et qu'il se dégage des gaz en abondance; ces gaz sont d'une odeur incommode et suffocante, ils doivent être condensés avec soin; distillés avec de la chaux, les liquides régénèrent de l'alcool, mais cette opération théoriquement bonne, ne produit aucun bénéfice industriellement d'après les renseignements que m'a fournis le propriétaire de la capsulerie belge. Le tube de Liebig, joint à la cornue, doit être incliné vers celle-ci de sorte que les corps condensés y retournent. Lorsque le ballon ou s'est faite la réaction est complétement refroidi, on démonte l'appareil, on décante les eaux mères dans uue grande tourie réservoir, puis on verse de l'eau dans le ballon, on l'agite et par un mouvement de

rotation rapide, on met le fulminate en suspension dans l'eau et d'un seul coup brusquement mettant le ballon en mouvement, le col en bas, le fond en haut, on vide son contenu dans une capsule en grès vernissé, on lave avec soin le ballon pour ne laisser à l'extérieur aucune trace de fulmiuate qui puisse devenir sec

Cette opération de la fabrication du fulminate brut en suivant exactement à la lettre les indications ci-dessus n'offre aucun danger; un ouvrier peut être facilement dressé à ce travail.

2° Lavage du fulminate.

Le fulminate versé dans les terrines est lavé par décantation jusqu'à ce que les eaux de lavage ne rougissent plus le papier de tournesol.

(Les eaux de lavage sont précipitées par de l'acide chlorhydrique, puis décantées et jetées, le protochlorure de mercure obtenu est lavé, séché et vendu, tel que). A l'état neutre, le fulminate se trouve melangé d'une certaine quantité de mereure qui a été réduit à l'état métallique. Il s'agit de le séparer du fulminate. Si on l'y laissait la poudre serait beaucoup moins explosive et de plus ce mercure peut être utilisé par une nouvelle opération. On prend dans une cuiller en corne une petite quantité de fulminate (la moitié de la cuiller), puis la plongeant dans un bassin plein d'eau, on lui imprime un mouvement d'oseillation; par là le fulminate plus léger s'échappe hors de la cuiller et se dépose au fond du bassin; dans la cuiller reste sous forme d'une poudre grise et de globules, le mercure.

Ce procédé de lavage est très-long et imparfait; l'attention de l'ouvrier se fatigue à la fin et il lave plus ou moins bien. C'est le seul cependant qne nous ayons employé; le temps n'était pas de perfectionner, mais de produire vite et beaucoup. On arriverait à un meilleur résultat en se servant de l'appareil suivant, plus automatique, imité du classement que produit le

mouvement d'une source dans les cailloux qui la bordent. B est un vase conique en verre de quelques litres, on y verse le fulminate A aussi en verre, et en communication avec un réservoir d'eau. C'est le trop plein par où doit s'écouler l'eau avec le fulminate en suspension. En M est un ajutage fermé par un tube de caoutchoue, c'est là que se réunit le mercure.

L'eau amenée par A traversant avec rapidité de bas en haut le fulminate contenu en B, l'entraînerait et le séparerait du mercure qui s'accumulerait en M, d'ou il faudrait l'extraire de temps en temps en ouvrant le caoutchoue.

Le fulminate bien débarrassé de mercure, est mis dans un vase et tassé fortement pour en enlever l'eau d'imbibition ; à cet état il renferme 25 % d'eau.

Une opération bien réussie produit au minimum 625 ^{gr} de fulminate humide soit 500^{gr} sec.

Cette opération du lavage n'offre encore aucun danger, aussi s'opère-t-elle dans une place adjacente à celle qui contient les appareils producteurs, c'est le même ouvrier qui fait le fulminate, le lave, et l'amène à l'état où il est prêt à être transformé en poudre fulminante.

Le salpêtre pur et sec est pilé et tamisé au tamis de soie en poudre impalpable. Le sulfure d'antimoine subit la même opération. Les deux poudres ainsi obtenues sont mélangées intimement poids pour poids

On se sert pour opérer cette pulvérisation de deux tonneaux en fonte avec gobilles de bronze et le tamisage s'exécute dans un local sec et chaud. Le même ouvrier exécute le tamisage et le mélange des deux poudres.

Il reste maintenant à mélanger les 400 ^{gr} fulminate avec le sulfure d'antimoine et le nitrate de potasse ; ici commencent les opérations dangereuses et insalubres.

Mélange des composants de la poudre fulminante

Sur une toile gommée de 60 c de long sur 60c de large on pèse 400 gr fulminate humide, et à part sur un papier 400 gr. du mélange du sulfure d'atimoine et de salpêtre, puis les deux matières sont portés à l'atelier spécialement destiné à la fabrication de la poudre fulminante. Là sur une table se trouve une bassine en cuivre rouge de 15 c. de haut sur 70 c. de long et 60 de large; cette bassine peut être remplie d'eau bouillante au moyen de robinets et de tubes communiquants avec l'extérieur de l'atelier.

L'ouvrier, chaussé de chaussons en laine et vêtu de vêtements aussi en laine étend sur la bassine froide la toile gommée contenant le fulminate, il y ajoute le mélange des deux poudres, puis ouvrant les robinets il remplit sa bassine d'eau chaude: pendant que la bassine se remplit il verse sur le mélange qui est sur sa toile 50 à 60 cc d'eau et il mélange intimement au moyen d'une spatule en corne les trois corps; sous l'influence de la chaleur, le mélange acquiert beaucoup de fluidité; il malaxe la matière, puis l'étale parfaitement mélangée en couche mince sur toute l'étendue de sa toile, il la laisse ainsi se dessécher un peu; lorsqu'elle a perdu beaucoup de son humidité il la remue de nouveau et enfin l'amène peu à peu à l'état d'une poudre qui conserve la forme qu'on lui donne sans que pour cela, elle soit trop humide, la poudre à ce moment doit tacher les doigts en noir, la poudre est bonne pour le grenage. Pendant ce mélange il se dégage une vapeur piquante; (on remédie en partie à cet inconvénient par des lavages avec une eau contenant de l'eau de laurier-cerise) (note communiquée par le directeur de la capsulerie belge), qui incommode les ouvriers et attaque surtout leurs paupières. Il faut veiller, dans l'intérêt de la santé des ouvriers, à la plus grande propreté, lavages souvent répétés des mains et de la figure. Pendant les moments de repos, les outils sont placés dans une capsule en gutta-percha remplie d'eau, a portée de l'ouvrier.

La poudre ainsi sèche est placée sur un tamis en parchemin percé de trous $1/^{m}/_{m}$. et tamisé au-dessus d'une feuille de papier ; on aide de la main les morceaux qui ne veulent pas passer, on les brise entre les doigts, mais il faut être très-prudent et ne rien brusquer. Les morceaux qui refusent de passer au grenoir sont ajoutés au commencement d'une opération suivante.

Le papier contenant les grains est placé sur une étuve chaude et abandonné à la dessication spontanée qu'il ne faut pas pousser trop loin.

Lorsque la poudre est sèche, elle est versée dans un tamis et retamisée. On la met alors dans des flacons en verre revêtu de feutre, puis on les porte à la poudrière. Pendant ce dernier tamisage il faut bien se garder de toucher aux grains qui refuseraient de passer, on les réserve pour un autre mélange.

Cette manière d'opérer le mélange puis le grenage de la poudre se pratiquait telle que je viens de la décrire dans la capsulerie belge qui a servi de modèle à celle de Lille. Ce procédé a été suivi à Lille pendant toute la fabrication presque sans changement et cependant il présente divers inconvénients très-graves. L'ouvrier est debout devant la bassine où il opère le mélange ; si par malheur il froissait un peu brusquement un grain de poudre qu'il aurait laissé trop sécher, une explosion peut s'en suivre et le tuer : lorsqu'il tamise pour la seconde fois la poudre grenée et sèche, la moindre négligence peut lui devenir fatale, de même en versant la poudre dans les bouteilles le papier froissé peut faire sauter la poudre.

Déjà à Lille ce danger du tamissage avait été diminué en le faisant opérer sur un tamis suspendu par trois fils de zinc derrière un bouclier concave en forte tôle de fer derrière lequel l'ouvrier surveillait l'opération par des trous percés dans la paroi. Le tamis était animé d'un mouvement de va et vient par une tringle en zinc qui v étaitt atachée. La poudre tamisée tombait sur du papier.

Il faudrait de même préserver les bassines par des boucliers munis d'oculaires en verre ; l'ouvrier n'aurait ainsi que les mains d'exposées, la figure et les yeux seraient au moins protégés contre toute brûlure. De même le remplissage des bouteilles devrait se faire automatiquement.

Les bouteilles remplies de poudre sont portées dans une petite place isolée qui sert de poudrière, et où va s'approvisionner l'ouvrier chargeur.

Pour le transport des bouteilles on se sert d'une boîte ronde en cuir pour éviter les chocs des corps durs et le bris des bouteilles.

CHARGEMENT DES CAPSULES.

Instruments. — 1° Mains.

C'est un petit appareil formé de trois pièces mobiles. La partie A, est une plaque en acier de un centimètre d'épaisseur, largeur, longueur, portant à son extrêmité une charnière K et en A une poignée.

Sur la charnière K s'adapte une autre pièce B aussi en acier de même grandeur, mais dont l'épaisseur égale la hauteur des capsules. Cette plaque est percée de plusieurs rangées de trous, (6 dans la largeur, 19 dans la longueur). Chacun de ces trous doit recevoir une capsule. Lorsque B est rabattu sur A, le fond de la capsule doit s'appliquer sur A et le col de la capsule affleurer la partie supérieure de B. C'est une autre plaque aussi percée de trous correspondants à ceux de B ; cette plaque recouvrant les collets des capsules, a pour but, une fois les 3 plaques mises en contact (B étant chargé de capsules), d'empêcher les capsules de bouger.

L'ouvrière empoigne ce petit appareil de la main gauche, la poignée B serrée dans la main et la planche B relevée par l'indicateur ; la partie C pendante en avant comme dans la figure.

De la main droite elle saisit une poignée de capsules et les place sur la plaque B, puis par un mouvement d'oscillation elle étale cette poignée de capsules sur la plaque; en un instant presque tous les trous sont garnis de leurs alveoles ; il suffit d'ajouter quelques capsules à la main pour remplir tous les trous de la plaque. Les trous bien garnis, l'ouvrière rabat les 3 plaques l'une sur l'autre et la main est prête pour le chargement.

Deux ouvrières exercées peuvent en une journée de 10 heures mettre en place 100,000 capsules.

Cette opération se fait sur une table en bois à rebords.

2° *Appareil à charger.*

Cet appaseil se compose de plusieurs pièces :

1° La tremie,

2° L'appareil proprement dit,

3° Le bouclier.

La partie principale est la tremie petite boîte conique en bois de cinq centimètres de profondeur.

Le fond de cette boîte est formée par 3 plaques de cuivre, percées de trous comme les mains. Les 2 plaques extrêmes A et C, sont fixes, la plaque B seule est mobile, de plus son épaisseur est précisement égale à celle d'une capsule, les 3 plaques ne concordent que deux à deux, c'est-à-dire que dans la position (1) les trous de A et de B sont superposés, dans la position (2) B et C concordent. Il s'ensuit que si l'on emplit M de poudre, A et B concordants ; puis que l'on fait avancer ensuite B, les trous de B emporteront dans leur mouvement une quantité de poudre égale à la capacité des capsules et les trous de B, une fois au-dessus de ceux de C, la poudre emportée tombera. Si

maintenant, on place la main décrite plus haut, chargée de capsules sur la tremie, tous les trous bien superposés, en faisant manœuvrer B, on emplira chaque capsule d'une quantité égale de poudre.

Cette tremie T est placée sur une bascule *b*, qui permet de l'abaisser au contact de la main placée au-dessus, et de la relever au moyen du contrepoids *z*.

La manœuvre du chargement se comprendra aism ent à l'inspection de la figure.

N, vis à tête polygonale qui sert à régler la plaque B. On ne doit jamais apercevoir la lumière lorsqu'on place l'appareil entre les yeux et le soleil. N a pour but d'avancer ou de reculer B pour arriver à ce résultat.

L'ouvrier passe une main en M, (L'appareil est réglé par des vis de rappel, pour que les trous de la tremie et de la main concordent;) il met le pied sur la pédale *p*, la tremie s'abaisse au contact de la main. Il fait jouer le tiroir au moyen d'un levier coudé ; il laisse remonter la pédale et par suite la trémie, puis il enlève la main chargée.

Tout cet appareil est protégé par un bouclier en fer B. L'ouvrier est derrière et surveille l'opération par des trous percés dans la paroi.

La trémie doit être nettoyée trois fois par jour. Si un trou vient à se boucher, on continue quand même le chargement jusqu'à ce qu'il n'y ait plus de poudre dans la trémie ; on passe alors derrière le bouclier, on démonte la trémie et on essuie chaque pièce avec une brosse douce au-dessus d'un papier. Comme par uite du mouvement de bascule de la trémie, la poudre s'accumule vers S, on étale au moyen d'un petit rateau en bois et carton, la poudre par un orifice percé dans le bouclier. Jamais il ne faut chercher à déboucher un trou avec quoi que ce soit ; lorsque l'on remplit la trémie de poudre pendant le travail il faut avoir soin de boucher en M l'entrée et de démonter la pédale et

mettre le levier hors d'état de jouer par une clavette, pour qu'une négligence ne vienne pas déterminer une exploison.

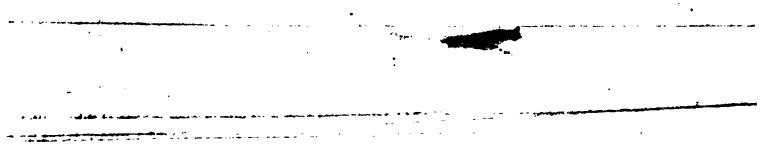
La main chargée est retirée du bouclier, l'ouvrier chargeur soulève la plaque supérieure de la main et examine si toutes les capsules sont bien pleines, il enlève de suite celles qui ne le sont pas, abaisse la plaque et la passe au presseur.

Il s'agit maintenant de comprimer au fond des capsules la poudre qui remplit les alvéoles; on emploie dans ce but un instrument appelé peigne.

C'est une plaque d'acier armée d'un nombre de broches égal aux capsules de la main. Le presseur entre les dents du peigne délicatement, sans frottement, dans les trous de la main puis place le tout sous la presse.

La capsulerie ne devant fonctionner que momentanément ne possédait que deux presses à balancier mues à bras d'homme; trois ou quatre coups de presse suffisent. La surface de la poudre au fond des capsules doit être lisse et brillante. Au reste il faut essayer les capsules très-souvent pour s'assurer que la pression n'a pas été trop forte, ce qui pourrait retarder l'inflammation. Pour un travail continue on emploie des presses hydrauliques qui produiront plus. Les capsules pressées, le presseur enlève le peigne; une ouvrière verse les capsules sur une boîte en bois recouverte d'une toile métallique en cuivre; le fond de cette boîte est une cuvette en gutta percha remplie d'eau. La poudre qui n'a pas été fixée tombe dans l'eau et est noyée. Lorsqu'il y a sur la toile 1,000 à 1,500 capsules on les place sur un cadre en bois doublé de toile et de papier et on les porte dans une étuve chauffée à la vapeur où s'achève la dessiccation puis on les pèse et on les met dans des sacs avec du son.

Toutes les tables où se font des opérations qui emploient la poudre doivent être recouvertes de caoutchouc et fréquemment mouillées, on diminue ainsi de beaucoup les chances d'explosion. Si quelques capsules tenaient trop dans les trous de la main il faut



2° Matières employées pour 100,000 capsules.

Cuivre, 45 kilog. à 2 fr. 25. . . .	101	25	
A déduire 22 k. 50 de déchets à 1 f. 50	33	75	
Reste. . .	67	50	67 50
Poudre fulmante, 8 k. à 14 fr. 95.			124 80
Main-d'œuvre.			69 01
			261 31
Faux frais, amortissement.			
Force motrice.			

Prix de la poudre fulminante :

Mercure, 5 k. à 8 fr.	40 00
Acide nitrique, 40 k. à 60 c.	24 00
Alcool, 40 k. à 2 fr..	80 00
Sulfure d'antimoine, 2 k. 500	2 90
Salpêtre, 2 k. 500	2 90
Produit obtenu : 10 kilog. . . .	149 50

La maison belge qui nous a cédé ses appareils accusait un prix de revient de 2 fr. 30 à 2 fr. 60 sans l'amortissement et la force motrice.

EXPLICATION DES PLANCHES.

PLANCHE I.

Place où se fait le fulminate..

B Ballon de 50-60 litres, avec son tube de Liebig à courant d'eau froide.

E Touries pour la condensation.

E Étuve chauffée à la vapeur.

Les fenêtres et les portes s'ouvrent toutes de l'intérieur à 'extérieur. La toiture est faite très-légèrement pour empêcher toute resistance.

N° 1. Coupe suivant M N.

N° 2. Plan.

En L est la place où on lave le fulmunate; cette place est munie de tables. Même genre de construction.

PLANCHE II.

Mélange des composants de la poudre fulminante.

B Bouclier.

E Étuve en cuivre à eau chaude avec ses tuyaux d'entrée et de sortie.

L Lanterneau tout en verre et fer léger.

P Promenoir couvert en bois et zinc où l'ouvrier peut rester quand ses occupations ne l'appellent pas près de la poudre.

p Endroit réservé pour la poudre fabriquée.

Coupe N° 1. Tamis suspendu par des fils de zinc.

La poudre tombe en 1 et de là dans la bouteille F.

Plan N° 2. 1° Réserve de poudre.

2° Table à tamis suspendu.

3° Table à grener.

4°, 5°, 6° Tables à étuves à mélanger.

Le tout est entouré de hauts remparts en terre qui mettent le voisi à l'abri de toute projection en cas d'accidents.

PLANCHE III.

Place à charger.

En F Le bouclier protégeant la tremie.

P Presse hydraulique.

T Tamis pour les capsules chargées.

E Étuve.

L Tables pour les alvéoles ; remplissage des mains.

Construction légère ; portes et fenêtres nombreuses ouvrant au-dehi

En Z Lanterneau en verre.

Le tout entouré de remparts en terre pour la même raison que la pl à faire la poudre.

PLANCHE IV.

Main en acier décrite page .

PLANCHE V.

Trémie de chargement.

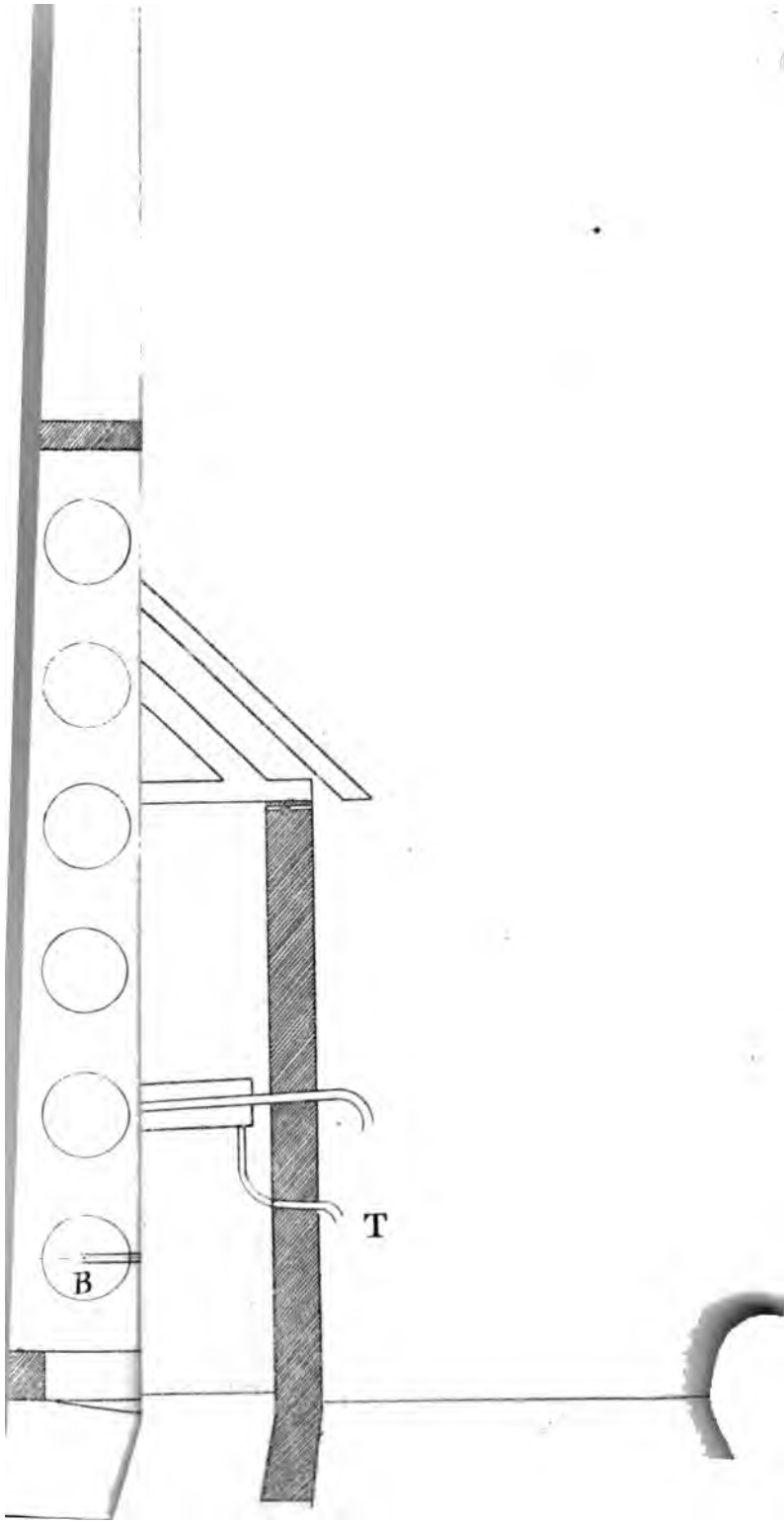
Les plaques A B C sont en cuivre.

O En bois dur.

PLANCHE VI.

Appareil à charger.

La barre de zinc à crochet *k* est destinée à recevoir le rateau *k* à l'é de repos.


T
B

MÉMOIRE

SUR LA

PRÉPARATION DE L'ACIDE CHROMIQUE

PAR LE CHROMATE DE BARYTE ET L'ACIDE NITRIQUE

PAR M. E. DUVILLIER,

Préparateur de Chimie à la Faculté des Sciences de Lille.

Lu dans la séance du 29 nov. 1872.

Vauquelin dans son remarquable travail sur le chrôme, donne pour la préparation de l'acide chromique pur, une méthode qu'il considère comme la plus avantageuse et qui repose sur l'action de l'acide sulfurique sur le chromate de baryte.

« On dissout, dit-il,[1] le chromate de baryte dans l'acide nitrique faible, on le précipite ensuite avec beaucoup de précaution par l'acide sulfurique de manière que tout le sel soit décomposé sans qu'il y ait d'acide sulfurique en excès; si l'on a employé trop d'acide sulfurique on ajoute de l'eau de baryte.

[1] *Annales de Chimie*, 1re série, t. LXX, p. 82.

On filtre pour séparer le sulfate, on concentre et l'acide chromique cristallise par refroidissement. »

Les traités de chimie moderne ne parlent même plus de cette préparation ; elle a été abandonnée depuis longtemps, probablement, parce que les sels de baryte n'étaient alors que des produits de laboratoire. Elle a été remplacée par la méthode de Fritzche perfectionnée par Bolley [1].

Cette méthode qui est la plus répandue malgré les longueurs et les difficultés qu'elle présente, consiste comme on le sait à traiter une solution bouillante de bichromate de potasse, par une quantité d'acide sulfurique 4 à 5 fois plus considérable que celle indiquée par la théorie, pour transformer le bichromate en sulfate ; on voit bientôt se déposer la majeure partie du sulfate de potasse ; il est teint en rouge par de l'acide chromique. Il reste alors un liquide formé d'acide sulfurique, d'acide chromique et de bisulfate de potasse. Pour en retirer l'acide chromique on ajoute autant d'acide sulfurique qu'on a déjà employé: l'acide chromique insoluble dans l'acide sulfurique concentré, se précipite à l'état de poudre rouge, on de petites aiguilles. La liqueur d'où s'est déposé l'acide chromique en renferme encore: on la concentre pour en obtenir un nouveau dépôt ; mais cette concentration entraîne une perte partielle d'acide chromique transformé en sulfate de chrôme.

Le précipité rouge ainsi obtenu n'est pas de l'acide chromique pur, il renferme surtout de l'acide sulfurique qu'on lui enlève en partie seulement par des cristallisations successives ; mais sans jamais pouvoir l'en débarrasser entièrement. Cristallisé dans le vide, cet acide se présente sous forme de plaques noires à reflet métallique, très-hygrométique et devenant d'un beau rouge en s'hydratant.

Même après plusieurs cristallisations, ces plaques contiennent

[1] *Annalen der Chemie und Pharmacie*. t. LVI, p 118.

encore 0,25 % d'acide sulfurique. En cet état acide chromique suffit aux besoins ordinaires des laboratoires. Si on veut l'obtenir entièrement exempt d'acide sulfurique, on dissoudra l'acide dans 5 fois son poids d'eau, on portera à l'ébullition, on ajoutera une quantité convenable de baryte caustique et on maintiendra l'ébullition pendant 3 à 4 heures ; car le chromate de baryte qui se forme en même temps que le sulfate, résiste énergiquement, en raison de son insolubilité à l'action de l'acide sulfurique.

Cette méthode exige l'emploi d'une énorme quantité d'acide sulfurique qui représente 12 à 15 fois le poids du chromate de potasse ; il y a altération d'une partie assez notable d'acide chromique. Outre la grande difficulté d'enlever les dernières traces d'acide sulfurique, il y a encore un danger à courir, celui de laisser dans le produit de la potasse provenant du chromate. Enfin l'opération est longue et les manipulations dans le vide toujours difficiles.

Une autre méthode se trouve citée par M. Kulhmann dans son mémoire sur l'industrie de la baryte.[1] Elle consiste à faire réagir à chaud équivalents égaux de chromate de baryte et d'acide sulfurique étendu de 10 fois son volume d'eau ; M. Kuhlmann dit qu'il obtient un acide marquant 10°, Baumé pouvant être amené jusqu'à 60°, dans des chaudières en plomb sans altération pour ce metal.

J'ai suivi les indications données par M. Kuhlmann, et j'ai dû renoncer à préparer ainsi de l'acide chromique, à cause de la lenteur avec laquelle se fait l'attaque du chromate de baryte, attaque qui n'est du reste jamais complète ; comme on peut en juger par les expériences suivantes que je vais rapporter :

1° En faisant réagir :

10 ^{gr}. chromate de Baryte,

3 ^{gr}. 85 d'acide sulfurique étendu, quantité nécessaire

[1] *Annales de Chimie et de Physique*, 3e série, t. LIV, p. 400.

pour transformer exactement le chromate en sulfate. J'ai trouvé qu'après une heure d'ébullition, il restait dans la liqueur 2gr,191 d'acide sulfurique; il y a donc eu 1gr.659 d'acide sulfurique qui ont agi et par suite 43 % de chromate de baryte, ont été transformés en sulfate.

2° En portant à l'ébullition pendant 3 heures les mêmes quantités de matière il reste après cela dans la liqueur 0gr. 984 d'acide sulfurique

Par conséquent 2gr. 866 d'acide sulfurique ou 74, 2 % ont décomposé 74, 2 % de chromate de baryte.

3° Enfin, en opérant toujours de la même manière pendant 11 heures et sur les mêmes quantités, on trouve qu'il reste encore dans la liqueur, après ce temps, 0gr. 810 d'acide sulfurique; il y a donc eu 3gr. 040 d'acide sulfurique qui ont agi et par suite transformé 78, 8 % de chromate de baryte.

Il suit de là qu'après 3 heures d'ébullition on a retiré tout l'acide chromique qu'on peut pratiquement obtenir, puisque dans les huit dernières heures de l'opération on ne gagne que 4, 6 % d'acide chromique.

Ces résultats s'accordent parfaitement avec ce que dit Gay Lussac, traitant de l'action de l'acide sulfurique étendu sur les chromates: lorsque, dit-il, on fait bouillir de l'acide sulfurique étendu sur du chromate de plomb ou de baryte en grand excès, l'acide chromique que l'on obtient n'est jamais pur; il retient beaucoup d'acide sulfurique [1].

Néanmoins on peut par des concentrations successives retirer du liquide l'acide chromique qu'il contient; il se précipite alors, comme dans l'expérience de Bolley, sous forme de poudre rouge, dès que l'acide sulfurique qui n'a pas agi est arrivé au degré de concentration voulu.

1 *Annales de Physique et de Chimie*, 2e série, t. xvi, p. 102.

Ce procédé n'est pas plus avantageux que celui de Bolly ; il nécessite moins d'acide sulfurique, mais il faut toujours en venir à enlever l'excès de cet acide par des concentrations successives; en outre on fait une perte de 25 % de chromate baryte.

On peut éviter, il est vrai, la présence de la potasse dans l'acide chromique obtenu, mais c'est là un bien faible avantage, si l'on songe que l'opération devient impraticable en grand par sa durée et par les soubresauts violents qui accompagnent l'ébullition.

Je suis parvenu à éviter les inconvénients des méthodes précédentes en attaquant à l'ébullition le chromate de baryte par l'acide nitrique en excès ; le nitrate de baryte à peu près insoluble se précipite à l'état cristallisé et il reste dans l'acide chromique qu'on purifie par concentrations successives et finalement en le traitant par une quantité convenable d'acide sulfurique faible. Cette méthode ne difffère donc de celle recommandée par Vauquelin qu'en ce que l'acide nitrique remplace l'acide sulfurique pour la précipitation de la baryte. Voici comment il convent d'opérer :

On fait réagir pendant 10 minutes à l'ébullition :

100 parties de chromate de baryte.

100 parties d'eau.

140 parties d'acide nitrique à 40° Baumé.

On verse d'abord l'eau sur le chromate de baryte pour en former une espèce de bouillie, puis après l'acide nitrique. Ce détail a de l'importance, car si l'on faisait l'inverse, l'attaque se ferait moins bien, le nitrate formé emprisonnant du chromate de baryte.

A la liqueur devenuerouge on ajoute 200 parties d'eau et l'on fait de nouveau bouillir pendant 10 minutes. La liqueur abandonnée à elle-même laisse déposer rapidement le nitrate de baryte.

Le liquide surnageant étant refroidi contient environ 4 parties

de nitrate de baryte pour 100 de matières solubles. Après décantation, on le concentre jusqu'à ce que son volume soit devenu à peu près celui de l'acide employé. Pendant cette opération la plus grande partie du nitrate dissous se précipite et après refroidissement de la liqueur on obtient de l'acide chromique qui ne renferme plus que 0, 5 % de baryte.

On chasse l'excès de l'acide nitrique en évaporant la liqueur presqu'à sec, ajoutant de l'eau à plusieurs reprises et répétant ces opérations, jusqu'à ce qu'un bouchon trempé dans l'ammoniaque ne produise plus de fumées blanches.

L'acide chromique suffisamment concentré cristallise alors en mamelons noirs en tout semblables aux plaques que l'on obtient dans le vide par la méthode de Bolley. On obtient ainsi en quelques heures, un acide qui peut être très-satisfaisant dans la plupart des cas.

Mais si l'on veut obtenir un produit complètement pur, il suffit de précipiter, à l'ébullition, par une quantité convenable d'acide sulfurique, la baryte restée en solution ; on obtient ainsi très-rapidement de l'acide chromique absolument pur, comme je l'ai vérifié par l'expérience.

Ayant pris 100cc d'une solution d'acide chromique préparé comme précédemment, j'y ajoutai de l'acide chlorhydrique et de l'alcool, puis après évaporation de l'acide sulfurique en excès; et je trouvai un poids de sulfate de baryte égal à 0gr. 010 et un poids d'oxyde de chrôme égal à 2gr. 050 correspondant à 2 gr. 684 d'acide chromique et à 0 gr. 012 de nitrate de baryte.

100 cc. de la même liqueur furent traités 0 gr. 0042 d'acide sulfurique qui devaient précipiter entièrement les 0 gr. 012 de nitrate et de baryte; le liquide après ébullition pendant un temps convenable fut filtré, et je constatai que la liqueur réduite comme précédemment, puis traitée par l'acide sulfurique ne donnait plus trace de sulfate de baryte.

La méthode que j'indique pour préparer l'acide chromique a sur toutes celles décrites jusqu'aujourd'hui l'avantage de donner très-rapidement tout l'acide chromique renfermé dans le chromate de baryte employé et en outre un acide absolument pur.

Cette préparation pourrait s'effectuer en grand si les besoins de l'industrie exigeaient l'emploi de quantités considerables d'acide chromique pur.

On opèrerait sur les quantités indiquées ci-dessus en ayant soin de recueillir l'excès d'acide nitrique dans un appareil distillatoire convenable pour le faire servir à une autre opération.

Le nitrate de baryte recueilli pourrait s'employer à la préparation du chromate de baryte; il n'y aurait donc, on le voit, aucune perte.

Les proportions que j'indique dans la préparation de l'acide chromique résultent des expériences suivantes que j'ai faites, sur l'action que l'acide nitrique exerce sur le chromate de baryte.

1° Je maintiens à l'ébullition pendant une heure 10 gr. de chromate de baryte, 4 gr. 95 d'acide nitrique, 30 centimètres cubes d'eau, dans un appareil à retour de vapeur, pour que les conditions de concentration de la liqueur ne changent pas pendant toute la durée de l'opération; ces nombres correspondent à une molécule de chromate de baryte pour deux molécules d'acide nitrique, quantité minimum qui puisse intervenir dans la réaction d'après la formule.

$$CrO^4Ba + 2(AzO^3H) = CrO^3 + H^2O + Az^2O^6Ba.$$

Après ce temps je constate qu'il reste 1 gr. 013 de chromate de baryte non altéré, par conséquent 8 gr. 987 de chromate de baryte ont été décomposés pendant l'opération.

2° Ayant employé pour la même quantité de chromate de baryte c'est-à-dire 10 gr., une dose d'acide nitrique double de la précédente, soit 9 gr. 9, j'ai constaté qu'après une eure d'e-

bullition en opérant dans les mêmes conditions que précédemment, il restait 0 gr. 399 de chromate de baryte non transformés; et par suite qu'il y avait eu 9 gr. 601 de chromate de baryte transformés.

3° Enfin prenant trois fois plus d'acide nitrique que dans la première expérience pour la même quantité de chromate, les conditions de l'expérience restant les mêmes : j'ai trouvé qu'après une heure tout le chromate est transformé.

On voit donc par là comment j'ai été amené à employer un excès d'acide nitrique dans la préparation de l'acide chromique indiquée ci-dessus.

Cette réaction entre un acide soluble et un sel insoluble est très-digne de remarque, puisqu'elle provoque la double décomposition avec formation d'un composé soluble, qui prend naissance parce qu'il devient insoluble dans l'excès d'acide nitrique employé.

On s'explique alors pourquoi deux molécules seulement d'acide nitrique, ne suffisent pas pour opérer la décomposition complète d'une molécule de chromate de baryte.

LA NOUVELLE CHANSON

Paroles et Musique de M. GUSTAVE NADAUD,

Membre correspondant.

A la Société des Sciences, de l'Agriculture et des Arts de Lille.

té - te; L'o - ra - ge a cour - bé no - tre corps.
MF
F
nis soient l'âge et la tem - pê - te, S'ils ren-dent nos fils fiers et forts.
MF
F
PP plus vite.
roll.
P plus lent.
faut, sous un refrain fri - vo - le Ca-cher u - ne le - çon : Char-me,
PP suivez
roll.
MF très-lent.
PP
F
P très-vite
lè - ve, con - so - - - - le, Et vo - - le, vo - le,
MF
PP
P suivez

2.

Tu ne verseras plus à boire
A des paresseux avinés ;
Tu n'exalteras plus la gloire
De soudards indisciplinés.
Mais chante les vertus guerrières
Des enfants qui sont notre espoir ;
Célèbre les mains ouvrières
Qui, simplement, font leur devoir.

Il faut, sous un refrain frivole, etc.

3.

Ne flatte plus la populace,
Ni les puissants, ni les partis :
Prends la balance, prends ta place
Plus loin des grands que des petits.
Mets ton influence au service
Du droit et de l'humanité :
Tu tiens, avec le fouet du vice,
L'aiguillon de la charité

Il faut, sous un refrain frivole, etc.

4.

Cours, recueillie et cadencée,
Sois la joie ou l'allégement,
L'expression d'une pensée
Ou la note d'un sentiment.
Ne crains pas de mouiller ton aile
Aux pleurs des humaines amours ;
L'amour est la chose éternelle,
L'éternel est jeune toujours.

Il faut, sous un refrain frivole, etc.

5.

Ne sois plus satire et scandale,
Ne sois plus le rire moqueur ;
Fais-toi conseil, fais-toi morale,
Sois saine à l'esprit comme au cœur.
Sois la lueur avant-courrière
Du jour qui vient se rapprochant,
Et s'il se peut, fais-toi prière :
La prière est encore un chant.

Il faut, sous un refrain frivole, etc.

LA THERMOMÉTRIE CLINIQUE

PAR M. LE DOCTEUR BILLET

Médecin aide-major au 1er régiment de Chasseurs d'Afrique, ancen interne-lauréat de l'hôpital civil de Strasbourg, lauréat de la Faculté de médecine de Strasbourg, lauréat et membre correspondant de la Société des Sciences de Lille.

Ars tota in observationibus

INTRODUCTION.

S'il est une question qui ait préoccupé et à bon droit les médecins de tout temps et de toute école, c'est celle de la fièvre et de sa marche dans les maladies.

Mais il faut bien reconnaître que les moyens employés par nos ancêtres pour constater l'état fébrile de leurs malades, ne pouvaient guère leur fournir de notions précises, ni les autoriser à déduire de leurs constatations des conséquences bien rigoureuses. En effet, jusqu'à une époque qui n'est pas encore bien éloignée de nous, la mensuration du pouls était le seul moyen employé par le médecin pour déterminer la présence et la marche de la fièvre. On ignorait alors que l'augmentation de la chaleur animale était l'élément principal de la fièvre ; ou si on ne l'ignorait pas complètement, on ne se préoccupait pas de trouver un procédé capable de mesurer exactement cette chaleur animale et d'en déterminer les variations.

Dans sa séance du 3 décembre 1872 la Société a décerné le prix Wicar au travail de M. Billet et a décidé qu'il serait inséré dans le recueil de ses Mémoires.

Il faut bien reconnaître qu'encore aujourd'hui les mensurations thermométriques sont peu usitées dans la pratique civile des médecins français, qui les uns par ignorance, les autres par insouciance, négligent ainsi un élément considérable de diagnostic et de pronostic.

Pour nous qui, nous sommes depuis quelques années, pendant notre service dans les hôpitaux, vivement et sérieusement occupé de thermométrie clinique, nous avons pu nous convaincre de l'extrême utilité de ces recherches au point de vue pratique; aussi le but de ce travail est-il d'essayer de démontrer l'importance de ces études, de les vulgariser, de les faire entrer dans les observations cliniques, tant dans les services hospitaliers que dans la clientèle civile, tout comme la recherche des antécédents, l'état actuel et tous les autres éléments qui composent ces observations.

Nous ne nous arrêterons pas à traiter l'historique de cette question de température morbide.

Qu'il nous suffise de dire qu'il ne faut pas remonter bien loin de nous pour trouver les premiers essais fructueux d'application du thermomètre à la clinique.

De Haen est en effet le premier qui ait sérieusement insisté sur la valeur des mensurations thermométriques et qui ait réussi à engager les cliniciens dans cette voie.

Néanmoins un long temps s'est écoulé encore avant que ce mode d'observation se fût généralisé; et l'on peut dire que ce n'est que dans ces tout derniers temps que la thermométrie clinique a pris la place qu'elle mérite dans l'étude clinique des maladies.

Ce sont quelques médecins français; Al. Donné, Roger, Chossat, Piorry, qui ont renouvelé l'appel fait plus tôt par De Haen; mais il faut avouer qu'ils sont restés bien au-dessous des Allemands qui ont les premiers répondu à cet appel: Traube,

Baerensprung, Frœlich, Jurgensen, Thierfelder, Thomas, Wunderlich.

Puis l'École française et notamment l'École de Strasbourg, en même temps que les médecins anglais, ont encore apporté leur contingent de recherches et d'études, et puissamment contribué à introduire dans les habitudes médicales l'observation de la chaleur et de sa marche dans les maladies.

On a donc beaucoup écrit déjà sur ce sujet : tout le monde connait ce qu'on peut appeler la courbe graphique thermométrique d'un grand nombre d'affections fébriles. Aussi passerons-nous assez rapidement sur la marche reconnue normale de la chaleur dans les états pathologiques. Ce que nous voudrions surtout montrer, c'est que cette marche normale peut être influencée par diverses causes, et que la recherche de ces causes peut fournir des conclusions fort importantes, quant au diagnostic, au pronostic et au traitement de la maladie que l'on a sous les yeux.

Les causes qui font ainsi varier la température sont de plusieurs sortes : les unes agissent constamment et font que la courbe graphique normale de l'individu en bonne santé n'est pas une ligne droite, comme on pourrait le croire, mais bien une série de courbes irrégulières qui se brisent.

La courbe peut encore être modifiée dans l'état de santé par divers phénomènes que nous aurons à étudier : c'est ainsi que l'ingestion de certaines substances, que des émotions plus ou moins vives, etc., peuvent élever ou abaisser la température d'un individu sain.

Cette température peut encore être influencée par les agents thérapeutiques connus du médecin.

Enfin, la marche normale, soit dans l'état de santé, soit dans l'état de maladie, peut subir des variations qui ne sont dues à aucun de ces agents connus : c'est alors qu'on en doit rechercher

la cause, soit dans une maladie survenant chez un individu en bonne santé, soit dans une affection intercurrente, se montrant chez un sujet déjà malade.

Mais il est bien évident que ces diverses causes ne doivent pas être prises les unes pour les autres : il est donc indispensable de connaître la courbe normale de l'homme sain, la courbe normale propre à chaque maladie, l'action sur cette courbe des agents extérieurs, des agents thérapeutiques employés, pour ne pas confondre la nouvelle courbe produite par ces agents modificateurs avec celle due soit à l'invasion d'une affection nouvelle, soit à une recrudescence, ou à une évolution regressive de la maladie préexistante.

On comprendra toute l'importance de cette constatation, de laquelle peuvent dépendre le diagnostic, le pronostic et le traitement de la maladie qui est soumise à l'observation du médecin.

D'après ces données nous diviserons notre travail en six parties principales.

Dans un de ces chapitres, nous traiterons de la marche de la température chez l'homme sain.

Un deuxième sera consacré à la courbe que nous avons appelée : *Normale des maladies aiguës.*

Nous passerons un peu brièvement sur ces deux chapitres, déjà traités par nombre d'auteurs compétents; nous ne nous appesantirons que sur les points qui nous paraissent obscurs, incomplètement démontrés ou faux. Nous ne ferons que donner une preuve de plus en faveur des faits avec lesquels nos résultats concorderont; car, à défaut d'autres, nous avons au moins le mérite d'avoir conscience de l'exactitude rigoureuse de nos observations.

Dans un chapitre suivant, nous examinerons les agents non thérapeutiques qui ont une influence spéciale sur l'élément température.

Dans un quatrième, nous passerons en revue les moyens que nous avons à notre disposition contre les variations en plus ou en moins de la température animale. Malheureusement nos recherches personnelles sur un certain nombre des médicaments antipyrétiques sont restreintes. Nous ne pourrons donc traiter aussi complétement que nous le voudrions cette partie de notre travail. Nous donnerons cependant le résultat de nos observations sur les principaux agents antifébriles, et traiterons en outre la question au point de vue général.

Enfin une cinquième partie sera consacrée à l'exposé d'un certain nombre de cas cliniques, que nous avons recueillis, dans lesquels la courbe normale a été modifiée. Nous rechercherons les causes de ces variations quand nous ne pourrons les trouver dans l'action des agents déjà étudiés. C'est dans cette partie que ressortira l'influence de cette étude sur le diagnostic et le pronostic.

Mais avant d'entrer en matière nous voulons indiquer de quelle manière nous avons fait nos recherches, quels sont les instruments qui nous ont servi ; nous avons vu, dans nos lectures, tant d'indications évidemment fausses, et il nous est arrivé si souvent, au début de nos expériences, de commettre des erreurs, et d'en voir commettre autour de nous, qu'il nous paraît utile de mettre ceux qui feront les mêmes recherches en garde contre les mêmes erreurs, qu'elles proviennent soit des instruments, soit de leur mauvaise application. Un des exemples les plus frappants que nous puissions citer, repose sur les expériences de Winckel. *(Études sur la température pendant l'accouchement et la puerpéralité).*[1] Cet auteur, en 1862, prétend qu'après l'accouchement, la température s'élève de 0°,07 à 0°,45 ; ce n'est que en novembre 1863, onze mois plus tard, que voyant ses résultats en désaccord avec ceux de la plupart des auteurs,

1 Monatschirift für Geburtskunde ; déc. 1812 ; nov. 1863.

il vérifia ses thermomètres et put constater que ses observations étaient entachées d'une erreur de 0°,75 en trop.

Nous consacrerons donc notre premier chapitre à l'instrumentation et au manuel opératoire.

CHAPITRE 1er.

INSTRUMENTATION ET MANUEL OPÉRATOIRE. — MENSURATION DE LA TEMPÉRATURE CHEZ L'HOMME.

Les thermomètres qui ont servi à nos observations, nous ont été fournis par M. Hepp, pharmacien en chef de l'hôpital civil de Strasbourg, qui a mis tous ses soins à chercher, tant en Allemagne qu'en France, les instruments les plus précis et en même temps les plus pratiques.

Les premiers thermomètres que nous avons vu employer étaient à mercure; gradués d'abord par demi-degrés, ils le furent ensuite en cinquièmes, puis en dixièmes de degrés. Ils avaient un très-grand inconvénient, le déplacement du zéro, dû au retrait que subit le verre qu'on a surchauffé pendant la fabrication, pour faire bouillir le mercure.

Tous ces instruments sont inexacts : le minimum d'erreur est 0°,4 ; nous en avons vu marquant jusqu'à 1°, et 1°4 de trop. Cette erreur peut cependant être évitée dans les thermomètres à précision; nous verrons tout à l'heure des instruments à colonne de mercure restant tout à fait exacts; mais il faut que la graduation ne soit faite que lorsque le retrait du verre s'est opéré, c'est-à-dire, après plus d'un an de fabrication. Il est vrai de dire que lorsque l'on n'a à se servir que d'un seul et même thermomètre, il peut suffire de se rappeler le chiffre de l'erreur et de faire la correction à chaque mensuration ; mais cette pratique devient impossible dans les grands services hospitaliers,

où, comme dans les salles où nous expérimentions, on se servait chaque jour de quatre ou cinq thermomètres.

Nous nous sommes servi ensuite de thermomètres à alcool, qui n'ont pas l'inconvénient du déplacement du zéro. Mais il faut absolument les vérifier de temps à autre sur un thermomètre étalon.

Les premiers de nos thermomètres à alcool ne marquaient que les demi degrés : les autres indiquent les cinquièmes et mêmes les dixièmes de degrés. Ces derniers, à tige très-fine. prennent en cinq minutes la température ambiante.

La graduation de l'instrument sur une feuille de papier n'est pas bonne ; les thermomètres gradués sur verre sont bien préférables ; mais la lecture en devient bientôt difficile, quand l'encre qui accentue les degrés a disparu. On a paré à cet inconvénient en recouvrant la tige d'un étui en verre ; malheureusement cet étui, mal attaché, nécessite la présence d'un ajustage qui le rend lourd, incommode à manier ; on est de plus exposé à le briser, quand le thermomètre se détache et glisse hors de la chemise à laquelle il n'est uni que par de la cire et du baume de Canada.

Ces détails paraîtront peut-être puérils : Ceux-là seuls en comprendront l'importance, qui seront appelés, comme nous, à prendre chaque jour trente ou quarante températures dans un grand service d'hôpital. Nous nous étions arrêté comme graduation à la graduation sur verre, en ayant soin lorsque la couleur avait disparu, de la reproduire en passant une éponge imbibée de sulfure d'antimoine dissous dans le vernis ou le silicate de potasse.

D'autres thermomètres au lieu d'avoir une longueur de $0^{m}\cdot20$ à $0^{m}\cdot25$ n'en ont que $0^{m}\cdot10$. Ils ne marquent que de 30^{c} à 40^{c}; leur tige est très-fine; mais cette finesse même fait naître un inconvénient majeur : la segmentation de la colonne liquide ; on est, dans ce cas, obligé de chauffer la cuvette pour amener

l'alcool dans une chambre supérieure, et réunir à la masse les tronçons détachés : par le refroidissement, l'alcool reprend sa place et son volume.

Un facteur d'instruments a remédié à ce qu'il prétend être un désavantage, le diamètre presqu'égal ou égal même de la cuvette et de la tige : en effet le malade, soit par fatigue, soit par inattention laisse facilement descendre l'instrument dont la cuvette sort de l'aisselle, il a construit des thermomètres à boule assez volumineuse, laquelle ne peut guère s'échapper; mais nous avons remarqué qu'en raison de ce volume et de la quantité de liquide contenu, l'alcool se met moins rapidement à la température ambiante.

Enfin, le dernier thermomètre que nous ayons employé est un thermomètre à maxima, à mercure.

Ce thermomètre a été gradué après le retrait du verre · le déplacement du zéro est donc évité ; la tige est très-fine, et par conséquent en 4 ou 5 minutes, au plus, la colonne mercurielle a pris le degré voulu ; en vertu de sa densité, le mercure ne se segmente pas comme l'alcool. Le malade peut, quand il est fatigué, se relacher un peu, sans que l'index redescende. Enfin on peut se déranger pour lire commodément le point d'arrêt du liquide. Cet instrument est très-court, gradué de 30° à 40° et parfaitement portatif.

Ces divers avantages nous l'ont fait préférer à tout autre et nous engagent à en conseiller l'emploi.

Une fois le thermomètre choisi, occupons-nous de son application.

La plupart des auteurs qui se sont occupés de la question de la chaleur animale ont fixé le temps pendant lequel le thermomètre doit rester appliqué. Les uns veulent 20 minutes (Jaccoud); d'autres, 15 minutes (Anfrun); pour d'autres encore, 10 minutes suffisent (Hirtz, Spielmann). Les plus rares ne laissent leur instrument en place que 5 minutes.

Nous ne pensons pas qu'on doive s'astreindre à calculer le temps pendant lequel on doit appliquer ainsi son thermomètre.

Le moyen le plus simple est, quand on veut prendre une température, en quelque point que l'application se fasse, de placer son instrument, et au bout d'un certain temps, aussi court que possible, mais cependant raisonnable, variable suivant les divers thermomètres, de constater le degré qu'il marque, d'attendre quelques secondes pour voir s'il monte encore et de le retirer quand il s'est arrêté, jamais avant. On sera certain, de cette manière, d'avoir toujours une indication exacte. Faute de prendre cette précaution, l'observateur s'exposera à des erreurs : s'il a en effet laissé son thermomètre 15 minutes ou quelquefois 10 minutes, le malade, fatigué, ne serrera plus le thermomètre dans son aisselle, la cuvette se sera un peu déplacée, et la colonne liquide aura redescendu; dans les cas contraires où l'application n'aura duré que 5 minutes, il pourrait bien arriver que la dilatation du liquide ne soit pas complète.

Le mode que nous avons adopté nous paraît donc le meilleur, bien que le thermomètre auquel nous nous sommes arrêté en dernier lieu offre beaucoup de chances de parer à ces deux inconvénients : au 1er parce que la colonnette indicatrice du degré maximum ne redesçend pas spontanément; au 2^{e} parce que son extrême sensibilité lui permet de prendre en très-peu de temps la température ambiante.

Quant au *lieu d'application* du thermomètre, tous les auteurs sont d'accord; c'est l'aisselle qu'il faut choisir. Presque tous regardent la bouche, le vagin, l'anus, le creux épigastrique, comme peu propices à ce genre d'observations.

Au point de vue pratique, auquel nous nous plaçons de préférence, nous sommes parfaitement d'accord avec tout le monde, mais avec cette restriction, qu'il est bien des circonstances où ce point d'application ne peut servir, ou au moins ne peut donner

que de mauvaises ou insuffisantes indications. La température d'un agonisant, dont les extrêmités sont déjà froides, celle d'un individu auquel on donne une douche, auquel on fait une affusion froide, celle d'un hémiplégique, toutes ces températures prises dans l'aisselle ne seraient pas exactes.

Il est encore des cas où l'on doit pour faire des observations rigoureuses et précises, mesurer la chaleur en divers points du corps : ainsi Virchow, dans ses expériences sur l'introduction de matières étrangères dans les veines prenait la température à la fois dans l'aisselle, la bouche, le rectum, le vagin et même l'oreille de ses malades. [1]

A part ces exceptions, nous reconnaissons que, dans la pratique, l'aisselle est la seule région où l'on doive appliquer le thermomètre.

Une question importante à résoudre est de déterminer le *nombre et le moment des applications* thermométriques.

Beaucoup des auteurs qui ont traité la question se sont contentés d'une application par jour; cette manière d'opérer ne peut amener de bons résultats, d'autant moins que dans la plupart des observations ainsi recueillies, l'heure n'est en aucune façon notée, et des divergences qui, sans raison existent d'un jour à l'autre, montrent à un observateur un peu expérimenté que les températures ont été prises à des heures qui ne sont pas chaque jour les mêmes.

Nous ne pensons pas qu'il soit utile de faire ressortir le peu d'exactitude et de résultats de semblables recherches. Il nous suffira de dire que dans nombre de nos observations, la température presque normale le matin, s'élevait le soir à 39° et 40°. Qu'est-ce autre chose que la fièvre hectique ? Et quelles

1 Gesammilte Abhandlungen zür wissenchaftlichen Medizin (Von Rudolf Virchow).

indications peut fournir l'observation, qu'elle ait été prise ou chaque matin, ou chaque soir, à plus forte raison si elle est prise tantôt le matin, tantôt le soir?

D'autres auteurs, et c'est le plus grand nombre, fixent à deux le nombre des observations thermométriques, une, le matin de six à neuf heures, l'autre, le soir de trois à six heures. Ces deux observations suffisent le plus souvent, mais il n'en est pas moins vrai qu'un plus grand nombre devient quelquefois nécessaire. Sans faire, comme Thomas, de Leipzig, six mensurations thermométriques par jour, chez des malades atteints de fièvre typhoïde, nous pensons qu'il est des occasions, où l'on doit multiplier les observations, et notamment lorsque l'on veut juger de l'effet produit par un médicament. Que de fois, dans les cliniques médicales, de Strasbourg, n'étions-nous pas obligés de prendre toutes les heures et même plus souvent, la température du malade auquel on avait administré le Veratrum ou la Digitale! Et comment connaîtrait-on l'effet antipyrétique d'une douche froide, d'un vomitif ou d'une saignée, si l'on attendait, pour juger de l'effet de ces agents, qu'il ait cessé de se produire?

Avant de terminer ce que nous avons à dire sur l'application du thermomètre, nous devons recommander de prendre la précaution d'essuyer l'aisselle, afin d'empêcher l'évaporation de la sueur, qui ferait baisser la colonne mercurielle et donnerait ainsi lieu à une fausse indication.

DES COURBES GRAPHIQUES.

Il nous reste quelques mots à dire de la manière dont nous avons transcrit nos résultats; nous voulons parler des courbes graphiques.

que de manière
d'un agr
indivi
sion
pr

Au moment à chacune de nos observations cliniques, une feuille spéciale, sur laquelle nous décrivions la courbe indiquant chaque jour la marche de la chaleur, du pouls et de la respiration, nous pouvions nous rendre, à un instant donné, un compte bien plus exact de cette marche que si nous nous étions contenté de l'inscrire en chiffres à la suite des notes quotidiennes. Nous ne pensons pas avoir besoin de nous étendre davantage sur l'utilité de ces courbes, tant il nous paraît simple d'admettre que le dessin d'un objet en donne mieux l'idée que toutes les descriptions possibles.

Il suffira du reste de se reporter à bon nombre d'écrits sur la matière, où l'on verra des colonnes remplies de chiffres indiquant la marche de la température et du pouls ; Donné, *des rapports de la température du pouls et de la respiration dans les maladies.* — 1835. — Roger Henri, *Recherches expérimentales sur la température des enfants (Arch. gen. de méd.* 1844-45, *etc., etc.),* Si l'on compare ensuite ce mode de transcription aux courbes graphiques des thèses de Spielman [1], de Ilardy [2], des ouvrages d'Anfrun,[3] Jaccoud,[4] Wunderlich,[5] Lorain,[6] et aux nôtres, on constatera aisément l'immense avantage de ces courbes et la facilité avec laquelle se saisit la marche qu'elles représentent.

Le praticien lui-même, et nous parlons surtout ici des hôpitaux, aura chaque jour devant les yeux la courbe de la maladie:

1 Spielman, Thèse, Strasbourg 1856. *Modification de la température animale dans les maladies aiguës.*

2 Hardy. Thèse, Paris 1859. *De la température animale dans quelques états pathologiques : de ses rapports avec la circulation et la respiration.*

3 Anfrun. 1868. *De la valeur diagnostique et pronostique de la température et du pouls dans quelques maladies.*

4 Jaccoud. 1867. *Leçons de clinique médicale*, passim,

5 Vunderlich. 1868. *Das Verhalten der Eigenwarme en krankheiten.*

6 Lorain. 1866. *Le choléra observé à l'hôpital St Antoine.*

il verra si elle évolue normalement, ou si, à un moment donné, elle s'écarte du trajet qu'elle doit suivre. Il sera ainsi prévenu par un conseiller fidèle, qui ne manquera jamais de lui annoncer les modifications plus ou moins cachées tout aussitôt qu'elles viendront à se produire.

Cette méthode est surtout suivie très-régulièrement dans certains hôpitaux d'Allemagne ; et nous avons vu, à l'hôpital de Heidelberg, les feuilles thermométriques suspendues au lit de chaque malade, avec le tracé biquotidien de la température et quelquefois du pouls. Nous désirons que cet exemple soit suivi dans tous les hôpitaux. Il s'est introduit depuis longtemps, sur une grande échelle, dans les cliniques médicale et chirurgicale de la Faculté de Strasbourg.

Pour notre compte personnel, nous avons pris pour toutes les maladies aiguës, soumises à notre observation, le tracé non-seulement de la température, mais encore du pouls et très-souvent de la respiration. Il nous arrivera donc fréquemment d'en parler d'une manière incidente, dans le cours de ce travail.

CHAPITRE II.

DE LA TEMPÉRATURE A L'ÉTAT PHYSIOLOGIQUE.

La température, chez l'homme en bonne santé, n'est pas, comme on le croirait au premier abord, tout a fait constante.

L'homme, en effet, en quelque état qu'il soit, est soumis à toutes espèces d'influences extérieures ou intérieures, qui agissent constamment sur sa chaleur pour l'élever ou la diminuer, de même que sur sa circulation et sa transpiration pour les activer ou les ralentir.

Ces variations n'ont pas grande importance; elles ne sont pas considérables; et peuvent changer lorsque des influences étrangères viennent déranger l'état habituel de chaque individu

Néanmoins la connaissance exacte de la température et de la circulation chez l'homme sain a son utilité, car elle est la base des résultats qu'on veut obtenir de la thermométrie et de la mensuration du pouls chez les malades.

Ces variations quotidiennes sont à peu près les mêmes pour chaque personne, de telle sorte que la courbe graphique de chaque jour doit être parallèle à celle de la veille et du lendemain, toutes conditions étant égales d'ailleurs.

Ce sont ces variations que nous voulons essayer d'indiquer, et, autant que possible d'expliquer.

Les changements diurnes que subit la chaleur animale, correspondent à des modifications fonctionnelles de l'organisme : en effet l'équilibre de la température tient à l'égalité de la quantité de chaleur produite et de chaleur perdue. Cette chaleur n'est pas répandue également dans tous les points du corps : ainsi, il est bien démontré que le sang des veines sortant du rein et du foie est plus chaud que celui des artères qui y entrent; que celui de la veine cave inférieure a une température plus élevée que celui de la veine cave supérieure et de ventricule droit; il est également prouvé que le sang du ventricule gauche est plus froid que celui du ventricule droit et des grosses veines qui y arrivent, mais en même temps plus chaud que celui des artérioles et des veinules de la périphérie :

Les expériences de Liebig, de Claude Bernard, de Becquerel, de Gavarret sont concluantes à cet égard.

Mais, de plus, le sang des veines des organes profonds a une température d'autant plus élevée que ces organes fonctionnent davantage.

Il est donc évident que cette chaleur, en s'irradiant, retentira sur l'organisme entier et se manifestera à l'extérieur par une élévation de la colonne thermométrique.

Sans entrer dans de plus longs détails préliminaires, nous allons examiner la nature et l'étendue de ces variations, et dresser

la courbe de la température chez l'homme sain. Nous prendrons comme type celle de l'adulte, nous réservant de revenir sur les modifications dues à l'âge et au sexe.

Un grand nombre de recherches ont été entreprises dans ce sens : beaucoup d'entre elles sont inexactes. Il ne faut pas, du reste, s'en dissimuler la difficulté ; il faut, en effet, pour conclure un grand nombre d'expériences sur des individus de la bonne santé desquels on soit parfaitement certain ; de plus les variations ne portant que sur des fractions de degrés la précision des instruments est chose absolument nécessaire.

Nous rapporterons ici les résultats qui nous paraissent les plus dignes de croyance.

Les expériences dont nous voulons parler d'abord sont dues à Baerensprung qui les a résumées dens les conclusions suivantes : [1]

« Après le réveil, dit cet auteur, la température s'élève assez rapidement ; elle atteint son maximum à onze heures et s'abaisse ensuite un peu ; elle remonte ensuite après dîner jusque vers six ou sept heures du soir pour tomber de nouveau dans la nuit et atteindre son minimum vers quatre heures du matin.

7 h. matin	Temp.	37°	Pouls	50	avant le café.
9 h.	—	37°2	—	57.3	après le café,
11 h.	—	37°4	—	62.5	
1 h. soir.	—	36°8	—	60	
2 h.	—	36°9	—	59.5	avant dîner.
4 h.	—	37°3	—	66.5	après dîner.
6 h.	—	37°5	—	74.4	
8 h.	—	37°3	—	74	avant souper.
10 h.	—	37°	—	67.3	après souper.
Minuit.	—	36°8	—	64.3	travail.
2 h.	—	36°6	—	59.6	
4 h.	—	36°3	—	44	
6 h.	—	36°9	—	48	

(*Voir la courbe N° 2, planche première*).

[1] Baerensprung. (*Erste Abtheil., Müllers archiv.* 1851).

Cette courbe est le résultat moyen de quarante-neuf observations prises par Baerensprung sur lui-même.

Il y a dans ces observations :

Un 1er maximum. . .	11 h. matin.
Un 2e — . . .	6 ou 7 h. soir.
Un 1er minimum. .	midi ou 1 h. soir.
Un 2e — . . .	4 h. matin.

Darmrosch [1] fait ses expériences cinq fois par jour : six heures et demie du matin avant déjeuner ; à neuf heures et demie ; à midi et demi, avant dîner ; à quatre heures et demie, avant goûter ; à six heures et demie, avant souper.

La température	monte	de 7 h. à 10 h. matin.
—	descend	de 10 h. à 1 h. soir.
—	monte	de 1 h. à 5 h. soir.
—	descend	de 5 h. à 7 h. soir.

Il est facile de voir que chaque accroissement commence après les repas et dure au moins deux heures.

Les observations prises par Eschnig [2] sont plus complètes :

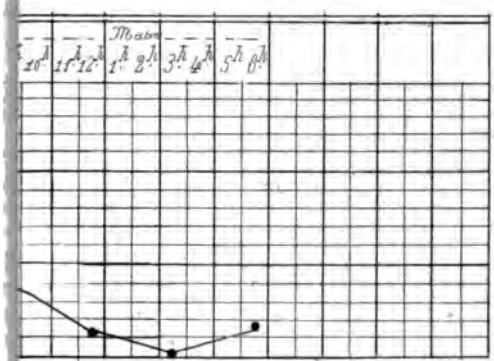
			Nombre d'observations.
5 à 7 h. matin.	avant le café	36°43	14
7 à 9 h. »	après le café	36°82	10
9 à midi	avant dîner	36°93	8
midi à 2 h. soir,	après dîner	36°85	13
1 à 6 h. soir.		36.91	2
6 à 8 h. »	après le café	36.67	4
8 à 10 h. »	travail	36.47	15

Ici nous voyons deux maxima dans la journée, un entre neuf heures et midi, un autre entre quatre et six heures du soir ; ces

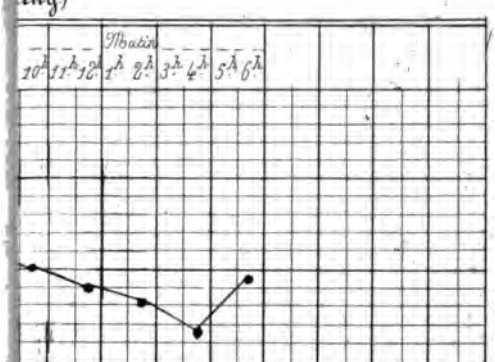
1 Léopold Darmrosch. *Variation de la chaleur normale.* Deutsche klinik, 1854.)

2 Eschnig. *Uebersichtliche Darstellung der Waermeverhaltnisse ein Thierreiche* (Trieste, 1861).

L'ÉTAT PHYSIOLOGIQUE



ung)



expériences concordent donc avec celle de Darmrosch ; mais il faut ajouter que Eschnig a constaté que l'élévation de la température après le repas ne doit pas être attribuée exclusivement à la digestion, car il l'a observé même chez les individus qui jeûnent.

John Southey Warther[1] conclut de cent cinquante expériences que les variations quotidiennes ne dépassent pas deux degrés ; la température s'élève selon lui du matin à onze heures et baisse ensuite jusqu'au soir, excepté à l'heure des repas où elle s'élève de nouveau.

Nous avons fait sur nous-même un certain nombre d'expériences, dont nous décrivons la moyenne à la courbe N° 1, planche I^re^.

7 h matin, réveil.	temp.	36°5	pouls.	74
11 h. »	—	36°4	—	84
Midi, après déjeuner	—	36°4	—	76
1 h. soir, fumant	—	37°.	—	100
3 h. » 1 h. après le café	—	37°4	—	88
6 h. » avant dîner	—	36°8	—	86
7 h. » après dîner	—	37°2	—	92
8 h. » après avoir fumé	—	37°.	—	98
Minuit ; travail depuis 8 h.	—	36°3	—	74
3 h. matin	—	36°1	—	66

Nous constatons que la température s'élève après chaque repas pour avoir son maximum environ deux ou trois heures après chacun d'eux.

Ces expériences coïncident d'une manière générale avec celles des auteurs cités précédemment ; elles en diffèrent cependant en quelques points, sans doute à cause des occupations différentes auxquelles nous étions livrés aux mêmes heures. Ainsi notamment la courbe de Baerensprung, quoique indiquant une augmentation de la température après chaque repas, n'est pas

1 John Southey Warther. *Remarques sur la température normale du corps et sur les effets produits sur elle par certaines substances.* The Lancet 1867.

exactement concordante avec la nôtre, précisément parce que nous ne prenions pas nos repas aux mêmes heures.

En résumé, nous voyons que chez l'adulte, la température normale n'est pas constante, qu'elle subit des variations quotidiennes dont les limites peuvent être comprises entre 36°, comme minimum la nuit et 37° 5 comme maximum, le soir vers cinq heures. Il est bon d'observer que ces maxima et ces minima n'arrivent qu'à certaines heures de la journée assez bien déterminées, et que, par suite il ne faudrait peut-être pas regarder comme en parfaite santé l'individu qui aurait la température 37°5, à une heure où cette température devrait être beaucoup plus basse, bien qu'elle soit cependant comprise, pour ses heures, dans les limites de la normale.

Indépendamment de ces variations individuelles de la température suivant les heures de la journée, nous en observons d'autres suivant le lieu d'application du thermomètre.

La température prise dans le rectum ne différerait suivant Wunderlich, que de 0°,1 à 0°,4 de la température de l'aisselle qui lui est inférieure ; elle serait, de plus, égale à celle du vagin. Nos observations ne sont pas d'accord avec celles de cet auteur. Bien qu'il prétende que cette différence est à peu près constante nous avons trouvé des variations assez notables. Une seule fois, le thermomètre n'a marqué dans le vagin que 0°,2 de plus que dans l'aisselle, mais dans la grande majorité des cas, cette différence allait de 0°8 à 1°,4 et même 1°,6.

Il est vrai que nos observations ne portent que sur des cas pathologiques ; elles sont au nombre de quarante environ. Nous pouvons, en nous appuyant sur elles établir que le thermomètre marquant 37° dans l'aisselle marque en moyenne 38°et 38 2 dans le vagin et le rectum.

Il est probable que la profondeur à laquelle est placé l'instrument est la cause de cette divergence d'opinion, car les auteurs

qui ont expérimenté sur des femmes après l'accouchement ont trouvé la température de l'utérus de 0° 3 à 0° 4 plus élevée que celle du vagin.

D'après le même auteur, la température prise dans la bouche serait toujours plus élevée que dans l'aisselle de 0° 1 à 0° 3. Ici encore nous différons, car nous avons observé que la colonne thermométrique est tantôt plus haute, tantôt plus basse que dans le creux axillaire ; à l'état sain la différence n'a jamais dépassé 0°,2 à 0° 3 en plus ou en moins.

Quant à l'élévation de température dans les oreilles, au creux épigastrique nos observations personnelles ne nous permettent pas de juger à cet égard et nous ne pouvons tirer de conclusions pour l'homme des expériences entreprises sur les animaux, par M. Claude Bernard.

Après les différences observées chez un même individu, nous devons examiner celles que l'on peut observer chez les individus différents.

Tout le monde n'a pas, en effet, une chaleur moyenne de 36° 6 ; nous avons vu chez quelques personnes la température du matin à 35° 6 et 35° 8, chez d'autres au contraire à 37° et 37° 2. Il serait possible d'attribuer ces diversités aux plus ou moins grandes pertes de calorique dépendant de la surface du corps, de l'épaisseur de l'épiderme, de son humidité, etc.

Du reste, cette différence individuelle est bien plus grande pour le pouls. Nous nous rappelons l'exemple que nous citait jadis dans ses cours notre illustre professeur Küss, d'une dame dont le pouls ne battait que de 33 à 40 fois par minute et chez laquelle 70 pulsations étaient l'indice d'une fièvre intense.

Ces notions doivent être familières au médecin, qui s'exposerait bien souvent à des déceptions s'il n'en était instruit ; à moins que ne s'en rapportant pas, comme c'est l'habitude, à l'état du pouls pour juger de la fièvre, il ne joigne à son observation

celle de la température qui ne s'écarte jamais autant de la moyenne physiologique.

Si le sexe ne paraît pas modifier la température, quoique certaines observations peu dignes de croyance tendent à le prouver, du moins l'âge produit des variations qu'il est indispensable de connaître.

Le fœtus a une température presque égale à celle de l'utérus ou du vagin chez la mère, en moyenne 37° 75 dans l'anus.

Selon Baerensprung et Wunderlich sur 37 fœtus, 36 ont une moyenne au-dessus de 37°; un seul n'arrive qu'à 36°,75.

Schœffer trouve que, sur 23 cas, 16 *nouveau nés* ont une température supérieure à celle du vagin; chez cinq autres elle est égale; chez les deux derniers elle était plus basse; il est vrai que nous ne savons pas si, dans ces deux cas, les enfants étaient parfaitement sains.

Après la naissance, la température baisse, elle arrive le plus ordinairement très-rapidement à 36°75, environ pour remonter ensuite de 0°,1 à, 0°,2, et se maintient à 37°, quelquefois même 37°,25 en moyenne, jusqu'à la fin de la première enfance.

M. Roger [1] qui s'est spécialement occupé de la médecine infantile, fixe a 37°,10 la température moyenne des enfants âgés de moins de six ans. Nos recherches personnelles concordent bien avec celles de cet auteur. Nous devons ajouter que ce qui nous a le plus frappé est l'étendue beaucoup plus grande que chez l'adulte de ce que nous avons appelé les variations quotidiennes.

M. Hardy, dans sa thèse, arrive aux mêmes conclusions.

Quant aux vieillards, ils ont généralement une température plus basse que les adultes de 0°,2 ou 0°,3.

Les climats, la température extérieure, si elle arrive même à

1 Roger. *De la température et du pouls chez les enfants.* (Arch. gén. de médecine, 1844-45.)

40° ou 41° n'ont pas sur la température une action sensible : à la vérité les renseignements que nous possédons à ce sujet ne nous procurent aucune donnée positive.

Il en est de même de l'alimentation suivant les divers pays, et notamment de la nourriture presque exclusivement graisseuse au moyen de laquelle les peuplades des Pôles résistent à la température si basse de ces contrées.

CHAPITRE III.

DE LA MARCHE DE LA TEMPÉRATURE DANS LES MALADIES AIGUES FÉBRILES.

L'état pathologique commence là où finit l'état physiologique; la difficulté est d'assigner une limite exacte à chacun de ces états, car, dès le début d'une maladie, la température peut rester normale ou ne s'élever que de quelques dixièmes de degré ; et cependant l'observateur attentif pourra déjà découvrir les germes de la maladie dans la plus grande amplitude des oscillations diurnes de la chaleur et du pouls. Nous avons eu rarement, dans les hôpitaux, occasion de constater expérimentalement ce fait pourtant bien vrai, parce que les malades n'y arrivent jamais tout au début de leur affection ; nous avons cependant pu l'observer quelquefois, par exemple, chez des convalescents qui contractaient avant leur sortie une maladie nouvelle, ou chez des individus atteints de maladies chroniques afébriles, et frappés intercurremment d'une affection aiguë.

Quoi qu'il en soit, nous regarderons comme températures pathologiques celles qui ne sont pas comprises dans les limites que nous avons considérées comme normales; en indiquant toutefois que nous ne nous occuperons que des maladies fébriles, et laisserons de côté celles où le refroidissement est la règle. La constatation d'une seule température élevée suffit pour dé-

terminer l'existence de la fièvre; nous devons pourtant faire une restriction, à cause des enfants, chez lesquels il nous est arrivé quelquefois de constater une température 38° le matin, tandis que le soir ou le lendemain, elle était redevenue normale, sans qu'on ait pu trouver la moindre lésion. C'est un fait qui nous a frappé bien des fois; nous avons dû attribuer cette anomalie à une impressionnabilité plus grande du système nerveux des enfants; ce qui peut combattre cette hypothèse, c'est que nous n'avons jamais rencontré ces écarts inexpliqués chez les femmes, même nerveuses, bien que nous les ayons bien souvent recherchés.

La limite supérieure assignée à la température pour permettre encore la vie, est, d'après Wunderlich, 42°5; encore n'est-il constaté qu'un seul cas dans une fièvre typhoïde où cette température ait été suivie de guérison.

La seule fois où nous ayons vu la chaleur monter à ce degré était chez un enfant atteint de scarlatine, qui mourut le lendemain. Roger cite quelques cas semblables, tous suivis de mort. Il est du reste, extrêmement rare d'observer des températures aussi élevées; on voit cependant encore 42° dans quelques fièvres intermittentes et les fièvres éruptives.

Pas plus qu'à l'état sain, l'élément chaleur n'est constant dans la maladie; elle décrit des oscillations quotidiennes, qui sont encore plus irrégulières et plus mal déterminées que chez l'homme en bonne santé.

Tantôt ces oscillations sont plus grandes, tantôt elles sont à peine sensibles, et nous avouons que nous ne savons guère à quoi les attribuer; car si, à l'état physiologique nous pouvons en regarder la digestion, le travail, les influences extérieures comme les principales causes, nous n'en pouvons plus dire autant chez l'individu malade, soumis à la diète, constamment

couché et renfermé dans une salle dont les conditions ne changent pas d'une façon notable.

Ce qu'il y a de plus singulier, c'est que c'est dans les maladies évoluant le plus normalement qu'on observe la plus grande amplitude des oscillations, au moins pendant les périodes de déclin et de convalescence, époques pendant lesquelles on peut admettre que la cause morbifique a cessé d'agir.

C'est là un sujet de recherches auxquelles on ne pourra se livrer qu'en pénétrant plus profondément dans l'organisme, en analysant les sécrétions, les excrétions, les humeurs et les tissus à divers instants de la fièvre. Cette étude, en grande partie du ressort de la chimie médicale, aurait selon nous pour résultat, de contribuer vivement à nous éclairer sur la nature même de la fièvre, en écartant nombre de théories, d'hypothèses qui n'ont pu jusqu'ici se soutenir d'une manière sérieuse. C'est à la chimie physiologique de nous donner le dernier mot sur la théorie des fermentations, sur l'hypothèse des parasites, vibrions, bactéries, micrococcus de la fièvre typhoïde, tous ferments, en voie de devenir une réalité.

Quoi qu'il en soit de toutes ces idées sur l'essence de la fièvre quelque complexes que soient les éléments qui la constituent ou la produisent, on a cependant pu formuler les lois qui en règlent la marche d'une façon générale, et les appliquer aux cas particuliers, aux maladies évoluant normalement et aboutissant à une terminaison heureuse. Quand, au contraire, l'issue a été fatale, cette réglementation n'a pu être toujours établie ; en voici la raison : c'est que la mort n'est pas ce que nous pouvons appeler la fin normale des maladies aiguës, c'est qu'une fièvre typhoïde, c'est qu'une pneumonie, c'est qu'une variole ne tuent pas parce que le malade est atteint de fièvre typhoïde, de pneumonie ou de variole, mais bien à cause d'un concours de circonstances qui viennent compliquer ou aggraver l'état primitif.

La marche de la température dans les pyrexies peut se diviser en un certain nombre de périodes bien déterminées, toujours reconnaissables sur une courbe thermométrique. Ces périodes sont au nombre de trois : période d'augment, période d'état, période de déclin, ou, selon Hirtz, période ascendante, stationnaire, descendante.

1° *Période ascendante.*

Cette période est comprise entre le début de la maladie et le moment où la température arrive à son maximum, c'est le stade *pyrogénétique* de Wunderlich.

Cette période n'a pas toujours la même durée ; dans certaines maladies, elle se termine en peu d'heures : *fièvre intermittente*, courbe N° 3 : faisons remarquer que dans un grand nombre de ces affections, et dans ce cas particulier, la température commence à s'élever avant le début du frisson.

Dans d'autres cas, la période ascendante dure un jour ou un jour et demi ; érysipèle (courbe N° 4) — *scarlatine* (courbe N° 5) — quelquefois deux jours ou deux jours et demi; pneumonie courbe N° 6.

La rougeole, la variole, la varioloïde, l'angine tonsillaire peuvent aussi rentrer dans les maladies à période ascendante courte.

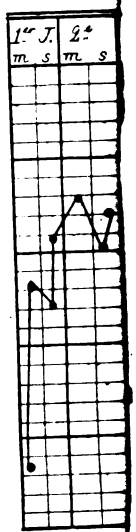
Il en est de même de quelques affections chirurgicales, la pyémie et la septicopyémie dont le début est pour ainsi dire foudroyant (*fig.*7), tirée de la thèse de M. Cheviet; et de la fièvre puerpérale (courbe N° 8), thèse de M. Lefort.

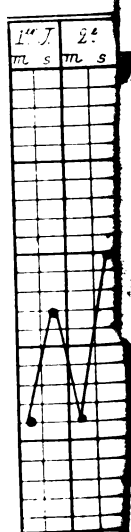
Le stade d'augment dure souvent plus longtemps, quelquefois un septénaire entier : nous en donnerons comme exemple la fièvre typhoïde dont la marche ascendante est si caractéristique: on y constate en effet des rémissions, tous les matins, et très-souvent une fausse défervescence, qui apparaît non pas toujours

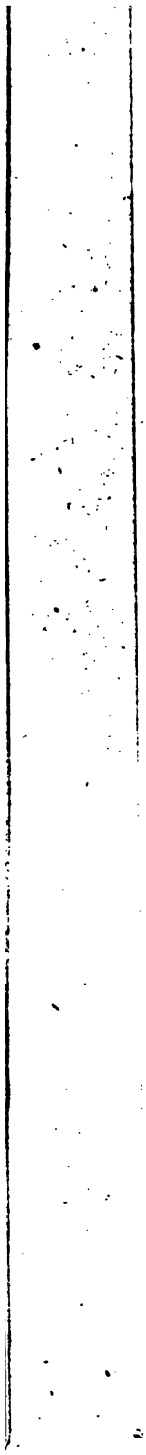
ASCENDA

Courbe.

Scarlatti







le septième jour, comme le croit Wunderlich, mais le 6e, 7e, 8e ou même le 10e jour de la maladie. Nous pensons du reste qu'il est très-difficile de designer exactement ce moment, à cause de l'impossibilité presque absolue de déterminer le début de la fièvre typhoïde.

La courbe N° 9 représente un tracé dû à Thomas, de Leipzig, rapporté par Jaccoud; cet auteur fait arriver l'acmé d'une fièvre typhoïde dès le troisième jour, mais si on examine bien son tracé, on verra qu'évidemment la fièvre a commencé deux jours plustôt qu'on ne croit et que ce n'est que le cinquième jour que se termine le stade des oscillations ascendantes.

La courbe N° 10, de Wunderlich, représente une période d'augment, durant quatre jours, avec rémission considérable, au commencement du huitième jour.

Les courbes N° 11 et 12, de période ascendante de fièvre typhoïde appartiennent au même auteur.

En dehors de ces formes typiques de périodes ascendante, se trouvent un certain nombre de maladies aiguës, et parmi elles, la peurezie, la péricardite, le rhumatisme articulaire, etc. Il faut surtout ranger dans cette classe les maladies dans lesquelles la fièvre dépend surtout de l'intensité des lésions locales.

2° *Période d'état.*

La période d'état suit immédiatement la période d'augment; comme celle-ci, elle est variable par sa forme et sa durée dans les différentes maladies : nous pouvons ajouter qu'elles n'ont ensemble aucun rapport, c'est-à-dire qu'on ne peut conclure de la durée de l'une à la durée de l'autre, non plus que le point culminant de la température ne peut donner de renseignements sur son élévation pendant la période d'état.

Cette période manque rarement; nous pouvons même dire

qu'elle ne manque jamais : elle peut, il est vrai, ne durer que quelques instants, par exemple dans la fièvre intermittente, où elle dure de une demie-heure à six ou sept heures : (courbes N^{os} 13 et 14.) Elle est tout aussi courte dans certains cas peu fréquents d'érysipèle où il n'y a qu'un seul point culminant : nous en donnerons un exemple courbe N° 15.

La période d'état dure ordinairement plus longtemps : ainsi dans la pneumonie, de trois à six jours ; dans la plupart des cas d'érysipèle de trois à huit jours ; de huit à quinze jours dans la rougeole, la varioloïde, la scarlatine. Elle dure encore plus longtemps dans beaucoup d'autres affections, notamment la fièvre typhoïde, de deux à quatre semaines, dans les diverses formes de typhus, la pyohémie, le rhumathisme articulaire, la variole, la tuberculose aiguë, etc

Nous aurons à revenir sur cette période d'état lorsqu'à la fin de ce chapi re nous aurons à traiter de la marche de la température dans chaque maladie. Nous donnerons en même temps les courbes que nous avons recueillies à l'hôpital, et celles des auteurs qui nous paraîtront offrir un certain intérêt.

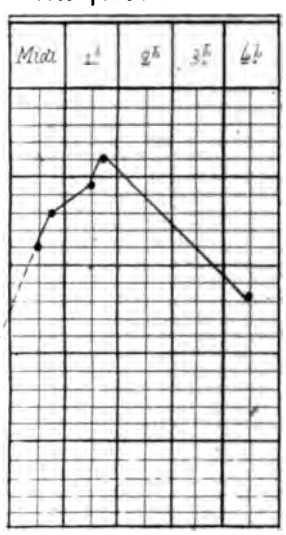
Si la durée du stade stationnaire est variable, sa forme l'est bien davantage encore ; on peut cependant en établir les principaux types.

Les oscillations peuvent être ascendantes, c'est-à-dire que la température de chaque soir est plus élevée que celle de la veille; quand cette forme dure longtemps la maladie se termine par la mort.

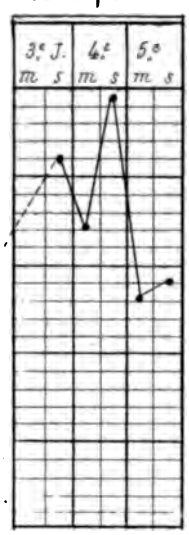
Elles peuvent se maintenir au même niveau ou même être descendantes : la courbe N° 16 en est un exemple : elle provient d'une femme atteinte de pneumonie, et commence le troisième jour de la maladie pour aller jusqu'au septième, moment de la défervescence. La variole, la fièvre typhoïde ont aussi un aspect particulier, nous y reviendrons.

PERIODE D'ETAT

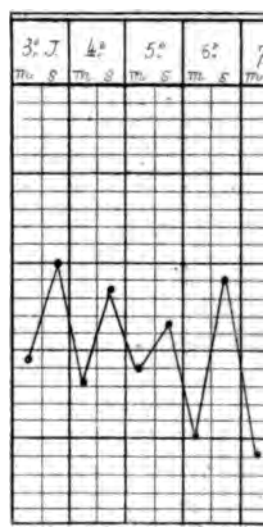
Courbe N.14 Fièvre quarte (Hommes



Courbe N.15 Erysipèle de la face (Femmes)



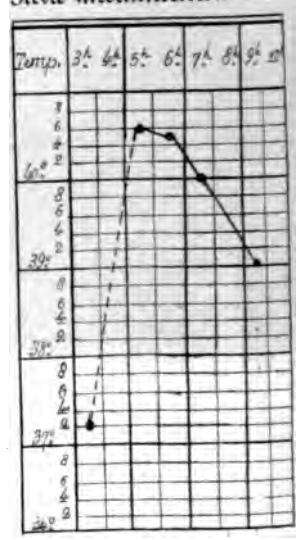
Courbe N.16 Pneumonie (Femm



PL. 3e.

Courbe N. 13

Fièvre intermittente H...



3° Période descendante.

La période descendante est celle qui suit la période d'état dans les maladies se terminant par la guérison.

Dans les maladies où le principe morbifique s'est rapidement épuisé, la défervescence est de courte durée ; ce mode s'observe souvent dans les maladies où le stade d'augment s'est terminé en un ou deux jours. Il y a cependant des exceptions à cette règle : variole, pneumonie devenant chronique.

Cette défervescence rapide peut se faire de plusieurs manières : soit qu'elle commence par l'absence d'exacerbation vespertine, soit que, cette exacerbation s'étant produite, la température s'abaisse le lendemain matin jusqu'à la normale, quelquefois même au-dessous ; c'est en effet surtout dans les maladies où la chute de la température est très-brusque qu'on observe ces refroidissements consécutifs ; le plus ordinairement, après être tombée à 36°6 ou au-dessous, la chaleur augmente un peu et n'arrive qu'au bout de quelques jours à être tout-à-fait normale.

Sont caractérisées par ce mode de défervescence : la fièvre intermittente, la pneumonie, la rougeole, la varioloïde, l'érysipèle de la face.

Cette période descendante peut être instantanée ou ne durer que peu d'heures ; ainsi, dans les fièvres de malaria récentes où la chaleur peut tomber, en moins de une heure, de 41° et 42° à 37°.

Dans la pneumonie, c'est du soir au lendemain matin que se fait la chute qui peut aller de 41° à 35°8, ainsi que nous l'avons observé chez un enfant dans le service de M. le professeur Tourdes. (Voir la courbe N° 17).

Le plus souvent l'état du poumon n'a pas sensiblement changé, aussi peut-il arriver que le nombre des inspirations qui, ainsi que nous avons cherché à le montrer dans un autre travail, marche à peu près parallèlement à la courbe thermométrique,

peut-il, disons-nous, arriver dans ces défervescences rapides de la pneumonie que le nombre des inspirations ne suive pas la même marche descendante.

Dans la courbe N° 18, au contraire, nous décrivons la défervescence d'une pneumonie (service des enfants) où la respiration a cependant suivi la température dans sa chute, puis il y a un abaissement de température qui dure deux ou trois jours jusqu'au moment où tout rentre dans la règle.

Très-souvent encore, la défervescence au lieu de se faire du soir au lendemain se fait en deux jours ou deux jours et demi. Nous en citons un exemple dans la courbe N° 19, c'est un cas de pneumonie (service des femmes) où l'on remarque un stade de déclin durant deux jours et demi et suivi de recrudescence. Ces recrudescences sont d'autant plus prononcées que la maladie a duré plus longtemps.

La défervescence dans la pneumonie peut aussi se faire pendant le même temps, mais par oscillations avec exacerbations vespertines. Courbe N° 20.

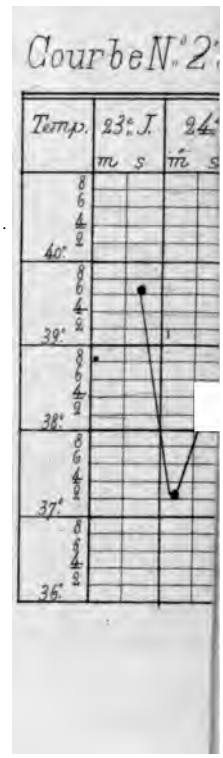
Les courbes N^{os} 21 et 22 représentent la défervescence dans deux cas d'érysipèle de la face.

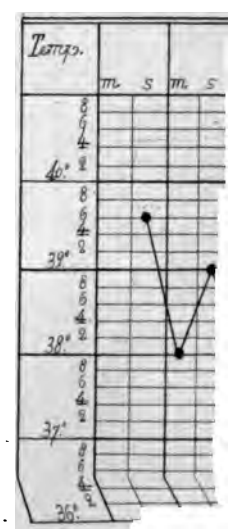
Le mode de défervescence que nous avons décrit jusqu'ici porte le nom de *Crise;* on nomme au contraire *lysis* ou défervescence lente, traînante, celle qui dure plus longtemps, six à quinze jours, même davantage. La durée en est déterminée, mais la forme en est variable et peut se rapporter à quelques types bien définis.

Les types les mieux établis appartiennent à la fièvre typhoïde.

Dans certains cas, la défervescence peut durer de douze à quinze jours; la température avec ses exacerbations du soir reste constante pendant trois ou quatre jours, puis baisse, reste à ce deuxième niveau pendant quatre jours et baisse encore jusqu'à la normale. Un de nos amis et collègues, le docteur Flammarion

PL. 5.e


Courbe N.° 2
Temp.
23.e J.
m s
40°
39°
38°
37°
36°


Courbe N.° 26
Temp.
m s
40°
39°
38°
37°
36°

ex-interne des hopitaux de Strasbourg, nous en a fourni un exemple: Courbe N° 23.

Dans d'autres cas, la température baisse graduellemeut, les oscillations sont égales entre elles, mais disposées de telle façon que la température du jour soit toujours inférieure à celle de la veille; l'amplitude des oscillations pouvant du reste être plus ou moins grande. (*Courbe N° 24*).

Cette forme s'observe aussi dans le rhumatisme articulaire aigu.

Enfin, dans certains cas, la défervescence est complète le matin pendant plusieurs jours de suite, la température diminue chaque jour, de sorte qu'aussi chaque jour l'amplitude des oscillations est moins grande. (*Courbe N° 25*).

Les courbes N^os^ 26 et 27 tirées de l'ouvrage de Wunderlich montrent des défervescences tout-à-fait analogues à celles que nous venons de décrire.

Les types de lysis que nous avons signalés sont loin d'être constants; ils subissent de nombreuses variations; on le comprend facilement du reste, car c'est dans cette période, comme nous l'avons dit, et pendant la convalescence que les malades sont le plus influencés par les causes qui, à l'état sain, n'ont qu'une action à peine sensible sur la chaleur animale.

Aussi ne parlerons-nous pas de la marche de la température dans la convalescence. Il est impossible, en effet, de rien préciser, sinon qu'on peut affirmer que les écarts un peu notables de la courbe normale physiologique ne doivent pas être de longue durée, car dans ce cas ils seraient l'indice certain d'une rechute d'une complication ou d'une affection intercurrente.

C'est, du reste, dans ces cas particuliers que nous espérons montrer l'importance du thermomètre et de son application régulière. Voir plus loin: Chapitre VI.

Si la période d'état ne fait jamais défaut, la période descendante manque, quand la maladie se termine par la mort.

La période préagoniale et celle de l'agonie, que nous r gardons, pour notre compte, comme des aberrations de type (car pour nous la guérison est la terminaison normale des maladies aiguës évoluant régulièrement) rentrent de droit dans notre dernier chapitre.

4° Marche de la température après la mort.

Le plus souvent la température baisse immédiatement après l'extinction des phénomènes vitaux apparents, mais il est un certain nombre, nous ne dirons pas de maladies, mais de cas spéciaux où le corps ne commence pas immédiatement à se refroidir. C'est surtout lorsque la mort survient dans une agonie où la chaleur a été très-élevée qu'on observe ce singulier phénomène.

Wunderlich cherche à l'expliquer de deux manières : 1° suppression de la sueur et par suite suppression d'une des causes de perte de la chaleur qui continue à se produire ; 2° combinaisons chimiques dues aux changements musculaires post mortem et constituant une nouvelle source de calorique.

Cette augmentation n'est jamais considérable et ne dépasse pas quelques dixièmes de degré.

Nous l'avons observée dans deux cas : nous en rappelons le plus intéressant.

Pneumonie du sommet. Service des femmes. Mort à 2 h. 30 min.

		Temp. dans l'aisselle	dans le vagin.
2 h. 30 min. . .	. .	37°.	39°4
» 32 » 2 min.	après la mort	37°4	39°6
» 35 » 5	—	37°8	39°6
» 40 » 10	—	37°8	39°6
» 50 » 20	—	37°7	39°6
» 55 » 25	—	37°5	39°6

Nous n'avons pu continuer plus longtemps l'observation, bien qu'il eût été intéressant de savoir combien de temps encore le vagin et les parties profondes auraient conservé leur chaleur.

Dans le deuxième cas où nous avons fait la même remarque, la température ne s'était élevée que de deux dixièmes de degré pendant que peu de minutes. Nous n'avions placé le thermomètre que dans l'aisselle.

Par contre, nous avons vu, dans d'autres cas où la température au moment de la mort était 40°, le thermomètre à ce niveau pendant deux minutes seulement sans subir aucune élevation.

Si les deux parties du corps ne sont pas également chaudes, la chaleur ne diminue pas avec la même vitesse dans les deux parties.

M. Larger, notre collègue dans les hôpitaux, nous en a fourni une observation intéressante. Elle appartient à un individu devenu hémiplégique à la suite d'une tumeur cérébrale.

Mort à 8 heures 25 minutes du matin.

8 h. 25 min.	côté droit, sain	38°6	gauche	38°0
8 h. 45 »	—	38°6	—	37°9
9 h. » »	—	38°2	—	37°7
9 h. 12 »	—	38°2	—	37°5
9 h. 17 »	—	38°	—	37°4
9 h. 25 »	—	38°	—	37°2

Quant au temps nécessaire pour que la température se soit mise au niveau de la température ambiante, il est très variable; il est court à la suite de la mort par hémorrhagie par exemple : (deux ou trois heures); il est beaucoup plus long à la suite de la mort par asphyxie, par congestion cérébrale. [1]

MARCHE DE LA TEMPÉRATURE DANS LES DIVERS GROUPES DE MALADIES AIGUES.

Jusqu'ici, en nous occupant des périodes par lesquelles passent toutes les maladies fébriles, nous n'avons fait pour ainsi dire

1 Tourdes. *Cours de médecine légale.* (1867 68).

que de la théorie ; mais cette théorie se base sur des faits qu'il va nous suffire maintenant de réunir les uns aux autres pour reconstituer dans son ensemble la courbe thermométrique propre à chaque maladie fébrile.

Mais en outre l'étude de ces diverses périodes va nous permettre, si on l'a bien suivie, de former des classes de maladies suivant les courbes thermométriques, non que nous voulions dire que ces maladies aient entre elles d'autre ressemblance; nous ne les groupons ainsi que parce que nous n'avons à nous occuper dans ce travail que de la chaleur animale et de sa marche dans les affections aiguës.

Aussi serons-nous très-bref dans cet exposé. Nous n'avons pas à accompagner nos courbes thermométriques d'observations de malades qui n'offriraient aucun intérêt, d'autant plus que nous voulons dans ce chapitre ne parler que des maladies évoluant normalement. Dans un autre chapitre nous devrons entrer dans de détails d'observations, lorsque précisement il s'agira de démontrer que chaque écart de cette courbe normale, écart montré par le thermomètre, tient à une cause qu'il faut trouver.

Nous avons remarqué dans la première partie de ce chapitre qu'une certaine classe de maladies évolue d'une manière extrêmement rapide et parcourt ses trois périodes en un temps extrêmement court, de trois à douze heures environ ; ce sont les fièvres intermittentes, fièvres de malaria, quel que soit leur type, tierce, quarte, etc.

On peut, avec les fièvres éphémères, les ranger dans une classe à part :

1° Affections à type très-rapide.

D'autres affections, dont la période d'augment se termine en un, deux ou trois, jours dont la période de déclin dépasse rarement trois ou quatre jours, peuvent constituer le groupe des :

2° Affections à type rapide.

La période d'état est de toutes la plus variable dans ces mala-

dies, dont les unes ne durent que de quatre à cinq jours en tout, d'autres jusqu'à quinze et seize jours.

Nous y ferons rentrer les maladies éruptives, rougeole, varioloïde, varicelle, variole, scarlatine, l'érysipèle, la pneumonie, l'angine tonsillaire, la fièvre puerpérale.

Dans un troisième groupe *à type lent* entre d'une façon toute spéciale la fièvre typhoïde, si bien caractérisée par sa période ascendante *lente*, sa période descendante *lente* et une longue période d'état.

Nous pourrions placer dans cette classe d'autres affections aiguës à type analogue dont nous n'avons guére parlé jusqu'ici, parce que ces maladies n'offrent pas dans leur marche thermométrique une physionomie bien définie. Elles ont bien leurs trois périodes, mais ces périodes offrent des irrégularités telles qu'on ne peut leur assigner une forme typique.

Nous allons essayer de nous faire mieux comprendre par un exemple: dans un déclin de pneumonie, la température a été, supposons-nous, la veille au matin 38°, la veille au soir 38°6, ce matin elle remonte à 40°. Soyez sûr alors qu'il y a quelque accident qui compromet votre malade ou une nouvelle pneumonie qui se déclare. Au contraire, dans les affections dont nous vulons parler un pareil phénomène pourra se présenter sans que vous ayez le droit d'affirmer l'existence d'une complication.

Ces affections sont: le rhumatisme articulaire aigu, la pleurésie, la tuberculose aiguë, la méningite.

Nous ne parlons de ces affections que pour mémoire.

1° AFFECTIONS A TYPE TRÈS-RAPIDE.

Les fièvres intermittentes, ou plutôt un accès de fièvre intermittente est caractérisé par une période ascendante très-brusque qui débute, non comme on le croit généralement, par un frisson,

mais par du malaise, de la céphalalgie ; le frisson n'arrive souvent qu'ensuite.

Toute cette période ascendante constitue la période de froid.

La période d'état correspond à la chaleur sèche.

Enfin la période de sueur, ordinairement la plus lente, est caractérisée par la diminution de la température qui revient à la normale en plus de temps qu'elle n'a mis pour arriver à son acmé.

Nous avons montré dans nos courbes 3, 13 et 14, des périodes ascendantes et d'état de fièvres intermittentes.

Ce sont des observations qu'on n'a pas souvent l'occasion de faire puisqu'il faut, ce qui, en pratique, n'a pas d'intérêt réel, prendre la température une ou deux fois chaque heure pendant la durée de l'accès.

Il en est de même des *fièvres éphémères* assez peu intenses généralement pour qu'on ne s'en préoccupe même pas.

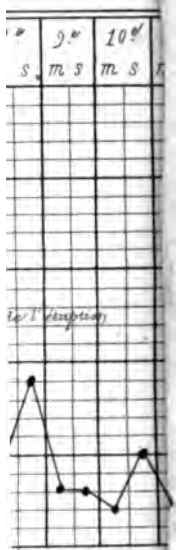
Nous passons immédiatement à notre deuxième groupe de maladies qui présente, au point de vue de l'ensemble de la marche de la chaleur, un intérêt beaucoup plus grand :

2° AFFECTIONS A TYPE RAPIDE.

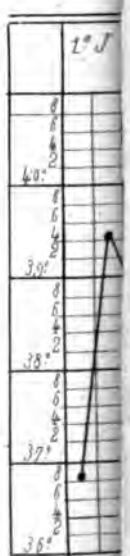
Maladies éruptives — Caractérisées toutes par une période prodromale de deux à trois jours, sans élévation de température, mais cependant avec variations et amplitudes légèrement augmentées.

Pour toutes, période ascendante rapide, comme nous l'avons déjà vu au commencement de ce chapitre. En même temps que l'augmentation de température, malaise, embarras gastrique; tant que l'éruption ne se manifeste pas, à part quelques muqueuses diversement enflammées, le tableau est le même pour toutes les maladies éruptives. Nous allons examiner quelles sont

Varicelle



Courb



UNIV. OF MICH.

les modifications que chacune d'elles fait subir à la marche de la chaleur aussitôt après l'apparition des taches caractéristiques.

Rougeole. — La chaleur augmente jusqu'à l'éruption (période d'augment), reste constante (période d'état) jusqu'à ce que cette éruption soit complète, diminue à partir de ce moment, (période de déclin) qui se termine avant que les taches n'aient complètement disparu. Voir courbe N° 28 (de Wunderlich).

Période d'état au troisième jour de la maladie, durée trois jours, période de déclin deux jours.

Varicelle. — Période prodromale comme toujours ; période d'augment ordinairement plus lente que dans la rougeole, période d'état presque nulle, car la période de déclin commence en même temps que l'éruption commence à paraître ; l'éruption continue que la température est revenue à la normale. Du reste, elle ne s'élève jamais beaucoup.

Scarlatine. — Dans cette affection l'éruption a commencé avant que la période ascendante de la chaleur se soit arrêtée ; elle continue le plus ordinairement encore pendant un ou deux jours.

C'est ordinairement cette légère ascension des deux jours qui suivent l'éruption qui constitue la période d'état, car la période de déclin commence ensuite ; elle dure de cinq à huit jours et ne se termine que lorsque déjà la desquamation a commencé.

Tels sont donc deux faits bien spéciaux à la scarlatine et qui suffisent à la faire reconnaître des autres fièvres éruptives :

Continuation de la période ascendante après l'éruption.

Apparition de la desquamation pendant la période de déclin.

La courbe N° 30, prise au service des enfants nous montre ces cas de scarlatine : éruption au troisième jour, fin de la période d'ascension le cinquième ; desquamation avec légère recrudescence, le sixième, la température étant encore ce à moment à 39°.

La courbe N° 31, est due à Wunderlich ; la période de

descente va du sixième au douzième jour ; la desquamation commence le septième, aussi avec légère recrudescence.

Variole. — Si la scarlatine a une marche qui lui est propre, au point de vue de la température, la variole est bien plus facilement reconnaissable encore à sa courbe thermométrique. Sa courbe est en effet double :

Période ascendante rapide deux jours, trois jours au plus. Période d'état, rapide : un à deux jours, commençant avec l'éruption : période de déclin rapide, de un à deux jours.

La température devient normale elle reste normale jusqu'au moment où lespremiers boutons vont commencer à suppurer. Cette suppuration s'annonce par un nouvel acmé, qui peut arriver au même niveau que dans la première évolution. Puis nouvelles périodes, d'état et de déclin. Cette dernière ordinairement assez lente, et durant jusqu'à la dessication des boutons.

Voir la courbe N° 31. — (Service des varioleux). Femme en traitement dans la salle des femmes pour une affection chronique: La première défervescence a durée trois jours et demi. L'éruption était confluente et les boutons s'étant mis très-rapidement à suppurer, la température n'est restée normale qu'une demi journée entre les deux périodes.

Ce n'est que le 21e jour que la température était redevenue normale. Tout était desséché.

La courbe N° 33, tirée de l'ouvrage de Wunderlich est tout à fait analogue ; ainsi que celle N° 34, tirée de la thèse de M. Anfrun, avec cette exception que cette dernière suivant exactement son type, n'offre cependant pas la température normale entre les deux périodes morbides, par ce que l'affection est devenue hémorrhagique.

Varioloïde. — Dans la varioloïde, la deuxième partie de la courbe manque, la suppuration n'ayant pas lieu.

Il n'est pas rare d'y constater un type un peu plus lent que

C O
m s

dans la variole vraie. Il n'est, au contraire, pas très-fréquent de voir la température s'élever autant qne dans la variole : nous avons pu cependant observer nous-même, et voir relatés certains cas où le thermomètre a monté jusqu'à 40°, ce qui peut fort bien n'être dû qu'à une plus grande impressionabilité du malade à l'influence thermique.

Erysipèle. — Période ascendante très-rapide, de un à trois jours, avec malaise, souvent des vomissements, toujours de l'embarras gastriqne.

La période d'état commence immédiatement; elle est variable dans sa durée, qui est ordinairement la même que celle de l'éruption ; dans ce cas, la courbe est descendantc.

Notons que dans le cas où l'érysipèle facial attaque à peu près simultanément plusieurs points voisins, il n'est pas rare de constater, dans la période ascendante, une rémission plus ou moins complète.

Courbe N° 35. — Cette courbe appartient à une femme de trente ans, à l'hôpital pour une syphilis constitutionnelle, chez laquelle se déclare un érysipèle facial du côté droit ; la température baisse immédiatement ; elle remonte le lendemain, et le côté gauche est attaqué à son tour.

Période d'état, à courbe descendante du 6e au 8e jour. Déclin à partir du neuvième.

La courbe N° 36, prise dans le même service est une courbe d'érysipèle marchant normalement et simplement.

Un fait peu rare dans l'erysipèle, et dont nous donnons un exemple dans la courbe N° 17, est la récidive, marquée deux et trois fois chez le même malade. Nous en avons recueilli une courbe très-bien accentuée chez une jeune fille, atteinte de périostite chronique, dans le service des enfants (Profess. Tourdes). (Courbe N° 37.)

Notre courbe N° 38, tirée de la thèse de M. Anfrun en offre aussi un exemple.

Un fait à noter, c'est que si l'éruption disparaît trop vite, il est fort à craindre, comme le montre notre courbe 37, et celle de M. Anfrun N° 38, qu'il n'y ait une récidive. C'est que sans doute la deuxième éruption n'a agi, au moment de se produire, que comme un révulsif puissant.

N'est-ce pas là quelque chose d'analogue à ce qu'on appelle vulgairement les éruptions rentrées, que l'on regarde comme dangereuses à cause des accidents intermes qui peuvent s'en suivre. Nous ne pouvons encore déterminer lequel des deux faits est la cause ou la conséquence de l'autre.

Avant de terminer ce que nous avons à dire sur les maladies éruptives, nous devons faire remarquer qu'il est peu d'affections aussi sujettes à être compliquées, dans leur marche ou pendant la convalescence, par des maladies intercurrentes Or, chacun sait combien il est, dans la pratique, difficile d'examiner attentivement, profondément, un malade atteint par exemple de variole. On serait obligé de le déranger, de le découvrir souvent pour l'ausculter, le percuter, etc..., et veiller à chaque instant à toute complication possible.

C'est surtout dans ces cas que servira l'application du thermomètre, dont une élevation en dehors de la marche normale suffira pour mettre le médecin sur ses gardes, et le prévenir qu'un danger menace le sujet soumis à son observation.

Maladies inflammatoires.— Dans les maladies inflammatoires rentrent naturellement les inflammations des organes internes, appareil respiratoire, digestif, cerveau, etc..., et les inflammations des séreuses; mais nous avons écarté comme ayant

une marche irrégulière, un certain nombre de ces maladies qu'on ne peut regarder comme typiques.

Nous traiterons ici plus particulièrement la marche de la chaleur dans la *Pneumonie.*

La période d'augment est très-rapide, non interrompue ordinairement par une rémission matinale ; elle dure un, deux ou deux jours et demi.

Wunderlich arrive aussi à cette conclusion pour ce qu'il appelle la pneumonie croupale ; il en distingue la pneumonie catarrhale, mais cette affection se rapproche beaucoup plus de la bronchite capillaire.

Si nous restons dans les limites de la pneumonie franche, nous y constatons toujours le même début.

Également caractéristique est la période de défervescence, de même durée que la première, le plus souvent sans exacerbation respective. Elle se fait quelquefois en une nuit, quelquefois en 24, 36 heures, rarement davantage.

La période d'état varie davantage.

Durée de trois à huit et neuf jours : soit avec marche légèrement ascendante ou légèrement descendante, mais fort souvent interrompue par une recrudescence indiquant qu'un nouveau point du poumon ou de l'autre poumon est attaqué.

Très-fréquemment, dans la pneumonie, où l'état général a été rapidement ébranlé par une température souvent excessive, où la chaleur est brusquement redevenue normale, par une espèce de collapsus, très-fréquemment, disons-nous, la période de défervescence est suivie d'une nouvelle récrudescence d'autant plus élevée que le sujet a été plus ébranlé, plus dangereusement atteint.

La courbe N° 39 nous en donne un exemple. Elle appartient à une femme déjà âgée, 60 ans, qui a été pendant plusieurs jours en danger de mort, et chez laquelle après la défer-

vescence, la température s'est relevée et maintenue pendant quelques jours vers 38°. La même courbe nous montre un exemple de récrudescence de la température pendant la période d'état à la suite de l'invasion du sommet du poumon gauche, attaqué six jours après le poumon droit.

Dans d'autres cas, au contraire, on peut observer une période de refroidissement suivant un collapsus, ainsi que nous avons eu l'occasion de l'observer chez un enfant, dont nous avons montré déjà la courbe au N° 18. Planche III^e^.

La courbe N° 40 est celle d'un cas de pneumonie, où la défervescence n'arrive que le 15^e^ jour, par suite de l'invasion successive des deux poumons. Cette défervescence est normale, dure deux jours et demi et est, comme dans la courbe 39, suivie d'une recrudescence de quelques jours.

Courbe N° 41. — Pneumonie d'enfant avec défervescence, (collapsus) au cinquième jour, sans accident particulier. Chute extrêmement brusque de 41°, 6 à 36°, en une seule nuit, fait qu'on n'observe guère que chez les enfants.

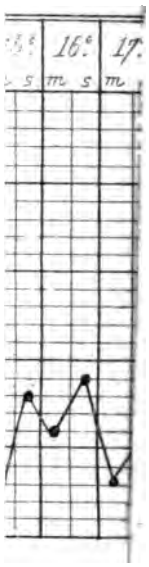
Les courbes N^os^ 42 et 43 appartiennent à Wunderlich, et sont normales.

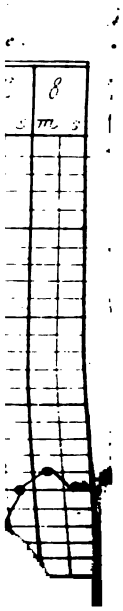
La courbe 44, du même auteur, indique une recrudescence au sixième jour.

Les autres inflammations aiguës suivent une loi analogue; mais comme elles n'ont pas, avons-nous déjà dit, de type bien défini, nous renvoyons à nos généralités sur les diverses périodes: ascendante, stationnaire et descendante. Chacune d'elles est mal définie, et n'est pas constamment semblable dans la même affection.

Il ne faudrait pas en conclure qu'on ne doive pas prendre la température des malades qui en sont atteints. Ce n'est pas en effet pour constater la marche absolument toujours la même dans es maladies typiques que nous nous servons de thermomètre. Et quelle que soit la maladie que nous aurons à traiter,

PNI





typique ou irrégulière, il n'en est pas moins vrai qu'une élévation trop grande et constante de la température, nous fournira toujours les mêmes indications thérapeutiques ; il n'en est pas moins vrai qu'une élévation subite devra toujours mettre le médecin sur ses gardes, et le prévenir de la possibilité d'une complication qu'il a à rechercher.

Le seul enseignement qui ne lui sera pas fourni dans ces cas, sera celui relatif au diagnostic. Nous allons voir au contraire dans l'affection dont nous allons parler, combien la courbe thermique en est un élément puissant.

3° AFFECTIONS A TYPE LENT

Fièvre typhoïde. — La période d'ascension dans la fièvre typhoïde suffit à faire reconnaître la maladie : cette période dure rarement moins de quatre à cinq jours, pendant lesquels la température s'élève progressivement, avec des rémissions matinales, telles qu'elles n'arrivent jamais cependant à la température de la veille au matin.

On peut dire de prime abord, d'une façon certaine, qu'une affection qui arriverait dès le deuxième jour à 40°, n'est pas une fièvre typhoïde. C'est déjà un fait important, puisqu'on peut, à cette époque, confondre avec la fièvre typhoïde les pneumonies du sommet, avec symptômes typhoïdes. Dans ce dernier cas, la température arrive rapidement à son acmé.

La période ascendante se termine quelquefois, comme nous l'avons vu, par une rémission qui survient le 6e, 7e, 8e, 9e jour.

La période d'état varie suivant sa durée ; rarement de un septenaire, elle peut aller jusqu'à quatre et même cinq ; et il n'est pas rare qu'elle soit, dans sa marche légèrement descendante, interrompue par une récidive.

Dans cette période, le plus souvent, les amplitudes sont petites, les différences du matin au soir sont presque nulles,

surtout dès le début ; plus la maladie avance, et plus ces amplitudes augmentent quand le pronostic est favorable ; dans ce cas, la température suit une ligne légèrement inclinée vers la normale.

Cette période d'état, dans la fièvre typhoïde, subit nécessairement une foule de variations, suivant les divers cas, suivant les circonstances extérieures, les accidents.

Enfin, au bout d'un temps variable, à la fin de la 3e, 4e, 5e, 6e semaine, arrive la période descendante.

Nous en avons déjà parlé dans nos généralités sur la période descendante. La défervescence peut être analogue à la période ascendante, c'est-à-dire que chaque matin la température descend, pour remonter le soir, mais sans arriver au même degré que la veille (courbe N° 27. Planche Ve).

Dans d'autres cas, c'est la défervescence en terrasse. (Courbe N° 23. Planche Ve).

Ailleurs la température de chaque matin, rapprochée de la normale, remonte encore tous les soirs, mais de moins en moins chaque jour. (Courbe N° 25. Planche Ve).

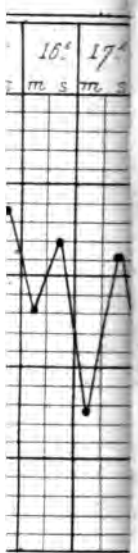
Dans tous les cas la defervescence est lente et dure de six à dix et même douze jours.

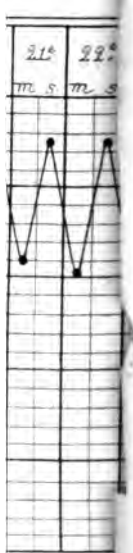
La défervescence est quelquefois rapide, en collapsus, dans la fièvre typhoïde ; c'est alors un signe pronostic à peu près mortel, ou au moins fort grave.

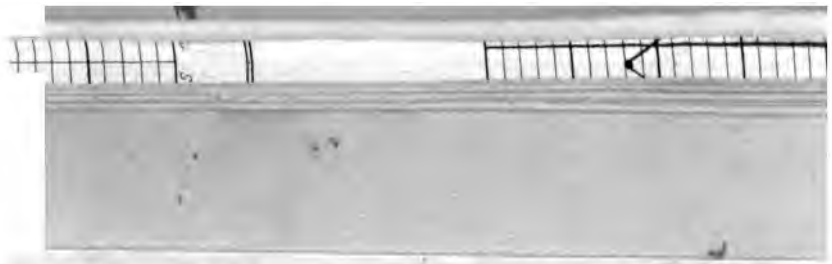
Il peut se faire encore que cette chute soit due à une hémorrhagie.

Enfin, la défervescence peut manquer. La période d'état, au lieu d'aller en descendant, reste toujours élevée ; ou la température ayant commencé à descendre, s'élève de nouveau. C'est dans ce cas ou une recrudescence ou un symptôme de marche vers une terminaison fatale.

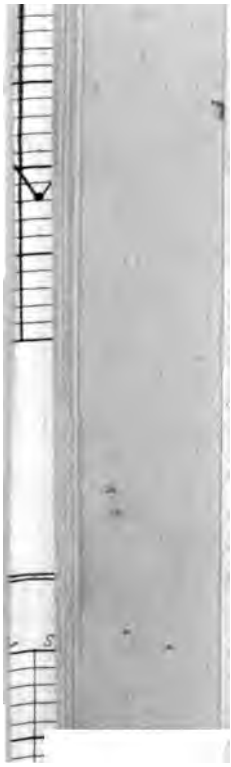
FIE



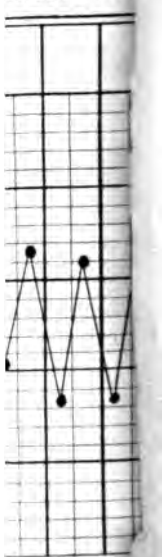


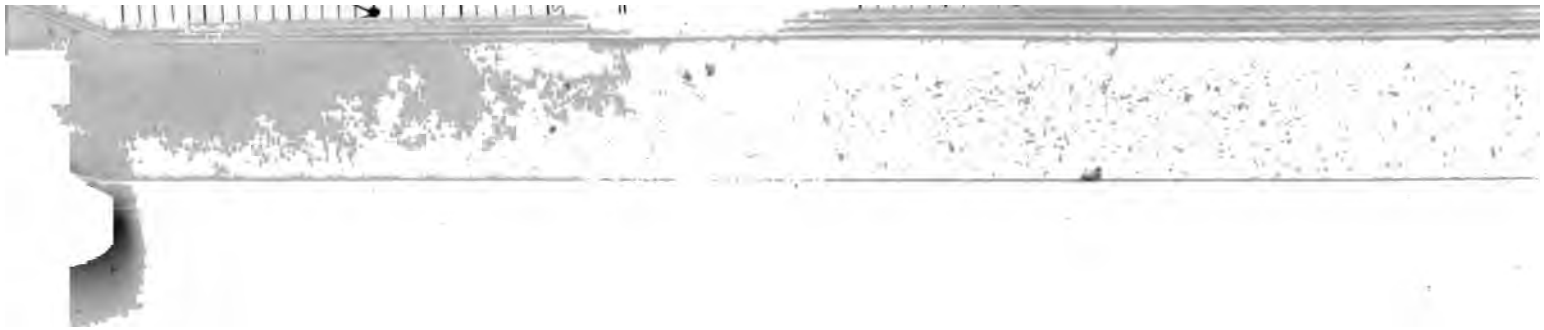


21.
m
18.



21.e





Nous terminons ce chapitre par l'exposé de quelques courbes relatives à la fièvre typhoïde.

Les figures 45 et 46, tirées de Wunderlich sont de véritables types.

Notre courbe N° 47, a été prise au service des hommes, sur un malade atteint d'une fièvre typhoïde marchant régulièrement.

La courbe N° 48, prise au service des femmes, montre un exemple de période d'état se continuant par une ascension de la température. qui remplace la période de défervescence et seterrmine par la mort. Dans ce cas, la périodede défervescence n'a duré que deux jours et a été immédiatement suivie d'une nouvelle montée de la chaleur.

Le vingtième jour on remarque également une fausse défervescence. Ce fait n'est pas rare: Wunderlich, qui l'a aussi observé, nomme période amphibole le stade compris entre deux de ces défervescences. (Voir courbe N° 49).

Enfin la période d'état inclinant vers la défervescence ou la période de défervescence peuvent être interrompues, non par une simple recrudescence, mais par une courbe nouvelle complète de fièvre typhoïde : comme on l'observe dans les cas de rechute, survenant quelquefois même en pleine convalescence.

La courbe 50, due au même auteur, en offre un exemple.

Nous avons cherché à réunir dans cette dernière partie de notre chapitre les maladies qu'on peut nommer monotypiques, toujours identiques à elles-mêmes. Nous espérons avoir montré que la température a, dans ces affections, une marche qu'on peut appeler normale, qu'il est facile de reconnaître partout et toujours, que par conséquent il sera également facile de saisir et d'y reconnaître les aberrations du type, produites par les complications, les accidents, etc. ., qu'il est si utile au médecin de constater dès leur début.

CHAPITRE IV.

INFLUENCE DE CIRCONSTANCES DIVERSES SUR LA TEMPÉRATURE.

Nous avons, dans notre deuxième chapitre, étudié l'influence exercée sur la température de l'homme sain par les phénomènes qui se produisent habituellement soit en lui-même, soit autour de lui.

Nous avons à examiner maintenant comment la température se comporte en présence de certaines influences moins ordinaires, quelquefois pathologiques, mais non thérapeutiques, que l'individu soit du reste en état de santé ou de maladie.

Nous ferons remarquer tout d'abord que ces influences agissent d'une façon bien plus marquée quand le sujet est malade, que lorsqu'il est bien portant.

Elles sont de plusieurs sortes : les unes viennent du dehors, et sont causées par des agents extérieurs ; les autres sont internes et dues à des états particuliers de l'organisme.

Dans la première classe, nous rangerons la température des milieux ambiants, les bains non médicamenteux, une course ou une marche forcée, etc...

Dans la deuxième, les impressions produites par certains états des appareils organiques, système nerveux, appareil digestif, circulation et respiration, appareil génital.

1. MODIFICATIONS PAR LES AGENTS EXTÉRIEURS.

Température des milieux ambiants.

L'état de la température extérieure n'influe pas beaucoup sur la chaleur des animaux à sang chaud et de l'homme en particu-

lier, à moins pourtant que le passage d'une température moyenne à une température excessive, très-élevée ou très-basse, ne soit subit. Tout le monde sait aussi l'influence du froid prolongé auquel il est impossible de résister Il faut, eneffet, qu'à l'état physiologique, la production de la chaleur en compense la perte : aussi, pendant des froids intenses, l'équilibre finit-il par être rompu, et l'animal meurt quand la température est arrivée à -20°. Cependant, même à ce degré de refroidissement, on a pu ramener des animaux à la vie ; mais alors la température remonte plus haut que la normale, et peut arriver jusqu'à 42°. [1]

C'est dans des conditions différentes que la température s'élève, quand la chaleur produite est supérieure à la chaleur perdue ; on le remarque particulièrement dans les temps humides et chauds, quand l'évaporation de la sueur ne se fait pas, et que la chaleur s'accumule : elle peut faire monter le thermomètre de 1 à 2°. Les malades sont surtout très-vivement impressionnés par cet état de l'atmosphère, et nous en citerons un cas que nous avons observé, celui d'une femme opérée d'ovariotomie par M. le Professeur agrégé Herrgott, chez laquelle la température à 37°.8 le matin, s'éleva, avant un orage, à 39°.2, pour retomber à 38°4 aussitôt la pluie survenue. Le pouls et le nombre des inspirations s'étaient accrus dans les mêmes proportions.

Wunderlich a constaté plusieurs fois le même fait pendant l'été si chaud de 1865. Sur 23 malades spécialement observés à ce point de vue, il y en avait 14 dont la température, le soir, atteignait 40°. C'est du reste à cet excès de chaleur et à la diminution de l'évaporation qu'il faut rapporter la mortalité observée dans les pays chauds et humides.

1 Walther (de Kiew). *Réfrigération artificielle des animaux*. (Arch. für anat und. physiol. 1865).

Bains.

On peut attribuer en partie à la température ambiante l'effet produit par les bains chauds.

Spielman croit qu'un bain tiède abaisse la température de 1° et qu'elle revient au bout d'une heure à son niveau primitif.

Schœffer, dans ses expériences sur la chaleur des nouveau-nés, constate, après le premier bain, un abaissement de 0°7 à 0°8.

D'autres auteurs, au contraire, ont constaté une élévation de température après les bains chauds.

D'après Liebermeister [1], élévation de quelques dixièmes de degré dans un bain à 37°. Schuster, après un bain chaud durant 40 minutes, trouve dans le rectum une augmentation allant de 38°4 à 41° ; dans une autre observation de 38°4 à 41°4.

Weikart [2] admet aussi une élévation. mais sans fixer le degré auquel il est arrivé ; cependant, il pense que la température peut s'accroître suffisamment pour qu'on puisse craindre la mort par coagulation du sang !

En présence de ces assertions contradictoires, nous avons expérimenté sur nous-mêmes, et nous sommes arrivé aux résultats suivants :

Notre température étant 36°7, à deux heures du soir, nous nous plongeons dans un bain à 39° ; la colonne thermométrique monte immédiatement à 37°5 ; à deux heures vingt-cinq minutes, température 37°7 ; à deux heures trente minutes, température 37°8. Sortie du bain : à deux heures trente-cinq minutes, le thermomètre marque 38°2, point auquel il recommence à redescendre pour marquer de nouveau 36°7. température primitive, au bout d'une heure et demie.

1 Liebermeister. *Die Regulierung der Warmebeldung bei den Thieren von constanter Temperatur* (Deutsche klinik, 1850.

2 Weikart *De la température maximum dans les maladies.* (Arch. der Heilkunde, 1861).

Nous voyons d'après ce résultats que c'est une augmentation de température qui se produit; si Schœffer expérimentant sur les nouveau-nés trouve une diminution, cela est dû à ce que la température baisse toujours chez le nouveau-né après sa naissance, comme nous l'avons montré dans notre premier chapitre, sur la température normale.

Nous ne nous expliquons en aucune façon le résultat obtenu par M. Spielmann.

Les *bains froids* produisent une action tout opposée.

Fleury dit avoir constaté un abaissement allant jusqu'à 34°, et même dans un cas 29°. Ce fait nous semble au moins très-exagéré.

Speck [1], dans un bain à 22°, n'a vu la température diminuer que de 1°2.

Nous avons également contrôlé ces assertions, et n'avons trouvé au bout de vingt minutes, dans un bain à 18°, qu'un abaissement de 0°4.

Marche et course; travail musculaire.

Tous ces phénomènes activent la circulation et élèvent la température.

Une marche de trente-cinq minutes produit une élévation de 0°5; si elle continue pendant une heure et demie, la température peut monter de 1° à 1°2; une course rapide durant une heure a fait monter le thermomètre à 39°6 (Obernier) [2]

Nous pouvons attribuer à la même cause, c'est-à-dire aux modifications chimiques dont s'accompagne la contraction musculaire, les variations de température et du pouls qu'on observe chez les malades qui se lèvent pour la première fois après un long séjour au lit.

[1] Speck. *Arch. fur gemeinschaftliche Arbeiten*, 1860.

[2] Obernier. *Der Herschlog*, 1867.

Ce changement n'est pas toujours facilement constaté : il nous a surtout frappé chez une jeune fille, convalescente de rhumatisme articulaire, couchée depuis vingt jours. La température qui, pendant les cinq jours précédents, oscillait entre 36°6 et 37°, s'éleva le jour où elle se leva pour la première fois à 38°4 ; le pouls de 92 à 110. Dès le lendemain matin ces deux éléments étaient rentrés dans la normale.

Nous avons eu occasion de constater le même fait chez un enfant convalescent de pneumonie.

Inutile d'ajouter que nous n'avons trouvé quoi que ce soit pour nous rendre compte de ces modifications.

2. MODIFICATIONS PAR CAUSES INTERNES.

Nous nous proposons d'examiner dans ce chapitre quelles sont les variations que subit la température sous certains états, physiologiques ou morbides, des divers appareils organiques.

Influences nerveuses.

Il est divers états du système nerveux, sans parler des maladies aiguës dont il est le siége, qui ont une action notable sur la chaleur animale. Nous allons passer en revue l'influence des paralysies du mouvement et de la sensibilité, du sommeil et de la veille, du travail intellectuel, du délire.

La paralysie produit, suivant les auteurs, soit une augmentation, soit une diminution de température, et, dans les hémiplégies, on remarque une différence de chaleur entre le membre sain et le membre paralysé ; seulement, cette différence est tantôt en plus, tantôt en moins, en faveur du côté malade.

Michel Peter[1] a cru remarquer que dans les paralysies, le

[1] Michel Peter. *Modifications de la température générale dans les maladies*,

membre est plus chaud s'il y a en même temps paralysie de la sensibilité, et il l'attribue, comme Brown Sequard, Claude Bernard, Longet, etc., à la dilatation des capillaires, suite de paralysie des nerfs vaso-moteurs ; mais il admet que dans le cas d'hyperesthésie, pour la raison opposée, le refroidissement est la règle.

Baerensprung trouve toujours du refroidissement, dû, selon lui, à une moindre transformation chimique du sang dans les membres immobiles.

Nous avons trouvé tantôt une élévation, tantôt un abaissement de la température dans le côté hémiplégié.

Obs. I. — *Salle des femmes.* — Femme à la ménopause ; première attaque apoplectiforme, suivie d'hémiplégie gauche. La temdérature est :

36°4 dans l'aisselle du côté sain.
37°. · · paralysé.

Il y a donc augmentation en faveur du côté malade.

Obs. II. — *Même salle.* — Femme de 62 ans, entrée à la clinique à la suite d'une deuxième attaque d'apoplexie ; la première a eu lieu deux ans et demi auparavant et a produit une hémiplégie gauche, très-incomplètement guérie :

36°7 du côté sain.
36°3 du côté malade.

Il y a donc diminution du côté malade.

Obs. III. — *Salles des hommes.* — Malade atteint depuis plusieurs mois d'hémiplégie incomplète à gauche :

36°8 du côté sain.
36°7 du côté malade.

Obs. IV. — *Salle des hommes.* — Hémiplégie gauche ancienne, suite de tumeur cérébrale :

38°6 côté sain.
38°. côté malade. } pendant une maladie intercurrente aiguë.

Dans ces deux derniers cas, encore diminution du côté malade.

D'après ces observations, il nous semble très-rationnel d'admettre que l'augmentation de chaleur dans le membre malade se produit dans les cas de paralysie récente, et qu'elle est due, comme l'admettent aujourd'hui tous les auteurs, à la paralysie des vaso-moteurs et à la dilatation passive des petits vaisseaux, fait en tout semblable à celui que produit artificiellement M. Ch. Bernard chez les animaux, en sectionnant le grand sympathique.

Au contraire, la diminution de chaleur se produit dans les paralysies anciennes quand le membre s'atrophie et que sa nutrition devient incomplète.

Nous n'avons trouvé dans aucun auteur cette explication qui nous paraît cependant simple, qui repose sur un certain nombre de faits observés, lesquels, au premier abord, semblent tout-à-fait contradictoires.

Pendant *le sommeil* la température et le pouls diminuent; cependant, Boerensprung pense que la température reste la même que pendant la veille, malgré l'absence de combustion et de calorification résultant du travail musculaire; mais il l'explique par la diminution de transpiration, et la moindre déperdition du calorique.

La perte de sommeil et de repos produisent aussi une élévation légère de température, mais surtout une activité bien plus grande de la circulation. C'est une des raisons qui expliquent la température si élevée, et se maintenant si constante, des malades atteints de fièvre typhoïde qui passent quelquefois dans l'insomnie des semaines entières.

L'influence du *travail intellectuel* n'est guère notable; il faut, en effet, faire la part de l'immobilité à laquelle il contraint. Obernier a cependant pu constater sur lui-même une augmentation de la chaleur de 36°6 à 37° dans les pays du nord, de 36°7 à 38 sous les tropiques, pendant les heures de travail. Nous

avouons que nous doutons de ces résultats, quelque précis qu'ils paraissent. Pour notre compte, nous n'avons jamais observé que le travail, durât-il quatre ou cinq heures de suite, ait sensiblement modifié notre courbe normale.

Il est un état nerveux, *le délire*, qui paraît avoir une influence sur la température, ou au moins être en rapport intime avec elle, de l'avis de certains observateurs. Il est vrai qu'on rencontre fréquemment le délire dans les fièvres graves, quand la température est très-élevée (Hirtz, Spielmann, Liebermeister), que même, dans certains cas, la digitale en diminuant la chaleur, a fait cesser le délire (Lœderick); mais il est loin d'en être toujours ainsi, et il nous est arrivé plus d'une fois, dans la fièvre typhoïde, de rencontrer le délire à une température de 38°.

Sans nier l'influence de la chaleur excessive, nous pensons que dans un certain nombre de cas, le délire a pour cause l'inanition.

Influences provenant de l'appareil digestif.

Nous avons vu dans notre chapitre traitant de la température physiologique, quelle est l'influence qu'on peut attribuer à l'alimentation et à la digestion chez l'homme en état de santé.

Cette influence est souvent plus marquée chez les malades et les convalescents.

Très-souvent le premier repas donne lieu à un mouvement fébrile très-accentué; dans d'autres cas il ne paraît pas avoir d'action marquée.

Hardy signale ce fait dans sa thèse.

Wunderlich en cite un exemple où, chez un convalescent pris d'une faim dévorante, le premier repas, composé d'aliments azotés, fit monter la température de 3° dans la journée.

L'ingestion d'aliments froids produirait, au contraire, d'après Paul Bert, une diminution de la chaleur.

Claude Bernard a vu, après l'introduction d'eau froide dans

l'estomac, la température baisser dans l'aisselle, et, depuis, Speck, en Allemagne, après l'absorption de six « chopines » d'eau froide à 4°6, prises dans l'espace d'une heure, a constaté un abaissement de 1°4; dans un autre cas, une diminution de 0°8 après l'ingestion en cinq quarts d'heure, de cinq chopines d'eau à 6°7.

D'autres substances, les *excitants* physiologiques, produisent une quantité notable de chaleur et accélèrent le pouls. Le café, le thé, produisent une élévation de 0°2 et 0°4, qui dure une demie heure ou au plus une heure. Nous l'avons fort souvent observé.

La diète, durant un ou deux jours, ne paraît pas influencer la température. Nous avons déjà dit qu'Eschnig et Froelich, en se mettant à la diète pendant une journée, n'en avaient pas moins constaté les oscillations quotidiennes dans leur courbe physiologique.

Ce n'est que lorsque la diète se continue plus longtemps, huit, dix ou quinze jours qu'on peut observer une diminution sensible, 0°5 à 0°8. Lichtenfels a obtenu cet abaissement déjà après trois jours. Mais lorsque la diète passe à l'état d'inanition, et plus tard encore à l'état d'autophagisme, que le malade maigrit, comme on le remarque si bien dans la fièvre typhoïde, la température remonte à la normale, et même la dépasse, ce qui ne peut s'expliquer que par la combustion rapide des tissus et de la graisse en particulier.

La *diarrhée* produit généralement un abaissement de la température; dans les cas où on constate une élévation, c'est que la diarrhée est due à une inflammation de la muqueuse intestinale qui donne lieu à la fièvre.

Influence de la respiration et de la circulation.

Nous ne voulons entrer ici dans aucun détail sur les rapports existant entre la température normale ou pathologique, et le

pouls ou le nombre des iuspirations chez l'homme sain ou l'homme malade.

Ce ne sont là que des rapports, rapports intimes certainement, puisque nous avons pu nous convaincre que ces deux éléments, respiration et pouls suivent, dans une courbe, une ligne pour ainsi dire parallèle à celle de la température.

Mais cette étude serait déplacée dans un travail sur le thermomètre clinique, puisqu'à vrai dire ni le pouls ni la respiration n'ont d'influence sur la température: le seul fait est que la cause qui agit sur l'un des éléments, agit en même temps sur les autres.

Les exceptions à cette règle sont nombreuses; on en peut le plus souvent déterminer la cause.

C'est dans ces exceptions même qu'on peut faire rentrer les influences dont nous voulons parler:

Les hémorrhagies, de quelque nature qu'elles soient; l'anémie, pour la circulation; et quant à la respiration, la diminution ou l'excès des mouvements respiratoires, leur gêne et le rétablissement de la fonction, à la suite de diverses opérations, la trachéotomie et la thoracentèse.

Les *hémorrhagies* abaissent toujours la température; si elles sont considérables et qu'elles amènent la syncope, cet abaissement est très-notable et peut aller jusqu'à plusieurs degrés; si la mort ne s'ensuit pas, la température ne tarde pas à remonter et à dépasser même la température primitive. Le pouls, au contraire, augmente de fréquence, excepté au moment de la syncope.

Obs. I. — *Service des hommes.* — Adolphe F., 27 ans, entre à la clinique au huitième jour d'une fièvre typhoïde légère en apparence.

Pendant les trois premiers jours de sa présence à l'hôpital la température oscille entre 38° et 39°4; le quatrième jour, douzième de la maladie, une hémorrhagie intestinale abondante survient; le thermomètre descend à 36°4, tandis que le pouls

s'élève à 124 ; nouvelles selles avec caillots sanguins dans la journée ; le soir température 37°4, pouls 116.

Le treizième jour, hémorrhagie ; temp. 36°8 ; pouls 114.

— le soir, — 37°2 ; — 120.

Le quartorzième jour au matin deux selles sanglantes, température 37°4, pouls 104 ; immédiatement après la température remonte et le malade meurt six jours après, la température étant à 40° tous les soirs. (Courbe N° 51.)

Obs. II. (tirée de la clinique de M. Jaccoud.) — Une femme de vingt-deux ans, arrivée au dixième jour d'une fièvre typhoïde : température 40°, le lendemain matin 38°2, dans les selles on trouvait du sang indiquant l'existence d'une hémorrhagie intestinale. Le phénomène cesse et le soir même la température remonte à 39°8 ; le treizième jour 40°2. Dans la nuit du quinzième au seizième jour, nouvelle hémorrhagie, la température tombe de 40° à 38 ; la chute continue dans la journée et le malade meurt dans le collapsus. (Courbe N° 52.)

L'anémie ne produit guère de diminution de température, au moins voulons-nous parler de l'anémie consécutive aux maladies chroniques ; il est vrai que dans ces cas elle peut se combiner à des combustions organiques, à la fièvre hectique, etc.

Les filles chlorotiques ont, d'après Baeresprung, une température de 37°4, au lieu de 37, qui est la température moyenne admise par cet auteur, chez les femmes.

Toutes les pertes de sang, de quelque nature qu'elles soient, produisent les mêmes effets : épistaxis, hémoptysies, ménorrhagies, métrorrhagies, hémorrhagies suites de blessures, mais leur action n'est notable que si la perte est abondante.

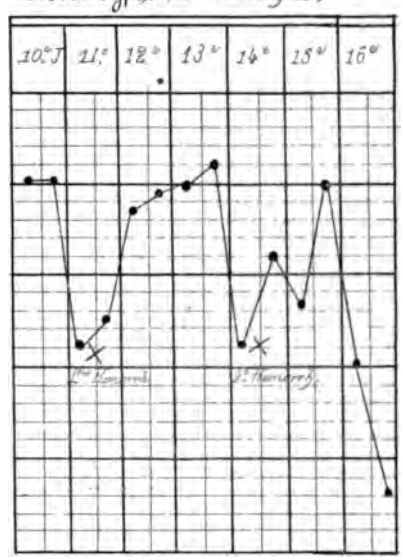
Parmi les influences dues à la respiration, nous parlerons en premier lieu de la gêne de cette fonction produite par l'asphyxie.

Les expériences de Brown Séquard sur les animaux tendent à

ES

Courbe N° 52

Fièvre typh. (Hémorrhagies)



admettre une élévation de 1° et 2° dans le rectum. Ce fait ne s'observe guère que dans les cas où l'asphyxie est rapide, car lorsqu'elle est lente et qu'elle se termine par la mort, il y a toujours refroidissement

Nous avons observé quelquefois une véritable asphyxie chez les enfants atteints de coqueluche; le thermomètre s'élevait pendant l'accès de 0°1 et 0°2, en quelques minutes.

Dans le croup, l'arrêt de la respiration élève très-rapidement la température. On ne peut en effet attribuer cette élévation à l'infection puisqu'elle ne se manifeste qu'après les premiers symptômes asphyxiques.

Roger en cite quelques exemples, entre autres celui d'un enfant âgé de six ans, atteint depuis dix jours de croup laryngé :

10e jour, temp. 37°; le 11e, 37°7, le 12e, 37°7.

Dans la nuit surviennent des accidents de suffocation et le lendemain matin la température était 39°.

Nous en avons observé un cas à la clinique des enfants, service de M. le professeur Tourdes.

Obs. Jules N, trois ans, éprouve du malaise depuis huit jours; entrée à l'hôpital le 28 avril 1868; on constate immédiatement l'existence d'une angine diphthéritique.

Nous prenons la température à trois heures le même jour 36°8.

Pendant la nuit nuit, agitation, délire, oppression, vomissements.

Le 29, la respiration devient difficile et sifflante, l'enfant se cyanose légèrement; temp. matin, 39°3; soir, 39°8.

La nuit est mauvaise; plusieurs accès de suffocation de courte durée.

Le 30, à six heures du matin, température 39°4; accès de suffocation durant quelques minutes à neuf heures; température, immédiatement après, 40°. La température baisse, au bout d'une heure, de 1°.

A une heure et demie du soir, nouvel accès, menace d'asphyxie qui nécessite la trachéotomie.

Avant l'opération : température 39°2.
Un quart-d'heure après — 38°.

On voit que l'asphyxie a produit une élévation ; ce qui le prouve, ce qui prouve qu'on n'a pas à l'attribuer à une autre cause, c'est l'abaissement qui survient quand on a rétabli la respiration par des voies artificielles.

Il est une autre opération qui produit les mêmes effets, c'est la thoracentèse qui agit absolument de la même manière.

Obs. tirée de la thèse de M. Anfrun.

Jean-Baptiste C. trente-sept ans, tailleur, épanchement thoracique gauche qui va crescendo jusqu'à l'imminence d'asphyxie. Temp. le matin, 39°1 ; le soir, 39°6.

On pratique dans la soirée la thoracentèse ; le lendemain matin la température est descendue à 38°2 et n'est remontée le soir qu'à 38°7.

Ces observations sont encore peu nombreuses, elles ont besoin de confirmation ; nous pensons cependant que les faits constatés sont assez positifs pour qu'il soit impossible de nier l'influence dont nous avons parlé.

Influence du système génital.

Nous n'avons pas fait de recherches personnelles sur l'influence de la menstruation, même des débuts de la grossesse sur la température.

Ce sont des observations qu'on n'a guère occasion de faire dans les hôpitaux ; du reste les auteurs paraissent n'avoir trouvé rien de bien précis : Baerensprung conclut que la température et le pouls ne changent ni pendant la menstruation ni pendant la grossesse, tandis qu'au contraire Wunderlich considère la menstruation comme un état fébrile qui augmente la chaleur de 0°2 et 0°3.

Pendant la grossesse, les sept premiers mois auraient peu d'influence, mais pendant les deux derniers, la température

s'élèverait assez sensiblement puisqu'elle atteindrait un minimum de 37°9, maximum 38°3 le matin et jusqu'à 38°4 et 38°6 le soir.

Pendant l'accouchement nous avons toujours constaté une élévation de 0°18, à 0°25 pendant les douleurs, avec très légère diminution dans leur intervalle. Cette élévation ne se manifeste pas dans les cas d'inertie de l'uterus.

Un de nos amis, le docteur Lefort, qui s'est spécialement occupé de la température chez les nouvelles accouchées, nous a fourni un grand nombre de renseignements et d'observations, desquelles il est permis de conclure que, dans la grande majorité des cas, la température s'élève pendant douze heures qui suivent l'accouchement et s'abaisse ensuite pendant douze autres heures, de manière à avoir atteint le niveau primitif au bout de vingt-quatre heures.

Dans plus de quarante cas tout-à-fait normaux, ces variations ont été de 0°18 à 0°6, rarement elles ont atteint 1°.

Nous avons trouvé, chez les auteurs, des opinions assez contradictoires, mais il ne faut pas oublier qu'on doit considérer tous les facteurs ayant une influence sur la température: durée du travail, violence des contractions, quantité de sang écoulé surtout, heure du jour ou de la nuit à laquelle se fait l'accouchement.

La température reste ordinairement, et dans les cas où il ne survient pas d'affection puerpérale, à peu près au niveau normal, pendant tout le temps que suit les couches.

Cependant il n'est pas rare de constater au bout de deux ou trois jours une légère élévation coïncidant avec la montée du lait. Ce n'est certes pas un cas très-fréquent, aussi la fièvre de lait a-t-elle été bien combattue. Mais nous en avons rencontré quelques cas pendant notre service aux accouchements: nous en relatons quelques-uns:

Obs. — Caroline K., dix-neuf ans, primipare; accouchée normalement le 23 décembre, température 37° le soir, le lende-

main matin 36°4. Le ventre est normal ; pas de turgescence des mammelles.

Le soir ; cephalée ; un peu de chaleur, le lait est monté, les mammelles sont turgescentes.

La température est montée à 40°2, aucune douleur, aucune lésion apparente, le mamelon droit est seul un peu rouge; le lendemain rien de particulier, la rougeur au mamelon a disparu.

temp. matin 36°6; soir 36°2.

4e jour : temp. matin 36°2; soir 36°3.

Courbe N° 53.

Obs. II. — K. Elisabeth, pluripare, vingt-neuf ans, accouchée normalement en six heures, le 15 mai; le soir température 35°9.

16 *Mai.* — Langue chargée, pas de céphalée, ventre souple, indolore, lochies normales : température 38°6 le matin.

Rien de nouveau dans la journée : température 37°4.

17 *Mai.* — Langue normale, pas de cephalée ni de douleur, l'enfant ne prend pas le sein, la nuit a été bonne : température 36°2 le matin, soir 36°7.

18 *Mai.* — Céphalée, soif, peau chaude, ventre souple et indolore, mammelles turgescentes, gorgées de lait. L'enfant n'a pris qu'incomplètement le sein, température : 40° le matin, le soir l'enfant a un peu pris le sein, néanmoins les mammelles sont très dures : température 39°7.

19 *Mai.* — Bonne nuit, ventre souple, mammelles fermes, non tendues ni douloureuses; on a mis un deuxième enfant au sein, le premier tétant fort peu, température : 36° le matin.

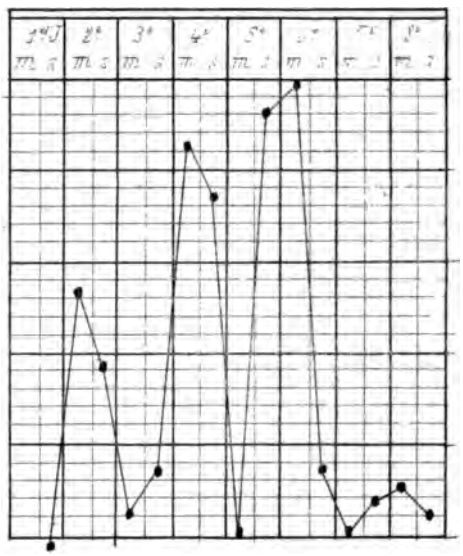
Le soir turgescence nouvelle des seins qui sont durs et douloureux, cephalée et fièvre, température : 40°7.

29 *Mai.* — Insomnie, peau sèche et brûlante, les lochies sont restés normales, le ventre est souple, indolore, on ne sent plus le fond de la matrice. Rien à la percussion ni à l'auscultation de la poitrine, température : 41° le matin.

VRE DE LAIT

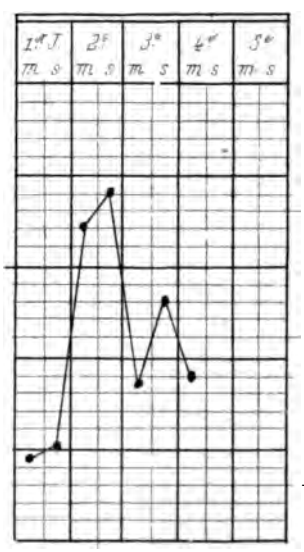
Courbe N°54 Fièvre de Lait

Service des accouchements.



Courbe N°56

Fièvre de Lait



A partir de ce moment les mammelles se rammollissent, deviennent flasques et la température redevient normale sans plus d'exacerbation. (Courbe N° 54.)

Nous ne multiplierons pas ces observations ; nous trouvons dans cette dernière où les températures fébriles coïncident avec la réplétion des mammelles que la montée du lait, fait physiologique, a développé une chaleur considérable.

Peut-être faut-il l'attribuer à l'impressionabilité plus grande du système nerveux chez certaines femmes accouchées.

Nos courbes N^{os} 55 et 56 fournissent deux nouveaux cas de fièvre de lait : la première due à M. Lefort, la deuxième à M. Aufrun.

CHAPITRE V.

DES AGENTS THÉRAPEUTIQUES QUI MODIFIENT LA TEMPÉRATURE

Il nous resterait pour étudier complètement les modifications que peut subir la température animale, à examiner tous les agents thérapeutiques qui ont sur cet élément une action déterminée : d'un côté les médicaments qui augmentent de l'autre ceux qui diminuent la chaleur.

C'est là plutôt une question de thérapeutique qu'une question de clinique et surtout de thermométrie clinique et qui constituerait à elle seule un travail considérable.

Aussi nous contenterons-nous de l'examiner au point de vue général et laissant ensuite les médicaments proprement dits, nous reviendrons avec plus de détails sur les moyens hygiéniques et les opérations ayant pour but de combattre l'excès de température chez les fébricitants.

Nous avons à considérer deux classes bien distinctes parmi les agents thérapeutiques :

1° Les excitants généraux,

2° Les antifébriles.

les premiers combattant le refroidissement, les autres l'excès de calorification.

1. EXCITANTS GÉNÉRAUX.

Ces médicaments constituent par leur ensemble ce qu'on appelle en thérapeutique la médication stimulante.

Les uns appartenant au groupe des *médicaments d'épargne*,[1] indépendamment de leur action sur la température, qu'ils élèvent, et sur la circulation, qu'ils activent, diminuent la perte de l'organisme, soit en modifiant les éléments en les rendant plus fixes et moins aptes à être comburés ; soit, ce qui est peu probable, en ne faisant que substituer leurs matériaux combustibles à ceux qui doivent être fournis par l'organisme.

Ces médicaments sont : le café, le thé, la cocca.

Les autres plus spécialement *excitants diffusibles*, éther, alcool, ammoniacaux, sulfureux, à petite dose ne font qu'augmenter les déchets de l'organisme et s'éliminent rapidement, soit par le poumon, soit par le rein.

Ces médicaments ne sont du reste excitants qu'à petite dose : à dose élevée ils déprimen le système nerveux ; c'est ainsi que l'alcool, quand il est poussé jusqu'à produire l'ivresse, devient contro-stimulant et abaisse notablement la température.

Nous avons observé un cas où la température, chez un homme qui avait absorbé trois cents grammes d'eau-de-vie, avait baissé à 35°8 et n'était revenue à la normale que plusieurs heures après, sous l'influence de l'acétate d'ammoniaque.

4 h. soir.	Temp	35°8	Pouls	88	(10 gr. acét. amm.)
5 h. »	—	36°6	—	116	
8 h. »	—	36°7	—	112	
lendemain 8 h. matin	—	37°2	—	96	

2. ANTIFÉBRILES.

Les antifébriles comprennent tous les agents qui combattent la fièvre en abaissant la température et en diminuant la fréquence du pouls.

[1] Cossy. *Cours de thérapeutique et matière médicale*. Strasbourg, 1867-68.

Parmi ces agents modificateurs les uns n'agissent qu'après avoir été absorbés, ce sont les *antipyrétiques*: les autres diminuent la température soit en soustrayant directement et physiquement au corps une partie de sa chaleur, soit en diminuant la masse du sang, ce sont les *antiphlogistiques*.

Parmi les antipyrétiques nous pourrions encore établir deux groupes: l'un se composant des substances qui agissent sur le système nerveux, premier moteur de la combustion fébrile, l'autre des modifications de l'état du sang.

Les médicaments qui rentrent dans la première catégorie peuvent porter leur action, soit sur le système nerveux cérébro-spinal, et, en le déprimant entraver la température; soit, sur le système nerveux cardiaque et vaso-moteur.

Les premiers sont les *déprimants* proprement dits: opium, morphine, belladone, atropine, aconit, aconitine, jusquiame, et les *nauséeux*, ipécacuhana et tartre stibié. Les autres qui se portent sur le système nerveux du cœur sont: la digitale, la digitaline, le veratrum viride et la vératrine.

Dans la deuxième catégorie, modificateurs de l'état du sang, nous faisons rentrer d'abord les agents qui modifient les éléments propres et physiologiques du sang: mercuriaux, antimoniaux, les plombiques, les alcalins; et d'un autre côté certains médicaments auxquels on a attribué dans ces derniers temps la propriété d'enrayer et d'empêcher les fermentations: sulfate de quinine, iode, sublimé corrosif.

Nous arrivons en dernier lieu aux *antiphlogistiques:*

Parmi ces agents il en est qui sont purement hygiéniques: ils soustraient au corps une certaine partie de son calorique en l'absorbant. Nous avons déjà parlé dans notre IV° chapitre des bains et des boissons fraîches; il nous reste encore à examiner les lotions froides, les applications de glace, les affusions et les douches.

Un autre moyen d'action consiste à enrayer la production du calorique en diminuant la masse du sang : par les saignées générales ou locales.

Lotions et applications froides ; glaces ; affusions et douches.

Les lotions froides ne paraissent pas exercer une influence très-notable, au moins au moment de l'action, bien qu'en prétendent certains auteurs qui n'ont fait que donner des résultats approximatifs, sans donner exactement les chiffres qu'ils ont obtenus.

Nos observations nous ont conduit aux résultats suivants :

Adolphe B., 18 ans. (Service des hommes). Onzième jour d'une fièvre typhoïde grave, avec symptômes adynamiques.

Température : 2 h. soir 39°6
— 2 h. 55' 39°6
A trois heures, lotion pendant 15 minutes avec de l'eau à 15°.
— 3 h. 15' 39°8 (ascension de 0°2).
— 3 h. 55' 39°8
A 4 heures, nouvelle lotion.
— 4 h. 20' 39°6 (descente de 0°2).
— 7 h. 39°5 (descente de 0°3).

Ces lotions ont consisté en un simple lavage avec une éponge humide.

Mais si de la lotion simple on passe à l'application d'un drap mouillé d'eau à 15°, maintenu pendant quinze minutes, on arrive à un résultat plus marqué :

Même malade :

3 h. température : 39°.

Enveloppement dans un drap mouillé quinze minutes.

3 h. 20' — 38°.
4 h. — 38°4
7 h. — 39°2

L'effet à été rapide, on le voit, mais peu durable.

L'application de la glace produit un effet en tout semblable: chez un de nos malades, l'application de la glace sur l'abdomen balloné a en quelques instants baissé la température de 0°5; dans un autre cas de 0°8.

Mais au bout de quatre heures, la température avait repris son niveau primitif.

Schuster a obtenu absolument les mêmes résultats.

Un mode plus violent de refroidissement direct consiste dans les affusions et douches froides. Un de nos anciens collègues a traité ce sujet d'une façon complète dans une thèse soutenue en 1867. [1]

Il rapporte les expériences faites par Fleury et par lui-même et conclut à une diminution de la chaleur allant jusqu'à 2°; mais ne durant en moyenne qu'une heure, au bout de laquelle la température revient à son niveau primitif.

Nous avons soumis aux affusions froides un malade de la salle 21, atteint de purpura hæmorrhagica febrile.

8 h. matin.	température :	39°7
1 h. soir.	—	40°1
2 h. »	—	40°2

On commence par laver le malade à l'eau froide, pour éviter un saisissement trop brusque, puis on lui verse sur le corps, avec un arrosoir, de l'eau à 15°.

2 h. 25 min. 1re affusion. temp. 39°4

Interruption de deux minutes. 2e affusion, on renouvelle trois fois l'affusion, en laissant entre chacune d'elles un intervalle de deux minutes. Puis on frictionne le malade avec un drap sec, et on le remet dans son lit à 2 heures 35 minutes.

1 Viornaud. *Des affusions froides comme agents antifébrib.* Thèse de Strasbourg, 1867.

A 2 h. 40	température :	36°8
2 h. 45	—	37°7
2 h. 50	—	38°.
4 h.	—	38°8
5 h.	—	39°.
7 h.	—	39°6
9 h.	—	39°8

On voit par cet exemple que la température de l'aisselle s'abaisse de 3°4 après la douche, mais remonte assez rapidement; elle met cependant plus de sept heures pour revenir à son niveau.

Cette observation n'est pas concluante, à cause du point d'application de notre thermomètre. En effet, la peau et les tissus sous-jacents sont bien plus influencés par l'eau froide que les organes profonds qui ne reçoivent pas son contact immédiat, aussi l'aisselle ne nous donne-t-elle qu'une indication thermométrique inexacte; de plus l'instrument ne peut être appliqué pendant l'affusion.

Nous avons donc corrigé ce résultat dans une autre expérience, en prenant la température dans la bouche seulement pendant la douche même; dans l'aisselle et dans la bouche simultanément après l'opération.

Nous faisons durer l'affusion quinze minutes.

Midi 25 min.	temp. aisselle	40°1.	bouche 40°3
Affusion de 12 h. 30 à 12 h. 45.			
Midi 30 min.	. . . . .	bouche	40°3
32	. . . . .	—	40°2
34	. . . . .	—	40°1
36	. . . . .	—	40°1
38	. . . . .	—	40°.
40	. . . .	—	39°9
42	. . . . .	—	39°8
44	. . . . .	—	39°6

On frictionne le malade et on le recouche : il est en proie à un frisson qui dure une demi heure.

Midi	45 min.	temp. aisselle	35°8	bouche	
	1 h.	—	37°3	—	37°6
	1 h. 15	—	37°7	—	38°.
	2 h.	—	38°5	—	37°2
	3 h.	—	39°3	—	38°5

On voit ici la différence de la marche de la température dans l'aisselle et dans la bouche qui peut représenter ici les organes profonds.

Tandis que le thermomètre dans l'aisselle commence à remonter à partir du moment où le refrigérant a cessé d'agir, au contraire dans la bouche, la chaleur qui a commencé à baisser très-lentement sans doute à cause de l'afflux du sang venant des capillaires superficiels, s'abaisse plus rapidement dès que le sang a repris son cours normal, et continue à baisser pendant une demi-heure ; de plus, elle ne revient à son niveau que longtemps après que celle de l'aisselle y est déjà parvenue.

Le même phénomène se passe quand on enveloppe le malade dans un drap mouillé. Dans l'aisselle nous avons vu le thermomètre remonter aussitôt la fin de la lotion ; dans la bouche, au contraire, il baisse encore pendant quinze minutes.

Emissions sanguines.

Quelle que soit la cause d'une perte de sang, pathologique ou thérapeutique, quel que soit le siège de l'hémorrhagie, qu'une saignée soit locale ou générale, due à une lancette, à des ventouses ou à des sansgues, l'effet produit sur la température est toujours le même. Nous avons déjà vu qu'une hémorrhagie faible, des épistaxis, des hémoptysies légères n'ont pas une influence marquée. Il en sera de même de la plupart des saignées locales produites par quelques ventouses scarifiées ou un petit nombre de sangsues.

Nous sommes loin de dire qu'il n'y ait pas d'effet produit ;

nous n'entendons parler que de l'action sur l'élément dont nous nous occupons, la chaleur.

Nous avons dans ces cas, chez une jeune fille atteinte de pneumonie, salle des femmes, à la suite d'une application de dix ventouses scarifiées, constaté un abaissement de 1°.

Il semblerait, au premier abord, qu'en raison de la facilité et de la simplicité de l'observation, tout le monde devrait être d'accord sur les modifications éprouvées par la température à la suite d'une émission sanguine.

Il est loin d'en être ainsi : Baerensprung prétend que sur sept saignées, dans trois il n'y eut aucun changement, dans deux autres il y eut augmentation de 0°2; dans les deux dernières la température ne baissa que parce qu'il y eut syncope.

Dans neuf cas de saignée observés par Spielmann, trois ne produisirent aucun effet; dans quatre autres, la chaleur augmenta de 0°2 à 0°6; et de 0°5 à 0°7 dans les deux dernières, accompagnées de syncope.

Les tableaux de Thomas montrent, dans la pneumonie, une diminution de 0°2, qui ne dure qu'un quart d'heure.

Les émissions sanguines pratiquées par Traube dans des fièvres typhoïdes légères, ont produit un abaissement de température qui a rapidement disparu.

Toutes ces observations sont bien contradictoires : mais il faut dire qu'elles ne sont pas précises; nous n'en avons pas vu une seule où l'on ait indiqué la température immédiatement avant et immédiatement après la saignée. Ce n'est pas quand l'effet a cessé de se produire, qu'il faut chercher à le constater, et lorsque l'effet d'une saignée ne dure que peu d'heures, il est nécessaire pour s'assurer qu'il s'est produit, de le rechercher pendant les heures qui la suivent.

Des observations plus précises ont été faites par Maurice [1] en 1855.

[1] Maurice *Des modifications morbides de la température animale.* Thèse de Paris. 1855.

Cet auteur prenait la température avant la saignée, et en second lieu, deux heures et demie après; toujours il a constaté un abaissement, au moins momentané.

Les premières fois que nous avons examiné l'effet produit sur la calorification par la saignée, nous n'avons non plus observé aucun abaissement de la température, car la plupart du temps l'effet d'une saignée pratiquée le matin, après la visite, a disparu le soir au moment où se fait la deuxième application quotidienne du thermomètre; mais en précisant mieux nos observations nous sommes arrivé aux résultats suivants :

Pneumonie au troisième jour. Salle des hommes, saignée de 400 grammes.

Avant la saignée.	temp.	39°5
Pendant la saignée	—	39°.
Un quart d'heure après.	—	38°2
Le soir.	—	39°2

Dans ce cas, diminution de plus de 1°, n'arrivant qu'au bout de cinq heures à se rapprocher de la température primitive.

IIe obs. — Pneumonie au quatrième jour. (Salle des femmes). Saignée de 300 grammes.

Avant la saignée	temp.	39°.
Pendant la saignée	—	38°8
Après la saignée.	—	38°7
Deux heures après.	—	39°4

Abaissement peu considérable et durant fort peu de temps.

Mais nous sommes loin des résultats de ceux qui prétendent que la saignée ne fait qu'augmenter la chaleur, ou au moins n'exerce sur elle aucune influence.

Autant vaudrait prétendre que les antipyrétiques n'ont au-

cune action sur la fièvre, parce qu'ils ne la diminuent pas d'une manière persistante et soutenue.

Chacun de ces agents, antipyrétiques, antiphlogistiques a son action particulière, mais avant tout ils possèdent tous la propriété de faire baisser la température et de ralentir le pouls. C'est au médecin qu'il appartient d'user des propriétés spéciales à chacun de ces agents, pour les joindre, suivant les indications, à l'action principale : la diminution de la fièvre.

CHAPITRE VI.

DE QUELQUES CAUSES DES VARIATIONS OBSERVÉES DANS LA MARCHE DE LA TEMPÉRATURE DES MALADIES AIGUES.

Nous nous proposons d'examiner dans ce chapitre quelques observations où la marche de la température dans diverses maladies n'a pas été régulière, et de rechercher les influences qui motivaient ces anomalies, quand on ne pouvait les attribuer aux causes précédemment étudiées.

La première de ces anomalies est la suppression du dernier stade, des oscillations descendantes, qui indique une issue fatale.

Une autre anomalie est due à un excès dans la rapidité de cette période descendante, c'est ce qui constitue le collapsus. Et il n'est pas difficile de distinguer le collapsus de la défervescence : dans celle-ci le pouls suit la ligne de la chaleur ; dans le collapsus, le pouls ne fait que monter pendant la chute de la température.

Iʳᵉ obs. — (Courbe N° 57. Planche XIIIᵉ.) Emélie R. 25 ans, entre à l'hôpital le 15 mai 1868. Elle est atteinte depuis huit jours d'une fièvre typhoïde bien caractérisée, d'apparence grave.

Température 39°6 le matin, 40°2 le soir. Son état reste stationnaire jusqu'au 35e jour de la maladie, où la défervescence survient pour la température sans être accompagnée de celui du pouls. 37°2 le matin, 38°2 le soir ; le pouls 120 et 160. Le 37e jour la température s'élève de nouveau à 39°6, puis redescend à 38°2, 38°, 37°8, le 31 jour au matin.

Ce n'est qu'une deuxième phase de collapsus qu'indiquait trois jours avant l'état du pouls, qui ne s'est pas encore ralenti cette fois.

Dans l'après midi du même jour, la chaleur s'accroît de nouveau avec rapidité.

8 h. matin.	temp.	37°9
2 h. et demie soir.	—	39°.
4 h. et demie »	—	39°8
6 h. »	—	40°.
6 h. trois quarts	—	40°.

Mort à sept heures.

IIe obs. — La courbe N° 48, Planche IXe, appartient aussi à une fièvre typhoïde qui se termine par la mort, dans laquelle pendant les trois jours qui la précèdent, la température baisse le matin à 37°2 et 37°4, tandis que le pouls ne descend jamais au-dessous de 120 ; il monte même jusqu'à 170 ; et le dernier jour la température ne fait que s'élever de 37°8 à 40°, à six heures, heure de la mort.

IIIe obs. — (Courbe N° 58,) septicopyémie, suite d'amputation du bras, laquelle avait été pratiquée après une resection du coude. La température au lieu de baisser comme il arrive ordinairement à la suite des amputations, était plus élevée de 0°2 le soir même de l'opération et atteignait près de 40° ; le lendemain matin 40°, soir 40°8 ; mort le troisième jour de l'opération 42°. (Thèse de Cheviet).

Il n'est pas nécessaire que l'ascension soit si brusque pour que

le pronostic devienne grave. Dans une affection ayant eu une période d'état déjà longue, une ascension lente, mais un peu maintenue de la température, rend presque fatalement le pronostic mortel.

Dans ce cas encore, la période descendante manque :

L'observation suivante donne un exemple d'ascension lente durant dix jours, et se terminant par la mort.

IV[e] obs. — (Courbe N° 59), C. Adelaïde, 26 ans, mariée depuis sept ans, entre à l'hôpital le 24 février, pour une laryngite aiguë, qu'on reconnaît rapidement pour être spécifique d'une affection tuberculeuse, bien qu'on ne trouve à l'auscultation ni à la percussion aucun symptôme particulier.

La température, quoique élevée, dépasse rarement 39°6 le soir, et a des oseillations très-amples, qui font que le thermomètre marque souvent de 37° à 37°8 le matin.

A partir du neuf mars, la température du matin ne baisse plus au-dessous de 38°2, celle du soir dépasse souvent 40°. Les oscillations sont moins amples : et le pronostic fatal se vérifie rapidement par la mort de la malade, le 19 mars.

On voit qu'ici l'ascension remplaçant la période descendante a duré neuf jours; mais que son importance au point de vue du pronostic n'en est pas moindre.

Nous pouvons joindre à ces exemples un cas de fièvre typhoïde mortelle avec période ascendante rapide pendant la période d'état. (Courbe N° 60.)

Nous ne multiplierons pas davantage ces exemples qui montrent l'importance de la thermométrie dans le pronostic des maladies aiguës, lorsqu'il se présente des irrégularités notables dans la période qui doit suivre normalement la période d'état, c'est-à-dire d'un côté une période descendante exagérée, ou collapsus : de l'autre suppression de cette période descendante remplacée par une ascension nouvelle, brusque ou lente.

ANS LAP
Sept
beN.58
2
m s
3
m s

Nous voulons, par deux exemples, à propos du collapsus, démontrer qu'il est possible, dans quelques cas, de le confondre avec la période descendante ordinaire; mais nous montrerons en même temps qu'il est facile d'éviter cet écueil, qui pourrait faire porter un pronostic favorable, quand au contraire il est fatal, d'une façon presque absolue. Le correctif sera la mensuration du pouls, qui, dans tout collapsus, au lieu de baisser avec la température, monte en raison inverse de cet élément.

Obs. V. — *Fièvre typhoïde avec collapsus; mort* (Courbe N° 61). — Sophie M., 27 ans, couturière, salle des femmes, entre à la clinique au cinquième jour d'une fièvre typhoïde d'une moyenne intensité.

Faisons remarquer en passant la défervescence dont nous avons parlé, survenant ici le sixième jour. Du huitième au seizième jour, la maladie évolue d'une manière absolument régulière. A cette époque, la température commence à avoir des oscillations très-amples, légèrement descendantes, et à part une température de 39°8 (voir la courbe), le dix-huitième jour, on est en présence d'une période descendante des plus normales.

Mais que l'on considère le pouls qui, à partir du quinzième jour, suit une marche ascendante, contrairement à la courbe thermométrique que jusqu'ici il a suivie.

Et ce simple fait suffira pour faire ouvrir les yeux sur cette fausse défervescence qui n'est qu'un collapsus lent, et le pronostic porté à la clinique dès le dix-huitième jour, se vérifia le vingtième, jour de la mort de la malade.

Obs. VI. — *Courbe N° 62.* — Jeannette C., 48 ans, entre à la salle des femmes, le 23 février; elle est depuis la veille plongée dans le coma produit par une commotion cérébrale (coups sur la tête). Elle sort de cet état au bout de deux jours. La température a été normale matin et soir; le troisième jour elle s'élève à 38°6, sans que la malade songe à se plaindre; mais

cette température subitement élevée nous engage à rechercher une localisation inflammatoire, et nous découvrons un épanchement pleurétique, probablement traumatique.

La température reste moyennement élevée :

1er mars,	matin.	temp.	37°8	pouls	96
	soir.	—	37°2	—	92
2 mars,	matin	—	36°8	—	92
	soir.	—	38°2	—	108

En même temps la langue devient sale, l'haleine fétide; la malade s'affaiblit, accuse des frissonnements.

Cet état se prolonge jusqu'au 7 mars; l'affaiblissement augmente :

7 mars,	soir.	temp.	38°2	pouls	90
8 mars,	matin.	—	37°8	—	154

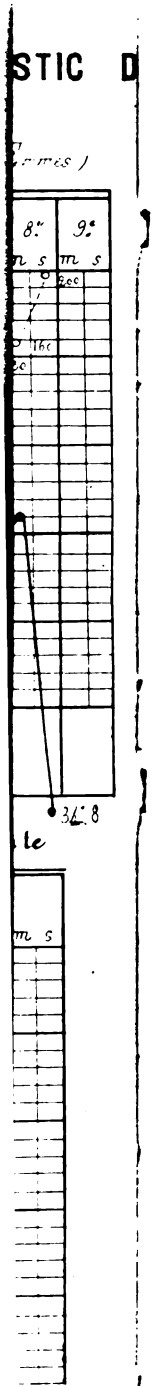
A deux heures, la température baisse à 36°, mais le pouls s'élève à 166, puis 170.

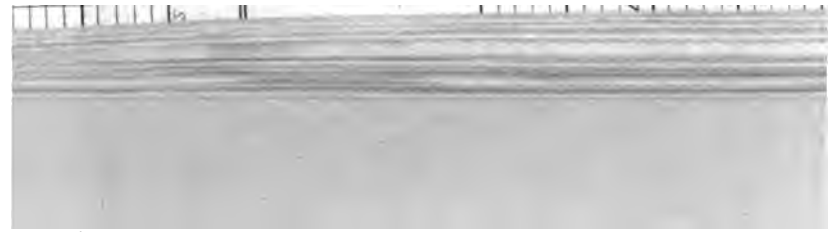
Quatre heures; la température 34°8; mais le pouls filiforme nous montre un type de collapsus. Mort à quatre heures et demie.

Indépendamment du collapsus, la courbe nous montre un cas où la température a eu son utilité au point de vue du diagnostic de l'affection intercurrente à laquelle il était certes difficile de penser. La malade qu'on ne pouvait déranger qu'avec peine, n'avait pas assez complètement repris ses esprits pour pouvoir se plaindre. L'eût-elle fait, qu'on eût attribué ses gémissements à son affection cérébrale. Une seule température élevée a suffi non pour nous éclairer complètement, mais pour nous mettre sur nos gardes et nous forcer à rechercher une cause à l'effet produit.

Cet effet a été un écart de la température : dans le cours d'une maladie typique, c'eût été une aberration du type; nous allons en passer en revue quelques cas, au point de vue diagnostic des maladies intercurrentes.

STIC D





Obs. VII. — Un enfant de trois ans atteint d'albuminurie, suite de scarlatine, entre à la clinique des enfants le 10 décembre 1868. Il a, à son entrée, la température normale, ainsi que les deux premiers jours; le troisième jour, au soir, la chaleur s'élève à 38°8; à 39°2 le lendemain matin. La poitrine avait été examinée et n'avait rien présenté de particulier.

Cependant, cette élévation du thermomètre, persistante, remarquons-le bien, devait avoir une cause autre que la maladie du rein.

Les poumons furent de nouveau soumis à l'examen, et ce ne fut qu'avec peine qu'on parvint à découvrir, au sommet droit, un souffle léger, disparaissant par moment et indiquant un point pneumonique.

En effet, l'affection se développa pendant les jours qui suivirent et envahit les lobes moyen et inférieur.

Combien de fois ce fait n'arrive-t-il pas chez les enfants, où l'on ne trouve pas de lésion, surtout pulmonaire, à moins que la température indiquant l'existence de la fièvre ne force le médecin à en chercher minutieusement la cause. Et ce que fait le thermomètre, l'examen du pouls ne le pourrait faire, surtout chez les enfants, à cause de l'extrême impressionnabilité du système nerveux présidant à la circulation.

Nous avons trouvé dans la clinique de M. Jaccoud un cas assez singulier, et que nous croyons pouvoir rapporter ici : (courbe N° 64.) Jeune femme de 22 ans, atteinte de variole. Pendant la défervescence, la température est à 36°4 le matin; 36°2 le soir; le lendemain 37°2 matin et soir; le quinzième jour le thermomètre marque 41°2. Cette ascension est due à la formation d'un abcès alvéolaire : aussitôt l'ouverture de l'abcès et la sortie du pus la chaleur revient, après une oscillation, à son niveau normal.

Dans une autre observation tirée du même auteur, se trouve une ascension analogue : une pneumonie droite survenant pendant le déclin d'une pneumonie gauche. (Courbe N° 65).

Nous avons montré, planche VI[e], des courbes semblables dans des cas de recrudescence d'érysipèle.

Il peut arriver encore que l'élévation de la température, survenant dans le déclin d'une pneumonie se reproduise plusieurs fois de suite; ce qui constitue la pneumonie intermittente, décrite par le même auteur et qui guérit par le sulfate de quinine. (Courbe N° 66).

L'élévation lente et graduelle de la température, après un accouchement doit toujours éveiller l'attention du médecin : toujours elle indique la formation d'une maladie puérpérale, qui se développe insidieusement, et qui, si elle n'est traitée vigoureusement au début, ne tardera pas à apparaître dans toute sa violence et résistera, dans la grande majorité des cas, à une médication malheureusement tardive.

VII[e] obs. — (Courbe N° 67). Madeleine O., 25 ans, accouchée normalement à la clinique, le 18 mai 1867.

1[er] jour, matin. temp. 36°6
soir. — 37°2

Ventre normal, matrice contractée. Rien de particulier.

2[e] jour, matin. — 38°.
soir. — 38°5

Ventre indolore, lochies normales, un peu de céphalée; transpiration abondante..

3[e] jour, matin. — 38°.
soir — 38°5

Ventre un peu élevé, indolore; lochies sales.

Ce n'est que le lendemain, quatrième jour, que dans l'après-midi la malade a un frisson : la température s'élève à 39°8. On reconnaît alors tous les symptômes d'une affection puerpérale qui enlève la malade le treizième jour de ses couches.

Or, la température qui ne s'était pas abaissée comme dans les cas normaux, 24 heures après l'accouchement, sans qu'on pût attri-

buer l'élévation lente, progressive à la fièvre de lait, indiquait une affection puerpérale : on pouvait se tenir en garde et l'attaquer bien avant qu'elle se fût déclarée.

Ce n'est pas dans un cas particulier, mais presque toujours que les maladies puerpérales font leur apparition de cette manière. Elles ne se montrent à l'œil inexpérimenté que lorsqu'il n'est plus temps de les combattre avec succès : La simple observation de la température suffira pour leur opposer un traitement qui sera efficace, par cela seul qu'il attaquera le mal avant qu'il soit devenu irrémédiable.

Ce que nous disons pour les maladies puerpérales, nous le disons pour les fièvres pyohémique et septicohémique, qui suivent les opérations chirurgicales. Nous avons vu combien le thermomètre indique d'une façon précise le moment, le début de l'infection : c'est au chirurgien de ne pas négliger ce mode d'investigation qui lui rendra de si grands et surtout si faciles services.

Nous terminons ici le long exposé de nos recherches sur la thermométrie clinique. Ce travail est le résumé d'un nombre considérable d'observations : qu'il nous suffise de dire que pendant deux ans et demi, nous avous pris deux fois par jour la température de tous les malades entrés à la clinique pour des affections fébriles : nous n'avons en cela fait que continuer les habitudes établies depuis longtemps dans les cliniques de l'hôpital de Strasbourg.

C'est avec l'aide de ces observations personnelles, des conseils de nos maîtres, que nous sommes arrivé à nous convaincre de l'extrême importance de l'étude de la température, pour le diagnostic et le pronostic des maladies.

Nous serons heureux si nous avons pu faire partager notre conviction au lecteur ou au moins à lui inspirer le désir de contrôler, comme nous l'avons fait, les assertions des auteurs, et de se former ainsi lui-même une opinion arrêtée.

INDEX BIBLIOGRAPHIQUE

Archives générales de Médecine.

Bulletin de Thérapeutique.

Gazette médicale de Paris.

Gazette médicale de Strasbourg.

Gazette des hôpitaux.

Union médicale.

1835. **Al. Donné. Des rapports de la température, du pouls et de la respiration dans les maladies.**

1843. Chossat. Recherches expérimentales sur l'inanition. (Mémoire lu à l'Académie des Sciences).

1844. Roger Henri. Recherches expérimentales sur la température des enfants. (Arch. gén. de médecine, 1844-45).

1847. Demarquay. Recherches expérimentales sur la température animale. (Thèse de Paris, 1857).

1851. Duméril, Demarquay et Lecomte. Modifications imprimées à la température animale par l'introduction dans l'économie de divers agents thérapeutiques. (Gaz. médicale de Paris, 1851).

— Traube. De l'influence des émissions sanguines sur la température du corps. (Froriep's Tagesberischte, 1851).

— Baerensprung. Muller's arch. (E^ste^ Abtheilung).

1852. Lichtenfels et Frolich. Observations sur les lois de la fréquence du pouls et sur celles des la température à l'état normal, et sur l'influence de certaines causes sur elles. (Mémoire lu à l'Académie de Berlin).

1854. Darmrosch. Sur les oscillations quotidiennes de la température à l'état normal. (Deutsche Klinik).

— Jochmann. Beobachtungen uber die Korperwarme in chroniq. fieberhaft. Krankeiten. (Berlin).

1855. Maurice. Des modifications morbides de la température animale dans les affections fébriles (Thèse de Paris).

1856. Spielmann. Des modifications de la température animale dans les maladies fébriles aiguës. (Thèse de Strasbourg),

— Claude Bernard. Recherches expérimentales sur la température animale. (Comptes-rendus de l'Acad. des Sciences).

1858. Moreau. De la température dans quelques états fébriles. (Thèse de Paris).

1859. Hardy. De la température animale dans quelques états pathologiques. (Thèse de Paris).

— Liebermeister. Die Reguliering der Warmebildung bei den Thieren von constanter Temperatur. (Deutsche Klinik).

1860. Marey. De quelques causes de variation dans la température animale. (Gaz. méd. de Paris).

— Smoler. Rapports entre la fréquence du pouls, la respiration et l'élévation de la température dans quelques maladie aiguës. (Arch. gén. de médecine).

1861. A. Eschnig. Uebersichtliche Darstellung der Warmerhaltnisse in Tierreiche. Trieste).

— Mac Clintock. Dublin quaterly Journal of medical sciences. (Mai 1861).

1862. Winckel. Sur l'état de la température pendant le travail. (Monatsschrift fen Geburtskunde).

1863. Grunewald. Ueber die ligenwarme gesunder eind kranker Wachnerinnen.

— Weikart. Température maximum dans les maladies. (Arch. der Heilkunde).

1864. Thomas. Contribution à l'étude des recherches de la température dans la fièvre typhoïde. (Arch. der Heilkunde).

1865. Speck. (Arch. für gemeinschaftliche Arbeiten),

1866. Charcot. De l'état fébrile chez les vieillards. (Gaz. des hôpitaux, juin 1866).

— Coze et Feltz. Recherches expérimentales sur la présence des infusoires et l'état du sang dans les maladies infectieuses.

— Jaccoud. Leçons cliniques faites à la Charité.

— Jurgensen. Klinische studien. (Leipzig).

— Schroder. Contribution à l'étude de la chaleur générale et locale (Wirchow's archiv.)

1851. Paul Bert. Dictionnaire de Jaccoud (art. chaleur).

— Hirtz. — —

— — Conférences cliniques.

— John Southey Warther. Remarques sur la température normale du corps et sur les effets de certaines substances sur elles. (The Lancet).

— Obernier. Der Hetzschlog. (Bonn).

— Thomas. Essai d'appreciation des fluctuations particulières de la température dans la fièvre typhoïde. (Arch. der Heilkunde).

— Vigenaud. Des affusions froides comme agents antifébriles. (Thèse de Strasbourg).

— Journal. Quelques considérations sur les effets physiologiques de la saignée dite générale. (Thèse de Strasbourg).

1868. Anfrun. De la valeur diagnostique et pronostique de la température et du pouls dans quelques maladies. (Paris).

— Hemey. Recherches sur le pouls pendant les jours qui suivent l'accouchement. (Arch. gén. de médecine).

— Wunderlich. Das Verhalten der Ligenwarme in Krankeiten. Leipzig).

— A. Denis. Considérations sur la méthode hypodermique. (Thèse de Strasbourg).

— Czernicki. Étude clinique sur la fièvre typhoïde. (Thèse de Strasbourg).

1869. Billet. Études cliniques sur la température, le pouls et la respiration. (Thèse de Strasbourg.).

— Cheviet. De la marche de la température dans les fièvres traumatiques.

— Lefort. Études cliniques sur la température et le pouls chez les nouvelles accouchées. (Thèse de Strasbourg).

— Cortial. Essai sur les indications thérapeutiques dans la fièvre typhoïde. (Idem).

TABLE DES MATIÈRES.

INTRODUCTION. 273

CHAPITRE PREMIER. — Instrumentation et manuel opératoire. Mensuration de la température chez l'homme 278

Des courbes graphiques 283

CHAPITRE DEUXIÈME. — De la température à l'état physiologique. . . . 285

CHAPITRE TROISIÈME. — De la marche de la température dans les maladies aiguës 293

1. Période ascendante. 296

2. Période d'état 297

3. Période descendante. 299

4. Marche de la température après la mort. 302

Marche de la température dans les divers groupes de maladies aiguës 304

1. Affections à type très-rapide. 306

2. Affections à type rapide. 306

A. Maladies éruptives, ... 306

B. Maladies inflammatoires. 311

3. Affections à type lent. 313

CHAPITRE QUATRIÈME. — Influence de circonstances diverses sur la température 316

1. Modifications par les agents extérieurs. 316

A. Température des milieux ambiants 316

B. Bains 318

C. Marche et course. 319

2. Modifications par causes internes 320
A. Influences nerveuses. 322
B. Influences provenant de l'appareil digestif. . . . 323
C. Influence de la respiration et de la circulation. 324
D. Influence du système génital. 328
CHAPITRE CINQUIÈME. — Des agents thérapeutiques qui modifient la température. 331
1. Excitants généraux 332
2. Antifébriles. 332
A. Antipyrétiques. 333
B. Antiphlogistiques. 333
Lotions et applications froides; glace, affusions et douches. 334
Émissions sanguines 337
CHAPITRE SIXIÈME. — De quelques causes des variations observées dans la marche de la température des maladies aiguës. 338
Index bibliographique. 348

PLANCHES.

PLANCHE 1re. Température physiologique. 288
— 2e. Période ascendante 296
— 3e. — d'état. 298
— 4 et 5. — descendante. 300
— 5 *bis*. Maladies éruptives 306
— 6e. — 308
— 7e. Pneumonie. 312
— 8e, 9e, 10e. Fièvre typhoïde. 314
— 11e. Hémorrhagies 326
— 12e. Fièvre de lait 330
— 13e. Anomalies dans la période descendante. Pronostic. 342
14e. Diagnostic des maladies intercurrentes. 344

ÉTUDE GÉOLOGIQUE

DU SUD DE LA CONCESSION DE DOURGES.

PAR M. BRETON,

Lauréat de la Société.

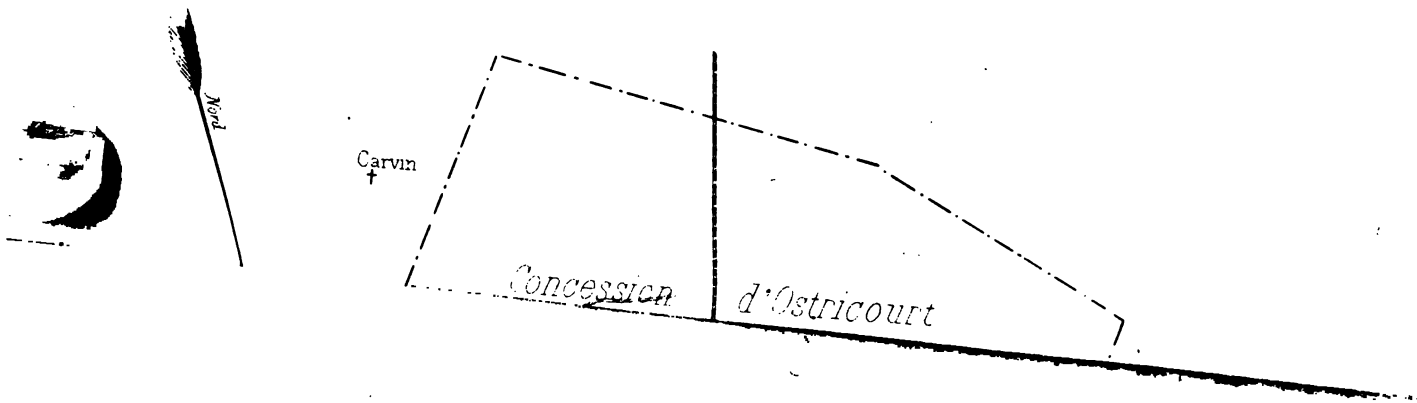
PRÉFACE.

Je ne connais aucun travail qui ait traité la chronologie des plantes de l'époque houillère ; cette question est cependant très-intéressante ; sans doute que les géologues et les ingénieurs de mines ont reculé devant la difficulté de réunir les matériaux nécessaires. En effet ; quand on voit le grand nombre de couches de houille qui font partie de la formation houillère du bassin du Nord et du Pas-de-Calais, on reconnaît qu'il faut beaucoup de temps pour avoir des données suffisantes pour une étude complète ; mais ce que l'on peut faire, ce sont des études partielles sur chaque point d'exploitation, et essayer plus tard, en rassemblant ces essais différents, de former une chronologie exacte de la végétation houillère et d'étudier les variations de la Flore à cette époque reculée. J'ai fait une partie de ce travail ;

Dans sa séance du 29 septembre 1872, la Société a décerné une médaille d'or au travail de M. Breton, et a décidé qu'il serait inséré dans le recueil de ses Mémoires.

les échantillons que j'ai recueillis sont les plus beaux que re
ferme le terrain houiller ; ils ont été pris sur place ; leur â
géologique est donc rigoureusement exact, ce qui est très-i
portant pour que les conclusions que l'on voudra bien tirer
la distribution des végétaux soient vraies.

J'ai cru utile, dans ce travail, de donner quelques considérati
générales sur le terrain houiller, au point de vue des roches q
le composent ; d'entrer dans quelques détails sur la dispositi
des veines de charbon et sur les autres minéraux que l'on
rencontre ; car cette question de la formation houillère intére
maintenant beaucoup de personnes qui ont le goût des science
sans avoir étudié la géologie dans les écoles ou dans les cou
publics et qui veulent connaître les grands phénomènes pass
sur cette terre longtemps avant la création de l'homme. J'ai i
diqué les faits tels que je les ai trouvés dans la nature, j'ai de
siné et copié exactement le terrain houiller du sud de la conce
sion de Dourges, connu aux deux Fosses N° 2 ou Sain
Henriette et N° 3 ou Mulot (Le N° 1 n'a pas été continué). I
discussion est ainsi établie sur une base solide et je serai he
reux si j'ai pu être utile à la science si difficile de l'exploitati
des mines de houille.


Nord
Carvin
Concession
d'Ostricourt

ÉTUDE GÉOLOGIQUE

DU SUD DE LA CONCESSION DE DOURGES.

La concession des mines de houille de Dourges est située sur les communes d'Ostricourt (Nord), Leforest, Evin-Malmaison, Courcelles-lez-Lens, Noyelles-Godault, Hénin-Liétard, Dourges, Courrières, Oignies, Montigny-en-Gohelle, Billy-Montigny (Pas-de-Calais).

Elle est traversée par le canal de la Deûle, par la ligne des houillères qui la coupe suivant une diagonale et par la route nationale N° 43, de Calais à Bouchain, parallèle à la limite sud de la concession.

D'après le décret du 5 août 1852, la concession est limitée comme suit :

A l'Est par la ligne L C, formant en partie la limite ouest de la concession de l'Escarpelle : le point L est à l'intersection des lignes EC et LM ; la ligne EC passe par les clochers d'Evin et de Courcelles-lez-Lens; la ligne LM joint le clocher du Forest à celui d'Oignies, le point C est situé à la rencontre de la ligne LC avec le chemin d'Esquerchin à Noyelles-Godault.

Au Sud, par la ligne C K prolongée jusqu'en P ; ladite ligne C K est tirée du point C sur le clocher de la chapelle dépendant de Hénin et dite de Dieu-Flagellé ; le point P se trouve en outre sur la ligne O P, qui joint le clocher de Montigny-en-Gohelle au clocher de Rouvroy ;

A l'Ouest, par la ligne brisée A B A'C'O P : le point A, le

plus au Nord, est situé à l'intersection de la ligne M A, qui réunit le clocher d'Oignies à celui de Carvin et du chemin dit de la Batterie ou ancien chemin de la station de Carvin ; le point B est situé à l'intersection du canal de Lille à Douai et du chemin de la batterie d'Oignies ; le point A′ est donné par la rencontre de la ligne B A′, réunissant le point B au clocher de Hénin-Liétard, et par la ligne A′O passant par les clochers de Dourges et de Montigny-en-Gohelle ; le point C′, situé sur la ligne A′Y′ menée de A′ en Y, rencontre de la rigole de Montigny avec le chemin de Pont-Gronon, est à l'intersection de cette ligne et du chemin de Montigny à Courrières ; le point O correspond à la projection du centre du clocher de Montigny ; enfin le point P est déterminé ainsi qu'il a été dit au paragraphe précédent ;

Au Nord-Est, par la ligne brisée A M L, passant par les points A et L ci-dessus définis et par le point M, clocher d'Oignies ;

Lesdites limites formant le périmètre A M L C K P O C′A′B A, renferment une étendue superficielle de 37 kilomètres carrés 87 hectares.

La surface forme un pays plat, dont le sol est très-fertile, sauf dans quelques endroits qui avoisinent le canal. Sous la terre végétale, on trouve l'argile en deux couches, la première est rougeâtre, recherchée pour la confection des briques et la seconde est jaunâtre et un peu sableuse.

Après les argiles viennent les marnes, et les craies blanches et grises du terrain crétacé qui sont très-aquifères ; c'est dans ces couches que l'on rencontre les plus grandes difficultés pour le fonçage des fosses. L'épaisseur est d'environ 100 mètres. On trouve ensuite les marnes argileuses diversement colorées, imperméables à l'eau ; l'épaisseur est de 40 mètres environ ; et enfin le tourtia, formé d'une roche verdâtre, contenant des galets de toute nature enlevés aux roches plus anciennes et des grains noirs de silicate de fer. Cette dernière

couche, qui fait partie du groupe moyen du terrain crétacé, appartient à la division Cénomanienne. Dans notre pays, c'est elle qui s'est déposée la première immédiatement après les terrains anciens : Dévoniens ou Carbonifères. On la trouve partout avant de pénétrer dans le terrain houiller ; son épaisseur est de 1 mètre à 4 mètres.

Cet ensemble de couches porte dans le Nord et le Pas-de-Calais le nom de Morts-terrains ; le caractère le plus saillant est l'horizontalité ou la presque horizontalité des couches.

TERRAIN HOUILLER.

Le terrain houiller se distingue bien des Morts-terrains et le caractère principal est l'obliquité des couches. Après leur dépôt, qui s'est produit horizontalement, tout l'ensemble a été déplacé violemment au point que de l'horizontalité, certaines couches occupent une position verticale, comme à la Fosse de Fléchinelle, et même sont renversées, comme cela a lieu à la Fosse Mulot (compagnie de Dourges), aux Fosses de Billy et de Méricourt (compagnie de Courrières), aux Fosses de Liévin N° 1 et N° 2.

Après ces bouleversements, le terrain houiller, qui formait la croûte terrestre et dont la surface était très-accidentée, fut soumis à un véritable rabottage par l'action des eaux ; et s'il n'était survenu d'autres bouleversements postérieurs, on devrait trouver la séparation du terrain houiller avec les terrains crétacés presque horizontale. Pour les deux exploitations actuelles de la compagnie de Dourges, sur les 400 hectares, il n'y a pas une variation de un mètre ; mais dans un sondage exécuté en 1869 près du hameau de Godault, on a trouvé le terrain houiller quinze mètres plus haut qu'à la Fosse Sainte Henriette ; il y a donc entre ces deux points, soit un relèvement brusque,

comme entre les N° 1 et N° 2 de Bruay, soit un relèvement uniforme de la Fosse au sondage. Ce fait s'expliquera plus tard par les travaux d'exploitation entrepris à la Fosse Hely d'Oissel établie sur le territoire de Noyelles-Godault.

Ce que l'on peut constater, c'est qu'il n'y a aucun rapport entre le relief du terrain houiller, au moment du dépôt du tourtia et le relief actuel du sol.

Le terrain houiller est essentiellement et nettement stratifié; les couches qui le composent alternent entre elles, de différentes manières et à différentes reprises, mais leur ordre de superposition n'est pas toujours constant.

Parmi les accidents remarquables qu'offre ce terrain, il faut citer les fentes plus ou moins inclinées, sinueuses et branchues, qui le traversent assez souvent et à proximité desquelles les couches de houille présentent un affaissement de un, deux etc. mètres. Il y en a aux mines de Dourges qui ont plus de cent mètres.

Les couches de houille présentent aussi quelquefois des renflements subits qui leur font acquérir une puissance beaucoup plus grande, ou bien, par un effet contraire et non moins prompt, résultant du rapprochement du toit ou du mur [1], ou de tous les deux, elles diminuent d'épaisseur au point qu'il n'en reste plus qu'une faible trace, ou qu'elles disparaissent entièrement par suite d'un dérangement quelconque. Dans ce dernier cas on dit que la veine est en crain.

Les grandes veines existent généralement sur plusieurs concessions avec la même épaisseur ou une épaisseur différente; mais les veinules ou passées, disparaissent souvent complétement dans l'intervalle d'une fosse à l'autre; leur mur et leur toit peuvent se maintenir ou disparaître aussi.

1 On appelle mur la couche sur laquelle repose la veine, et toit la couche qui la superpose.

RAPPORT ENTRE LES PLANTES DE L'ÉPOQUE HOUILLÈRE ET LES DIFFÉRENTES NATURES DE CHARBON.

Si l'on connaissait la superposition naturelle des couches de houille du bassin du Pas-de-Calais, les distances moyennes normales qui existent entre elles, la nature et l'épaisseur des couches de schistes et de grès qui les séparent et les nombreuses empreintes de végétaux rencontrées dans chaque couche, on aurait les éléments d'une étude complète de ce bassin et l'on connaîtrait peut-être une des causes qui rendent les houilles de plus en plus maigres, selon qu'elles sont plus rapprochées du centre de la terre. Cette richesse plus ou moins grande en matières volatiles peut dépendre de la nature des végétaux constitutifs de cette houille, tout aussi bien que des effets produits par la chaleur centrale du globe terrestre. Du reste si la loi est vraie pour des couches éloignées, elle n'est pas toujours exacte pour des couches rapprochées; on reconnaît même de grandes variations dans une même couche, depuis qu'on a pu suivre une veine sur une grande longueur. Les couches grasses de Bascoup et de Sars-Lonchamps en Belgique sont maigres à Fresnes et à Bernissart. Les couches du Grand-Condé, N° 2 de la concession de Lens, exploitées aussi à la Fosse Saint-Louis, N° 4 de la même Compagnie, sont plus grasses à cette dernière Fosse. Aux mines de Dourges, la classification ordinaire s'y vérifie dans les conditions les plus générales; mais si l'analyse des charbons de chaque veine était faite avec beaucoup de précautions on rencontrerait sans doute quelques anomalies.

Il est donc possible d'admettre que les plantes de même nature n'entraient pas sur toute la surface en formation houillère, dans la même proportion.

Dans la couche de houille, les végétaux qui l'ont formée,

sont non seulement décomposés de nature, mais aussi de formes et il ne reste aucun vestige de végétal ; mais dans ce qu'on appelle le *Toit* de la couche, c'est-à-dire la couche de schistes ou de grès qui recouvre immédiatement la veine quand celle-ci est en position naturelle, on trouve de magnifiques empreintes ayant conservé les formes des végétaux qui ont crû immédiatement après la formation de la couche de charbon et qui, s'ils ne sont pas ceux qui l'ont formée, ont du moins des rapports intimes avec eux et se développaient dans les mêmes conditions climatériques.

Ce sont ces végétaux que l'on peut étudier et classer par ordre d'ancienneté ; j'ai remarqué que chaque couche a ses empreintes à elle propres, ou du moins certaines empreintes sont dominantes dans chaque couche et on les retrouve plus souvent que d'autres.

Je vais essayer ce travail pour ce qui concerne les mines de Dourges ; il y a déjà dans ces mines 750 mètres de terrain houiller connu, comprenant 80 couches de houille de toute épaisseur, depuis 0,01 centimètre jusqu'à 1 mètre 50. J'ai recueilli soixante espèces d'empreintes de végétaux provenant des principales veines ; si toutes les Compagnies du Pas-de-Calais avaient recueilli les empreintes des toits de veines, on aurait peut-être aujourd'hui mille échantillons, de quoi former une classification presque complète.

Il y a dans les empreintes des toits de veines, un caractère important pour relier une série de couches d'une fosse, avec les couches d'une fosse éloignée ; ce caractère vient en aide à ceux tirés de l'analyse des charbons des veines et de la nature des terrains interposés. Les renseignements fournis par les empreintes sont aussi sérieux que les autres et ils m'ont été d'un grand secours pour relier les veines des deux fosses de la compagnie des mines de Dourges.

L'étude des empreintes ne permet pas seulement d'affirmer

en toute certitude, l'origine de la houille, elle autorise à reconstituer par la pensée, le monde disparu de cette période si importante.

Les quatre-vingts couches de houille du terrain houiller reconnu par les deux fosses de Dourges, donnent quatre-vingts couches à empreintes qui forment les toits; ces couches sont comme quatre-vingts pages d'un livre, où sur chacune est inscrite l'histoire des êtres végétaux qui ornaient la nature de cette belle période géologique, et qui se succédaient après chaque nouvelle formation d'une couche de charbon; l'on n'a qu'à lire, les lettres sont ici des arbres et des feuilles à l'état de momies, conservant avec une pureté, qu'un artiste ne saurait rendre, les moindres détails d'organisation. Le tissu cellulaire peut être étudié tout aussi bien que sur une plante vivante et la photographie qui reproduirait des feuilles, ne ferait pas mieux que ce qu'a fait la nature.

Ces schistes si durs à travailler pour le percement des galeries, étaient, à cette époque, à l'état de boue formée d'une argile noire à grains très-fins, qui se prêtait parfaitement pour modeler les végétaux dans leurs moindres détails; la feuille nageait à la surface de l'eau, s'étalait, puis descendait lentement au fond du lac, ou bien, l'évaporation de toute l'eau, déposait naturellement la feuille ou l'arbre sur le fond vaseux; puis une nouvelle couche de boue argileuse amenée par les eaux, enfermait pour des siècles ce témoin de la nature de cette époque.

Quand le géologue se rend compte de l'état d'impureté de l'air atmosphérique, après les formations siluriennes et dévoniennes, il comprend le rôle qu'a joué la formation houillère, qui seule pouvait opérer cet immense travail de purification. Ainsi, après ces formations, la terre avait encore son écorce très-chaude, les pluies très-fréquentes continuaient à la refroidir; mais l'atmosphère n'était habitable que pour les animaux imparfaits vivant à moitié dans l'eau. Cet assainissement de l'air lourd

et chargé d'une énorme quantité d'acide carbonique, produit par les irruptions volcaniques et par la décomposition des roches calcaires et cette préparation de la terre aux animaux plus parfaits, à qui le créateur projetait de donner la vie, ne pouvaient être opérés que par les végétaux, qui prennent à l'air précisément ce qui est nuisible aux animaux. Le terrain qui s'étend aujourd'hui de Fléchinelle jusqu'en Prusse, sur deux à trois lieues de largeur et qui porte le nom de bassin du Pas-de-Calais, du Nord et de la Belgique, se couvrit de la végétation la plus luxuriante que la terre ait jamais portée. Les végétaux croissaient avec une rapidité prodigieuse, sous l'influence du soleil, de la chaleur du globe, qui était régulière, de l'humidité et de l'acide carbonique. Cette chaleur que le charbon donne en brûlant est cette même chaleur qu'il a empruntée jadis, alors qu'il était arbre, et nécessaire pour lui croître. Cet acide carbonique qui se dégage dans nos cheminées, est le même qui était mélangé à l'air pendant la formation de la houille; il est de nouveau absorbé par les arbres de nos forêts et par les milliers de plantes qui couvrent la terre, à qui il est indispensable pour former le tissu cellulaire.

Ainsi donc, à une époque très-reculée, et pendant des milliers d'années, des arbres grandioses et des plantes marécageuses ont crû à Hénin-Liétard, aujourd'hui le centre des exploitations des mines de Dourges et ont formé le charbon qui sort aujourd'hui des entrailles de la terre, par les deux puits établis à l'est et au sud de la ville. Et ce qui est le plus surprenant, c'est qu'il soit possible de venir donner la suite des arbres qui se sont succédé sur cette terre et dont nous retrouvons les cadavres, avec autant de certitude que le cultivateur qui inscrirait sur un livre ce que chaque année il a semé dans son champ.

Il n'y a plus de doute aujourd'hui, le morceau de houille, avant d'être charbon, a été arbre; avant d'être inerte, a vécu, et ces débris, vieux de millions d'années, se retrouvent jusqu'à quinze cents mètres de profondeur dans la terre.

Et pour former tout le charbon du terrain houiller, qui aux mines de Dourges est déjà d'une trentaine de mètres d'épaisseur en superposant toutes les veines, comme nous le verrons plus loin, il a fallu un grand nombre d'années. Car si une veinule de quelques millimètres a pu être formée par une seule végétation; il n'en est pas de même pour une veine exploitable, qui a exigé végétation sur végétation, un très grand nombre de fois. La régularité d'épaisseur ne permet pas de supposer que les plantes soient venues du dehors, car elles formeraient çà et là des amas. Si par hasard on rencontre, dans l'exploitation d'une veine, une partie ayant une épaisseur supérieure à l'épaisseur moyenne, elle fait toujours suite à une partie amincie; cette augmentation d'épaisseur peut donc s'expliquer par un déplacement du charbon par une cause quelconque.

Les preuves sont donc évidentes que la formation houillère a été de longue durée; il est de plus certain qu'elle eut lieu pendant une période très-calme, ce que démontre la régularité de la stratification, puisque souvent, sur une longueur de un kilomètre, il n'y a entre deux veines que quelques mètres de différence de distance.

FIN DE LA FORMATION HOUILLÈRE.

La formation houillère eut un terme; s'est-elle arrêtée naturellement ou brusquement lors du soulèvement des montagnes du nord de l'Angleterre et d'autres de même époque, qui furent plus tard nivelées par les eaux, en même temps que le terrain houiller, et que l'on pourrait étudier, si elles n'étaient recouvertes par des terrains plus récents? Ce que l'on peut aujourd'hui constater, c'est que, en certains points, la partie sud a été soulevée avec une telle violence qu'elle a dépassé

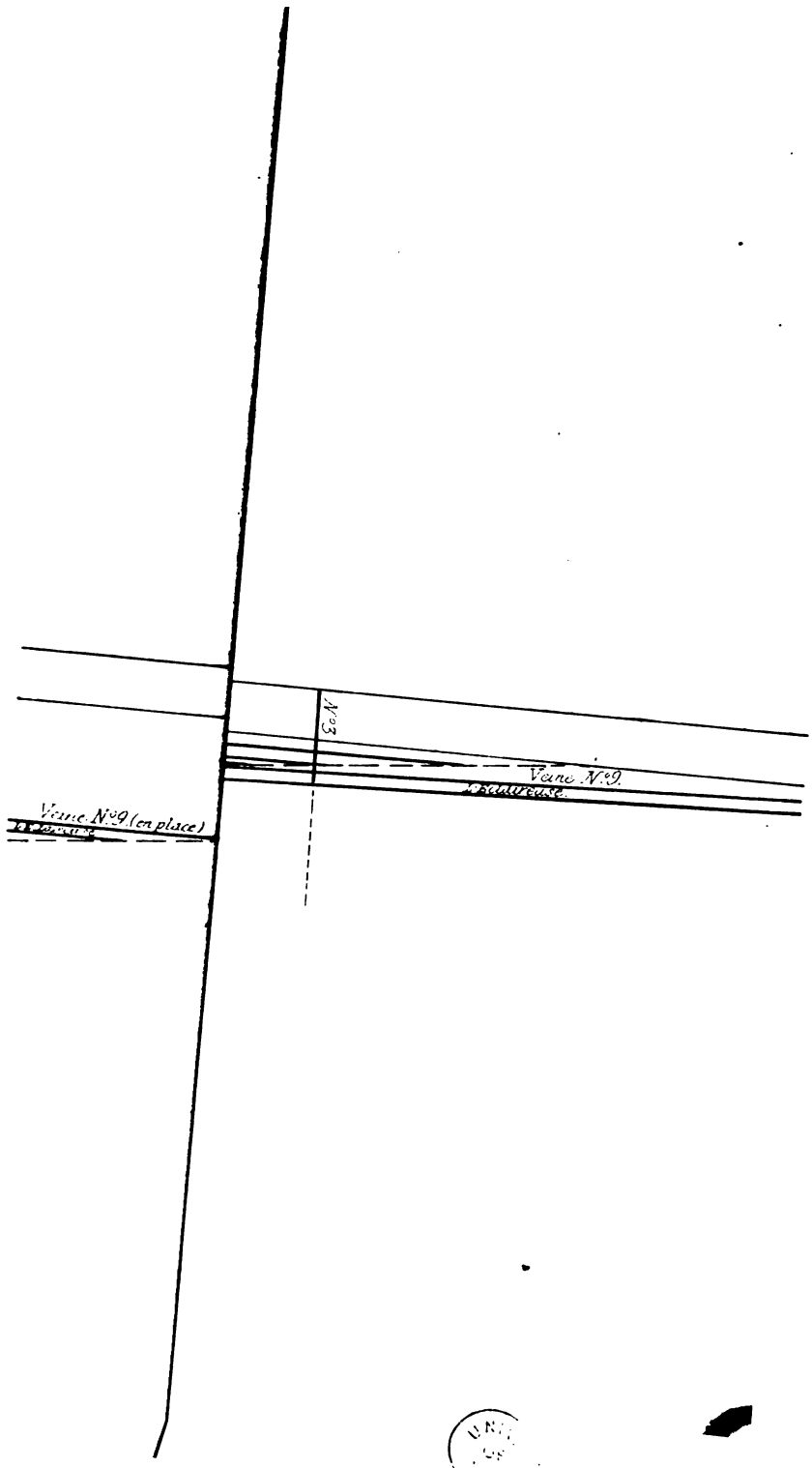
la verticale et s'est repliée sur elle-même, comme un livre ouvert que l'on fermerait précipitamment.

Quel effort gigantesque n'a-t-il pas fallu pour soulever cette large bande qui, à Dourges, a 600 mètres de largeur, une épaisseur de 3 à 400 mètres et s'étendant sur une grande longueur de la lisière sud de la concession. Cette masse retombant sur elle-même s'est disloquée pendant le mouvement. En même temps d'autres actions avaient lieu sur d'autres points du terrain houiller : au nord il y avait un soulèvement qui amenait près de la surface les couches maigres inférieures et qui leur donnait la pente sud qui nous leur trouvons ; puis des affaissements ou des soulèvements vers le centre produisaient toutes les failles.

Le grand mouvement du sud du bassin peut aussi s'expliquer d'une autre manière dans les figures ci-contre :

La première couche qui avait d'abord la position horizontale A B aurait pris successivement et sans action brusque toutes les positions jusqu'en $A^{VIII} B^{VIII}$, telle qu'on la trouve aujourd'hui au sud de la Fosse Mulot.

S'il est intéressant d'étudier l'histoire des végétaux pendant la longue période de formation de la houille ; la grande catastrophe qui suivit présente bien un peu d'intérêt et, s'il est difficile d'en faire une étude exacte et de trouver les vraies causes, on peut cependant voir les effets et reconnaître suivant quelles lois se sont produites ces dislocations ; si elles se sont faites au hasard, ou bien si les surfaces de déchirures ont des directions qui ont des rapports entre elles. Cette étude des failles est très-importante pour l'exploitant, car c'est dans les recherches de veines, qu'il montre réellement la mesure de ses connaissances géologiques.


Veine N°9
Veine N°9 (en place)

ÉTUDE DE LA LIGNE FORMANT LIMITE SUD DU BASSIN A LA PROFONDEUR DU TOURTIA.

Dans la pointe ou la queue du bassin du Pas-de-Calais; depuis la concession de Fléchinelle jusqu'à celle de Ferfay, on remarque que, si on joint par une ligne le milieu des affleurements dévoniens de Febvin, Bailleul-lez-Pernes, Pernes, etc, cette ligne est sensiblement parallèle à la limite méridionale du bassin. Ces soulèvements dévoniens ont produit une pression latérale qu'ils ont transmise au terrain houiller.

La limite méridionale sur les concessions de Fléchinelle, d'Auchy-au-Bois, de Ferfay etc. a été tracée, comme cela se fait partout, d'après les renseignements fournis par les sondages. Cette limite est comprise entre les sondages positifs et les sondages négatifs. Dans un rayon de peu de longueur, entre la Fosse d'Auchy-au-Bois et celle de l'ancienne compagnie de l'Eclaireur, sur la commune de Ligny, les sondages sont très-rapprochés et cette ligne de démarcation a pu être tracée avec assez d'exactitude.

On constate alors l'existence d'un cap calcaire au sud, un peu au levant du méridien passant par la Fosse N° 2, ou, si l'on veut, un rétrécissement du bassin en ce point: il n'a plus là que 900 mètres de largeur.

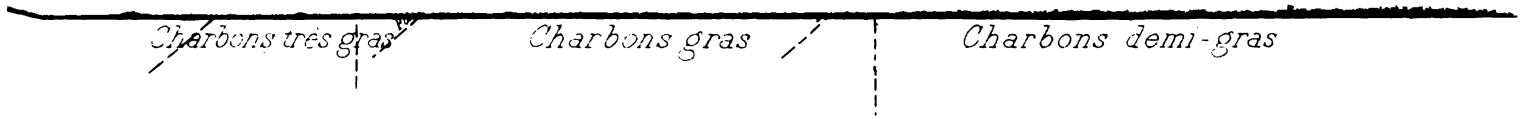
Dans le bassin du Pas-de-Calais, il y a plusieurs de ces caps beaucoup plus importants que le précédent; l'un, que l'on voit sur toute la largeur de la concession de Bully-Grenay et près duquel se trouve la Fosse d'Aix ou N° 2 des mines de Liévin. Un autre cap est sur la concession de l'Escarpelle, voisine de la concession de Dourges. Dans ces deux derniers cas il est parfaitement démontré par les Fosses placées dans le voisinage, que le terrain houiller est plus accidenté que partout ailleurs. Entre

ces deux caps, depuis la Fosse N° 1 de Liévin jusqu'à la Fosse Sainte Henriette (compagnie de Dourges) le terrain houiller est très-régulier et les couches de bonnes allures.

La Fosse Hély d'Oissel (N° 4 de la compagnie de Dourges) est plus rapprochée du cap de Courcelles que les deux autres fosses ; elle rencontrera donc certainement des terrains plus accidentés qu'à ces fosses.

ÉTUDE STRATIGRAPHIQUE DU TERRAIN HOUILLER DE DOURGES.

Une coupe à grande échelle $1/_{6000}$ passant par l'axe des deux Fosses montre bien la position des couches. La Fosse N° 3 a recoupé dans la Fosse même jusqu'à 210 mètres de profondeur des terrains renversés, avec pente au sud de 15° à 20°. A cette profondeur se trouve une Faille dont la trace n'est pas indiquée sur le plan des Failles ci-contre, à cause de sa faible inclinaison ; elle plonge vers l'ouest avec une légère pente et s'arrête au tourtia au levant, entre les deux fosses N° 3 et N° 2 ; sous cette faille les terrains sont à faible pente vers l'ouest et très-réguliers. La première veine trouvée dans la Fosse N° 3 dans cette position normale est la veine N° 9 ; elle vient passer dans le travers banc du sud au niveau de 240 mètres, à 50 mètres de la Fosse ; elle atteint une Faille qui la rejette à un niveau inférieur, puis reparaît plus au sud à 285 mètres de la Fosse avec pente au nord ; fait le crochon, c'est-à-dire se renverse et vient affleurer au tourtia. Cette veine a donc ce qu'on appelle, en termes de mines, son *plat* et *son droit*. Le terrain compris entre 50 et 285 mètres est traversé par de nombreuses failles et rien n'y est exploitable. Les veines N° 10, N° 11 et l'Éclaireuse, sous le N° 9, se retrouvent aussi au sud et se comportent de la même manière ; d'où l'on conclut que les veines qui viendront passer dans la Fosse les premières après celles ci-dessus, sont les veines encore plus au midi que


Charbons très gras
Charbons gras
Charbons demi-gras

l'*Éclaireuse* — c'est-à-dire la veine du Droit, la veine Botty, la veine à Trois Sillons, la veine Daubresse et les autres, que l'on trouvera dans le prolongement de la bowette du midi, niveau de 240 mètres.

Les veines renversées trouvées dans la Fosse, et celles supérieures jusqu'à la veine Sainte-Barbe, ainsi que celles inférieures jusqu'à la veine du Crochon, n'ont donc pas de plats ; ils ont glissé à l'ouest sur cette faille et passent à une grande profondeur aux Fosses de Billy-Montigny et Méricourt.

Une coupe suivant la plus grande pente de la Faille montre bien comment les veines sont disposées.

Tout cet ensemble, veineset failles, s'appuie au nord sur la faille X Y, dont je parlerai plus loin, et est d'une importance considérable.

Les couches au nord de la faille X Y sont bien stratifiées avec pente au sud de 10 à 13°. Les trois tableaux (Pl. I) donnent la superposition naturelle des veines d'après les épaisseurs constatées dans les bowettes des deux fosses.

Plus tard on trouvera les autres couches qui relient ces trois séries. Celles qui relient les charbons très-gras avec les charbons gras existent au sud du N° 3, et pour les charbons gras et demi-gras elles existent dans la partie sous les charbons gras.

ÉTUDE DES FAILLES QUE L'ON RENCONTRE DANS LE TERRAIN HOUILLER EXPLOITÉ AUX DEUX FOSSES SAINT-HENRIETTE ET MULOT.

(Cie de Dourges.)

En étudiant l'ensemble des travaux, aux deux fosses Sainte-Henriette et Mulot, on remarque que les failles actuellement connues suivent par groupes des directions à peu près parallèles. On trouve ainsi cinq systèmes parfaitement déterminés.

Dans le premier, il y a les failles avec pente au sud, de direction comprise entre N. 53° 1/2 0 et 61°0 rapportée au méridien magnétique passant, cette année, à 19° 1/2 à l'ouest du méridien vrai. Elles sont à peu près parallèles à la limite sud du bassin et à la direction moyenne des veines. Dans ce système se trouvent deux grandes failles, dont l'importance est encore inconnue, mais qui donnent plus de 200 mètres de rejet et qui divisent les veines du terrain houiller de Dourges en trois faisceaux.

Le premier faisceau comprend les veines depuis la limite sud du bassin jusqu'à la première faille. Les houilles de ce faisceau sont très-grasses et sont employées spécialement à la fabrication du gaz d'éclairage. Les veines renversées s'appuient au nord sur cette faille.

Le deuxième faisceau comprend les veines entre les deux grandes failles, les charbons de ces veines sont moins gras et sont recherchés de préference par les forgerons.

Enfin le troisième faisceau se trouve au nord de la seconde faille; les houilles sont encore moins grasses ; elles conviennent surtout au chauffage domestique et des chaudières à vapeur.

Dans cette série de veines, deux fois interrompue, les dernières ou inférieures du premier faisceau se rapprochent comme qualité des premières ou supérieures du deuxième faisceau; la même observation est à faire pour les veines du deuxième et du troisième faisceau.

Le second système ne contient pas de failles d'une importance aussi grande que le premier ; de plus à cause de leur direction comprise entre N. 95°0 et N. 106°0 formant un plus grand angle avec la direction moyenne des veines, elles sont plus faciles à traverser, leur pente est à l'ouest et sont toujours arrêtées par les failles du premier système. Le second et le troisième faisceau des veines en renferment beaucoup ; les travaux des veines de la place et de la petite veine du nord au

couchant, fosse N° 3, sont arrêtés en ce moment par une de ces failles. La veine Saint-Louis au levant, fosse N° 2, est constamment rejetée par ces failles. Il en est de même de la veine Saint-Georges au levant et au couchant et de la veine N° 10 au nord, fosse N° 2.

Il n'y a pas de ces failles dans le premier faisceau de charbon.

Le troisième système comprend des failles de direction N° 87°0. et N. 95°0 avec pente au sud, connues seulement dans le troisième faisceau. A la fosse Sainte-Henriette les travaux de la veine N° 11 au nord et de la veine N° 6 au nord sont arrêtés au couchant par des failles de ce système.

Le quatrième système pourrait se rattacher au premier, comme direction et inclinaison. Les failles se rencontrent très-nombreuses dans les veines renversées formant une grande partie des veines du 1er faisceau ; elles sont parallèles aux crochons, c'est-à-dire de direction N. 78°0. Elles ont dû être produites dans le grand mouvement qui a replié les veines sur elles-mêmes et doivent être de même époque que les grands glissements sur les plans de failles du premier système.

A l'ouest des travaux, on rencontre depuis quelque temps de nouvelles failles perpendiculaires aux précédentes, avec pente à l'est ; elles forment le cinquième système. On remarque dans cette région que les couches plongent plus rapidement à l'ouest; ces failles sont la conséquence de cet affaissement. C'est sans doute une de ces failles, qui arrête les travaux au levant dans les veines de la fosse de Billy-Montigny, près de la limite de séparation des deux concessions de Dourges et de Courrières.

DESCRIPTION DES ROCHES DU TERRAIN HOUILLER.

Le terrain houiller est formé de trois roches principales alternant dans un ordre indéterminé *grès houiller*, *schistes et houille*.

GRÈS HOUILLER OU CUERELLES DES MINEURS.

Le grès houiller ou cuerelles des mineurs forme une grande partie de l'épaisseur totale du terrain houiller. Aux mines de Dourges on connaît déjà trente six couches sur les 750 mètres d'épaisseur de terrain houiller. L'épaisseur de ces couches subit souvent des variations, c'est la roche du terrain houiller dont la stratification est la moins concordante; il faut néanmoins suivre un banc de grès sur une grande étendue pour remarquer cette variation. Le banc le plus épais sans aucune trace de schistes qui soit connu aux deux fosses, a 22 mètres d'épaisseur; il recouvre la veine N° 5 au nord, à la fosse Sainte-Henriette.

Le grès houiller est de couleur grisâtre, jaunâtre ou brunâtre; il consiste principalement en grains de quartz mélangés de quelques particules argileuses et d'écailles de mica, dont la faible cohésion les expose facilement à se désagréger. On y trouve quelquefois, mais rarement, de beaux cristaux de quartz hyalin.

On trouve souvent dans le grès houiller, ce que les mineurs appellent des cassures, des pieds-droits; ce sont des joints de structure qui ne sont pas parallèles à la stratification; du reste, ce défaut de parallélisme est fréquent dans les roches arénacées.

REMARQUES IMPORTANTES SUR LES COUCHES DE GRÈS HOUILLER.

Les couches de grès houiller sont rarement perdues au milieu d'une série de couches de schistes; elles se sont souvent déposées presque immédiatement après la formation d'une couche de charbon; elles forment même quelquefois le toit de la veine.

Aux mines de Dourges l'on n'a pas encore constaté le dépôt d'une couche de charbon sur des grès houiller; le fait ne s'est

présenté que près des accidents et la veine alors est très-amincie. Si la couche avec son toit de cuerelles est renversée, il est évident que le toit devenant le mur, ce dernier sera de cuerelles; mais c'est alors l'effet du renversement. C'est un indice qui aurait pu servir dans la fosse Mulot, pour reconnaître que les couches sont renversées sur les soixante dix premiers mètres.

Les bancs de cuerelles sont souvent tellement près au toit des veines, que quand, dans les recherches, on avance dans le toit, on sait qu'aussitôt le banc de cuerelles traversé, on n'ira plus loin pour trouver la veine.

Dans les couches de grès houiller, on trouve, mais rarement, ce que les mineurs appellent des nids de souris, ce sont des poches remplies de sable, très-tendre, que l'on peut enlever avec la main.

Dans les grès houillers à grains un peu gros et d'aspect gris noirâtre, on trouve quelquefois de petites poches remplies de charbon; ce charbon est très-luisant et à texture cristalline.

Près des failles, les grès houillers donnent souvent de l'eau.

On rencontre dans les grès houillers, des tiges et des troncs de plantes, mais rarement des feuilles.

Si le grès houiller contient des sels ferrugineux, il ne conserve pas longtemps à l'air sa couleur naturelle; sous l'action de l'air et de l'eau, sa surface prend une couleur verte, jaune ou rouge.

Lorsqu'une veine a un toit de cuerelles, elle est très-avantageuse pour l'entretien des galeries, mais c'est la roche la plus à craindre pour les accidents, à cause de la trop grande confiance que l'on met dans sa dureté; c'est, en effet, sous les toits de cuerelles paraissant les plus durs que les ouvriers se font tuer. (Le maître porion Daubresse fut tué en 1859, dans la veine Sainte-Cécile, qui avait un toit de cuerelles en cet endroit.) Une particularité remarquable, c'est que les schistes qui recouvrent immédiatement au toit le banc de cuerelles, ont l'as-

pect d'un toit de veine ; les empreintes y sont abondantes et bien conservées de formes, seulement ces schistes sont moins noirs; ils portent alors le nom de Toit des cuerelles.

Ainsi donc les végétaux constitutifs de la houille refusent de croître sur les sables qui doivent former les grès, puisqu'il y a peu de murs de grès, et cependant on trouve immédiatement sur certaines couches de grès des empreintes de plantes. Il faut donc admettre que ces plantes ont été déposées sur ces sables, amenées par les eaux, au milieu desquelles la végétation avait lieu à cette époque. Il en est de même du mur des cuerelles qui ressemble quelquefois à un mur de veine ; on peut supposer que le terrain était préparé par la végétation des plantes qui allaient former le charbon, et qu'alors, par une cause que nous ne pouvons découvrir, il se déposa aux lieu et place une couche de sable.

A la Fosse Mulot, entre la veine du nord et la veine Marez il y a deux veinules de charbon et une petite veine de 0^m, 40 ; à la Fosse Sainte Henriette, ces trois couches sont remplacées par trois couches de grès houiller ayant toit et mur, ce qui prouverait qu'il y a entre les couches de grès houiller et les veines de charbon des rapports que nous ne pouvons saisir.

Lorsque entre une veine et les cuerelles constituant le toit il se forme des schistes, ces schistes sont ou le toit de la veine ou le mur des cuerelles ; on remarque alors que s'ils sont durs ils ont l'apparence de schistes de toit et, s'ils sont ébouleux, ils ont tous les caractères d'un mur de veine.

Les grès houillers durs, sans interposition de schistes, qui ont passé quelque temps à l'air sans se déliter, sont transformés en pavés de trottoir.

A l'état brut, ils peuvent servir avantageusement dans la construction de cascades, de ponts pour les pièces d'eau des jardins publics ; ils sont d'un bel effet, car ceux qui sont fer-

rugineux prennent des colorations qui tranchent avec les grès naturels qui conservent leur couleur grisâtre.

Toutes ces remarques que j'ai faites pendant huit ans aux mines de Dourges, sont d'une exactitude rigoureuse ; je ne les donne pas comme devant être vraies dans tout le bassin, ce sera aux ingénieurs des compagnies à les vérifier chez eux ; mais comme elles s'appliquent à un très grand nombre de couches, formant une épaisseur de terrain houiller de 750 mètres, j'ai tout lieu de compter sur une application générale.

SCHISTES HOUILLERS OU ROCS DES MINEURS.

Les schistes ne diffèrent des grès que par plus d'argile, moins de grains de quartz et souvent pas plus de mica ; leur couleur est celle d'une teinte d'encre de chine plus ou moins foncée ; à moins qu'il n'entre du carbonate de fer, qui leur donne une couleur jaunâtre. Leur dureté est très-variable, car on peut étudier la série depuis le grès jusqu'au schiste très-noir, sans pouvoir établir la délimitation entre les grès et les schistes.

Les schistes deviennent noirs dans le voisinage de la couche de houille, au toit ou au mur. Quand on connaît bien les différentes natures de schistes, on sait dans les recherches à un mètre ou deux de la veine que l'on est près de l'atteindre. Il est facile aussi avec un peu d'habitude de distinguer les schistes du toit de ceux du mur et ces deux variétés de tous les autres schistes.

Les toits de schistes sont plus ou moins riches en empreintes, il y en a qui en renferment très-peu et d'autres qui en sont pétris. A mesure qu'on s'éloigne d'une veine de charbon, les empreintes sont moins abondantes et les schistes perdent leur couleur noire.

Les plus belles empreintes ne sont pas dans le banc de toit en contact avec la veine ; elles se trouvent un peu au-dessus à $0^{m},40$ ou $0^{m},50$. Elles sont plus nombreuses dans les positions

parallèles aux couches, elles sont alors aplaties et intercalées entre deux bancs que dans les positions normales aux couches ; dans ce dernier cas, les végétaux conservent leur forme cylindrique.

Les coquilles sont rares dans le terrain houiller ; aux mines de Dourges on n'en a pas encore trouvé.

A Carvin, à la Fosse N° 3, on rencontre une couche de schistes de sept mètres d'épaisseur, complètement remplie de coquilles des genres Productus et Orthis. Cette couche se trouve immédiatement en dessous d'un mur de veine.

Comme les roches d'un terrain proviennent des détritus des roches plus anciennes amenées par les eaux, il est possible qu'ici, à cause du voisinage du calcaire au nord, ce sont des fossiles qui n'ont pas vécu là où on les trouve aujourd'hui, mais plutôt enlevés aux roches anciennes et entraînés, sans se détériorer, par l'eau boueuse qui allait former la couche. Ou bien, quoi d'impossible d'admettre que les Productus et les Orthis, ces coquilles des terrains plus anciens qu'on retrouve encore après la formation houillère, pendant la formation permienne, vivaient en abondance au moment du dépôt de la couche à coquilles de Carvin.

HOUILLE OU CHARBON DES MINEURS.

Les qualités des différentes espèces de houille du bassin du Pas-de-Calais, varient considérablement comme combustible; on trouve des nuances depuis les houilles les plus grasses, jusqu'aux houilles les plus sèches.

Les houilles grasses ont une densité de 1,30 ; elles s'enflamment avec facilité, s'aglutinent, se gonflent, se boursoufflent, coulent quelquefois comme de la poix, produisent beaucoup de gaz, brûlent avec rapidité en répandant une fumée noire très-épaisse et en laissant un résidu d'un blanc grisâtre, beaucoup

moins considérable que celui des houilles sèches, qui ont une densité de 1,36, s'allument avec difficultés, brûlent avec lenteur et quelquefois avec une odeur sulfureuse, ne se boursouffient pas, donnent beaucoup moins de fumée, et dont le résidu est souvent rougeâtre.

Quelquefois la houille présente dans son intérieur une matière qui a presque tous les caractères du charbon de bois. Elle se trouve souvent en parties solides qui se lient intimement avec la houille schistoïde qui les entoure et qui font entendre le même cri que le charbon de bois, lorsqu'on veut les rayer dans un sens contraire à la direction des fibres.

A l'approche du tourtia, où se fait l'affleurement des veines, souvent le charbon perd de son éclat; il devient noir comme de la suie, s'écrase sous les doigts; il porte alors le nom de *Camarou*. Cette altération provient de ce que, à une époque, ce charbon était à la surface du sol et que, sous l'influence des agents atmosphériques il a changé de nature.

Les couches de houille sont presque toujours accompagnées au toit ou au mur, ou formant un ou plusieurs sillons parmi les sillons de charbon de la veine, d'un schiste bitumineux qui s'appelle *escaillage*.

Dans les houilles grasses, ce schiste est combustible; aux mines de Dourges, il sert exclusivement au chauffage des générateurs, au chauffage des ouvriers et l'hiver on en délivre gratis une certaine quantité aux pauvres d'Hénin-Liétard et des communes voisines. Ces sillons d'escaillage plus tendre que le charbon et plus facile à travailler parce qu'il se détache mieux, étant formé de petits fragments écailleux, luisants, facilitent beaucoup l'abattage de la houille. Certaines veines ne seraient pas exploitables avantageusement sans leur sillon d'escaillage.

Une veine exploitable est souvent accompagnée, à une faible distance, soit au toit, soit au mur, d'une petite veinule depuis 0,01 jusqu'à 0,20 et que l'on nomme le *voisin de la veine;* le

plus souvent ce voisin reste à la même distance de la veine sur de grandes étendues, quelquefois aussi il se rapproche de la veine et aide à faire la voie; il peut aussi arriver qu'on l'exploite avec avantage avec la veine.

MINÉRAUX CONTENUS DANS LE TERRAIN HOUILLER.

Les différentes roches du terrain houiller, les grès, les schistes et la houille, renferment en petits amas ou en minces couches des minéraux et minerais métalliques assez nombreux. Ces substances sont : *le fer carbonaté lithoïde, le fer sulfuré, la chaux carbonatée, le quartz hyalin et la pholérite.*

Fer carbonaté lithoïde; se trouve en rognons aplatis entre les feuillets plus ou moins contournés des schistes, ou bien en lits subordonnés. La couleur est grise ou noire, mais quelquefois brune et jaunâtre; il renferme en moyenne de 20 à 30 p. % de fer métallique.

Fer sulfuré; se trouve souvent en petits grains, principalement dans la houille et les schistes. Il nuit considérablement à la qualité de la houille et la rend quelquefois impropre à plusieurs usages économiques. C'est encore à sa présence dans la houille que l'on doit attribuer ces combustions spontanées, qui se développent de temps en temps dans les tas de ce combustible.

Cependant on a des exemples où cette inflammation a eu lieu dans des tas de houille qui ne paraissent pas contenir de ce minerai.

Chaux carbonatée; se rencontre cristallisée, principalement à proximité des failles; la chaux carbonatée laminaire se trouve en feuillets minces comme du carton dans les joints parallèles ou perpendiculaires à la stratification des couches de houille.

Quartz hyalin; s'y trouve en veines et même en cristaux assez volumineux mais principalement à proximité des failles, etc. J'ai trouvé dans des cuerelles près d'une faille des prismes terminés de quartz qui avaient plusieurs pouces de longueur.

Pholérite; se rencontre en abondance dans les fentes et autres cavités de toutes les roches qui accompagnent notre terrain houiller.

Dans les exploitations, quand elle se montre c'est un indice d'irrégularité et de voisinage d'une faille. Elle est d'un blanc très-pur, formée de petites écailles convexes et nacrées; elle est douce au toucher, friable, happe à la langue; elle fait pâte avec l'eau, elle est infusible au chalumeau. La pholérite est un hydrosilicate d'alumine. Sur cent parties elle contient:

Silice	40,750
Alumine	43,886
Eau	15,364
Total	100,000

Tels sont les différentes roches, les minéraux et minerais, dont l'ensemble forme notre terrain houiller.

DEUXIÈME PARTIE.

FAMILLES VÉGÉTALES DE L'ÉPOQUE HOUILLÈRE.

Il faut maintenant, avant d'entreprendre la description de chaque couche du terrain houiller connu aux mines de Dourges, donner quelques notions générales sur les familles végétales des plantes que l'on y rencontre. Comme je l'ai dit en commençant, c'est surtout sur les renseignements que vont fournir les plantes propres à chaque couche de houille, que l'on peut tirer les plus

grands avantages pratiques. Ces caractères paléontologiques devront servir de guide aux ingénieurs du Pas-de-Calais, qui voudront rechercher s'ils n'ont pas chez eux les couches des mines de Dourges ; car, à part les fosses N° 3 de Lens, N° 1 et N° 2 de Liévin et les fosses de Bruay, de Marles, de Ferfay et d'Auchy-au-Bois, qui exploitent des charbons flénus qui n'existent pas à Dourges, toutes les autres fosses placées au midi du bassin exploitent sans doute des veines connues et exploitées aux deux fosses Sainte-Henriette et Mulot ; et ces charbons flenus sont peut-être des mêmes veines qu'à Dourges avec une composition différente, puisque dans une même veine, à une fosse, le charbon n'a pas partout une composition identique et, à plus forte raison, sur une distance de plusieurs lieues.

Ce serait certainement un résultat important si l'on arrivait un jour à connaître l'ordre d'ancienneté des couches de tout le terrain houiller du Pas-de-Calais, depuis les plus anciennes, celles d'Ostricourt, de Carvin et de Meurchin, jusqu'aux plus récentes, celles de Marles. J'estime d'avance que l'on trouverait plus de 2,000 mètres d'épaisseur comprenant plus de 300 couches de houille, petites et grandes.

Le règne végétal, qui compte aujourd'hui plus de cent familles différentes, n'était représenté, à l'époque houillère, que par cinq ou six familles au plus ; mais ces familles étaient d'une grande richesse en genres et espèces, et les végétaux qui les composent si variés et si gracieux de formes qu'ils fournissent une flore importante, très-intéressante à étudier.

C'est aux travaux de Schlotheim, de Sternberg et d'Ad. Brongniart, que l'on doit la pose des fondements de l'étude des plantes fossiles ; ils se sont aidés des analogies qu'offrent les plantes actuelles. Ces naturalistes ont étudié les végétaux fossiles, dans les mines de Bohême, de Prusse, de Belgique, de France et d'Angleterre : ils ont trouvé quelques centaines d'espèces dont ils ont donné la description.

Ce que je cherche dans ce travail, c'est moins la description des plantes que j'ai rencontrées, et que mon manque de connaissances en histoire naturelle m'empêcherait de traiter avec toute la compétence voulue, que la répartition de ces plantes dans les différentes natures de charbon. Ce n'est même qu'une ébauche qui montrera la voie dans laquelle les géologues peuvent hardiment se lancer; car, outre l'attrait de cette étude, on finira par trouver des conclusions pratiques qui rendront de grands services à l'exploitation des gisements de houille.

ÉQUISÉTACÉES.

Les plantes de cette famille avaient leurs racines traçantes, et la tige cylindrique ou conique était creuse, fistuleuse, striée ou sillonnée et formée d'articles unis les uns aux autres, chacun d'eux étant muni à sa base d'une gaîne dentée qui termine l'article précédent et remplace les feuilles. Cette famille était représentée à l'époque houillère par les *Calamites*, nom qui vient de Calamus, genre de palmiers; c'est à tort que l'on a pris cette comparaison; la tige ressemble bien à celle d'un palmier, mais puisque les feuilles sont différentes, ces comparaisons peuvent induire en erreur.

Dans les mines de charbon, on trouve des végétaux dans une position normale à la couche, à la même place où ils ont vécu; ce sont surtout des *calamites* qu'on rencontre le plus souvent; leur diamètre augmente en s'éloignant de la base; ils pénétraient dans le sol par la partie amincie; leur tête, par sa forme, devait rappeler celle d'une queue de cheval; leur tige creuse est terminée par les organes de fructification. La racine repose souvent sur la couche de charbon et la tige traverse perpendiculairement le toit. En sciant un calamite perpendiculairement à l'axe, la section représente un arbre dont l'écorce serait complètement transformée en charbon, c'est ce qui a fait dire à certains auteurs que le carbone de l'arbre s'était porté à la surface.

Il n'en est rien : Les calamites, de même famille que les prêles actuels, étaient comme eux, avec de plus grandes dimensions, des roseaux cylindriques creux, qui, immergés dans l'eau boueuse, se sont remplis à l'intérieur d'argile noire ou de sable formant les schistes et les grès houillers, et la partie solide du roseau s'est changée en charbon par les mêmes causes qui ont transformé en charbon les végétaux composant la couche de houille.

La surface extérieure des calamites est donc recouverte par une couche de charbon très-régulière, d'une épaisseur plus ou moins grande, mais très-uniforme. Tantôt cette écorce suit toutes les modifications de formes du noyau et porte les mêmes caractères, tel est le cas du *Calamites Suckovii;* tantôt l'écorce est charbonnée, et alors elle est plus épaisse, n'offre plus à l'extérieur les mêmes caractères que le noyau qu'elle recouvre; elle est parfaitement lisse et ne présente aucun indice d'articulation, tandis que le noyau offre des articulations très-nettes et des sillons longitudinaux plus ou moins réguliers.

Les sillons des *Calamites* alternent toujours avec ceux de l'article voisin, comme dans les prêles actuels.

Pour distinguer les espèces on se base sur la forme des côtes et des sillons, tant à la surface externe que sur le noyau intérieur et sur l'épaisseur et la disposition de cette écorce.

Les tiges de calamites sont souvent stériles : les verticilles qui accompagnent les plantes actuelles de la même famille, ne se retrouvent pas dans les empreintes de calamites, sans doute parce que l'on ne trouve pas souvent le sommet de l'arbre où les verticilles devaient former un rameau au moment où l'arbre a subi l'arrêt dans sa végétation. Ce n'est que par analogie avec les Prêles qu'on suppose aux *Calamites* des épis de fructification, car on n'a encore rien trouvé parmi les plantes fossiles qui se rapporte à ces organes.

Tous les ouvrages de géologie parlent des arbres trouvés de-

bout aux mines de Treuil à Saint-Etienne et tous reproduisent le même dessin. A la fosse Sainte-Henriette, dans la veine Sainte-Cécile, près de la fosse, dans une galerie en descendant, sur une longueur de 60 mètres, on peut voir plusieurs Calamites (*Calamites pachydermai* le même que celui du Treuil) reposant par leur partie amincie sur la couche de charbon, traverser à peu près normalement le toit de schistes, de 3 mètres d'épaisseur. Traversent-ils les grès au-dessus? C'est probable; mais la preuve qu'ils sont bien là où ils ont vécu, c'est que ces calamites sont en grès. Ainsi ces arbres creux sont restés creux et debout tout le temps que s'est déposée la couche de schistes; puis, pendant le dépôt de la couche de grès, alors à l'état de sable, ce sable a pénétré à l'intérieur et est descendu dans le roseau jusque près des racines qui sont dans la couche de charbon.

Les calamites, qui formaient une grande partie des forêts de l'époque houillère, étaient des végétaux élancés et très-gracieux. Les prêles des marais ne sont qu'une image, en miniature, des grands prêles de l'époque houillère.

De nos jours la famille des Equisétacées s'étend depuis la Laponie jusqu'à la zône torride. Les espèces en sont nombreuses dans la zône tempérée; elles sont moins nombreuses, mais ont de plus grandes dimensions, dans les régions chaudes.

Dans le terrain houiller de Dourges, les calamites que l'on trouve dans les couches les plus anciennes ont de plus grandes dimensions que celles des couches supérieures. On peut donc admettre que l'accroissement dans les dimensions dépend de la température ou réciproquement par les plus grandes dimensions des calamites dans les couches de houille maigre, on peut prouver que la température était supérieure à celle de la formation des houilles grasses.

ASTÉROPHYLLITÉES.

Les astérophyllitées formaient autrefois une famille à part, mais ces plantes ont été étudiées plus complètement et elles sont maintenant considérées comme les branches des équisétacées; les feuilles à une seule nervure formaient autour de la tige d'élégantes collerettes. Les *sphenophyllum et les annulariées* à feuilles délicatement découpées et disposées comme les précédentes seraient aussi des mêmes organes.

FOUGÈRES.

Les fougères actuelles sont des plantes vivaces offrant l'aspect le plus gracieux dans la nature et les herbiers. Leur tige, réduite à une souche souterraine dans nos climats, émet une ou plusieurs feuilles radicales, nommées frondes ou feuillades, souvent pennées ou pennatifides, ordinairement roulées en crosse avant leur développement, particularité remarquable. Leurs fructifications sont encore plus extraordinaires : à part trois genres où elles se montrent en grappe, épi ou panicule, on les trouve toujours situées à la face inférieure des feuilles, tantôt couvertes d'un tégument, tantôt absolument nues, rarement bivalves, plus souvent munies d'un anneau articulé, qui par son élasticité facilite leur ouverture; leurs graines, nommées spores, sont arrondies, oblongues ou réniformes, mais toujours très-nombreuses et très-petites.

A l'époque houillère, il y avait comme aujourd'hui dans nos climats, des fougères herbacées; mais il y avait surtout des fougères arborescentes épanouissant largement leur feuillage de dentelle, comme on en rencontre sous les tropiques actuellement. C'était une végétation plus active que celle d'aujourd'hui; elle avait lieu dans des conditions atmosphériques exceptionnelles de chaleur et d'humidité.

Les empreintes de Fougères que nous trouvons, sont remarquables par l'expalmation parfaite des feuilles; les tiges sont plus rares; néanmoins on en trouve; mais toutes, tiges ou feuilles ne se rencontrent que parallèles aux couches, intercalées entre deux bancs et où les moindres détails de la feuille sont conservés avec une perfection étonnante. On peut constater enfin que les fougères de notre époque, dans nos climats, ne sont que les représentants rachitiques des fougères de l'époque houillère.

Ce que nous avons remarqué pour les équisétacées, au point de vue de la distribution géographique actuelle, s'observe aussi pour les fougères, et permet d'apprécier, jusqu'à un certain point, l'état et les conditions climatériques de la surface du globe, aux époques de formations de combustibles de natures différentes, d'après les renseignements que fournissent les fougères fossiles.

Ainsi, on sait qu'à l'époque actuelle, c'est sous l'équateur qu'on rencontre le plus grand nombre de fougères; il y en a 1,200 espèces; c'est aussi là qu'elles atteignent les plus grandes dimensions. Les circonstances les plus favorables à leur développement sont l'humidité, l'ombre et la lumière. Ces circonstances se rencontrent souvent combinées au plus haut degré dans certaines îles, petites et élevées, des mers tropicales, où l'air est continuellement chargé de l'humidité qui se dépose sur les montagnes et maintient le sol dans un continuel état de fraîcheur.

Comme preuve que la température était supérieure, pendant la formation des houilles moins grasses, à celle des houilles grasses, c'est que les fougères sont plus abondantes dans les premières que dans les secondes. La température du globe suivait donc toujours la loi de décroissance.

La classification des fougères vivantes est fondée sur les caractères variables des capsules qui contiennent les séminules et

sur la disposition de ces capsules en groupes de formes diverses sur la surface inférieure des feuilles. Mais sur les plantes fossiles il faut chercher d'autres caractères pour former une classification, car les caractères ci-dessus sont presque toujours indéterminables. Les divisions furent fondées sur la forme des feuilles et le mode de distribution des nervures de ces organes. Les feuilles des fougères sont rarement simples, presque toujours elles sont une fois, deux fois ou trois fois pennatifides, à divisions plus ou moins profondes. Les dernières divisions portent le nom de pinnules, elles ne sont presque jamais articulées sur le pétiole commun.

Les différents genres de fougères fossiles que nous avons rencontrés dans le terrain houiller de Dourges, sont :

Les Pecopteris dont les pinnules sont simples ou semi-pennatifides, à lobes égaux, nervules peu obliques sur la nervure moyenne. Dans ce genre les pinnules sont adhérentes par leur base.

Les Sphenopteris dont les pinnules sont profondément lobées, à lobes décroissants, divergents, nervures bifurquées ou bipennées obliques.

Les Nevropteris, dont les pinnules sont entières et symétriques ; *les Cyclopteris*, qui n'ont pas de nervure principale et dont les nervules sont pédées.

Les Pachypteris, remarquables par l'absence des nervures, ou plutôt leur immersion dans le parenchyme empêche de les voir extérieurement ; les pinnules ont une forme ovale lancéolée.

Il y a d'autres genres que nous n'avons pas rencontrés dans le terrrain houiller de Dourges, tels que *les Odontopteris*, *les Hymenopteris*, *les Teniopteris*, *les Glossopteris*, *les Loxopteris*, *les Clathropteris*, *les Phlebepteris*, *les Cheiropteris*, *les Schizopteris*, *les Lonchopteris*, *les Leptopteris*.

LYCOPODIACÉES.

Cette famille forme actuellement des plantes vasculaires, touchant aux mousses de très près, par ses petites feuilles entières, acérées ou imbriquées, quelquefois même terminées par un poil. Elle renferme des plantes vivaces, herbacées, à tige rameuse, souvent dichotome, couchée radicante au moins dans sa partie inférieure. Leurs fructifications se composent de capsules crustacées, très-petites, placées le long de la tige, à l'aisselle des feuilles, ou à l'aisselle de petites bractées, et alors disposées en épis terminaux ; ces capsules sont tantôt uniformes, tantôt de deux sortes : les unes à deux battants, remplies d'une poussière inflammable, très-fine et très-abondante, les autres plus rares, s'ouvrant à 3-4 valves et contenant ordinairement 4 corps globuleux, rudes, marqués au-dessous de trois côtes saillantes.

Cette famille est représentée, à l'époque houillère, par les *Lepidodendrons* et les *Sigillaria*. Les premiers formaient des arbres très-grands, écailleux, de vrais serpents végétaux ; recouverts de mamelons rhomboïdes qui leur donnent cette apparence écailleuse, et sur lesquels se voient la place d'insertions de vaisseaux. Le tronc de l'arbre était couvert de feuilles placées géométriquement en spirales ; ces feuilles étaient réduites à un simple poil dans beaucoup d'espèces.

Les spires formant les hélices autour des arbres ne sont pas toujours du même côté ; certaines espèces ont les spires à gauche et d'autres à droite.

Les empreintes de lepidodendron donnent de très-beaux dessins ; les écailles ont des contours très-réguliers.

Dans le terrain houiller on trouve surtout les lepidodendrons dans les positions parallèles aux couches ; si, par exception, on en rencontre debout, ils sont déformés.

Les toits des veines de charbon gras renferment en général beaucoup de lepidodendrons et dans les empreintes le végétal

est transformé en houille pure, d'une épaisseur de 1 à 2 millimètres ; tandis que les calamites donnent une épaisseur moindre et les fougères une couche mince comme du papier ; l'épaisseur de la partie solide des lepidodendrons était donc plus grande que chez les calamites.

Les Sigillaria étaient des arbres creux dont l'intérieur était peut être rempli d'une substance molle qui ne résistait pas longtemps à la décomposition quand l'arbre était déraciné. Sur l'enveloppe on remarque des cannelures longitudinales plus ou moins larges, sur le milieu desquelles on retrouve des cicatrices laissées par la chute des feuilles, analogues à celles d'un cachet et disposées en spirales, ce qui donnait à ces arbres colossaux l'aspect le plus curieux. On voit sur chaque cicatrice les ouvertures par où les vaisseaux vasculaires traversaient l'écorce, pour mettre les feuilles en communication avec l'axe de la plante. Le sommet de l'arbre ne devait porter aucun rameau à cause de la trop faible épaisseur de l'écorce ; l'arbre se terminait donc brusquement comme les cactus actuels. Tout le tronc de l'arbre était couvert de feuilles rangées les unes au-dessus des autres sur des lignes parallèles. Comme dans la nature le développement considérable d'un organe nuit à celui des autres parties, c'est pourquoi, s'il n'y a pas de branches, l'arbre a une grande hauteur. Le diamètre est presque le même en haut qu'en bas ; à mesure que la plante s'accroît, elle s'élève par l'allongement des parties déjà formées, même très-anciennement, et par la formation de nouvelles parties résultant du bourgeon terminal ; c'est ce que prouvent l'allongement des cicatrices des feuilles et surtout leur distance considérable comparée à leur grandeur et à leur position rapprochée dans le haut de la même tige. Cette différence entre la partie supérieure et inférieure est très-importante à remarquer afin de ne pas considérer, dans la détermination des espèces fossiles, comme espèces distinctes, des portions différentes de la même tige.

M. A. Brongniart a fait de grands efforts pour démontrer que les sigillaria étaient les troncs des fougères. Dans la veine N° 5, au nord, fosse Sainte-Henriette, où les fougères sont d'une abondance remarquable, on y rencontre quelquefois des troncs de fougères ayant quatre à cinq centimètres de diamètre et dont la surface ne porte la trace que de minces filaments comme des cheveux ; de plus les sigillaria font complètement défaut dans le toit de cette veine.

On n'a pas jusqu'ici retrouvé de feuilles de sigillaria qui soient demeurées fixées au tronc ; on ne peut donc faire que des conjectures sur la nature de ces organes.

L'absence des feuilles fait présumer qu'elles quittèrent leur point d'attache pendant le transport des sigillaria, et que ces organes étaient de nature décomposable comme la pulpe intérieure des troncs.

Les sigillaria ont vécu toute la période houillère, car on les trouve dans les charbons maigres comme dans les gras ; il y a des variations dans les espèces qui sont différentes pour ces qualités de charbon.

Les sigillaria ont puissamment contribué à la formation de la houille, car ce sont les empreintes aplaties des végétaux de cette famille qui ont la plus grande épaisseur en charbon ; certaines espèces ont jusqu'à quatre millimètres.

Le point d'attache des feuilles laisse aussi une trace à l'intérieur du tronc, et on voit correspondre à chaque cicatrice deux ouvertures de forme oblongue et parallèles, par lesquelles les vaisseaux de la feuille pénétraient dans le tronc. Il faut bien faire attention, quand on trouve l'empreinte intérieure et l'empreinte extérieure, de ne pas en faire deux végétaux distincts.

La largeur absolue des cicatrices et des côtes, la nature de la partie qui sépare les cicatrices telles que la profondeur des sillons entre les côtes, la forme de ces côtes et les stries ou les aspérités qu'elles présentent sur leur partie moyenne dans l'es-

pace qui sépare les cicatrices, l'épaisseur de l'écorce charbonnée ont formé les éléments pour distinguer les espèces.

On trouve des sigillaria dans une position normale aux couches ; dans ce cas les compartiments de l'écorce sont déformés. Comme spécimen on peut voir, au Musée de Douai, un beau sigillaria, trouvé en 1828 à la fosse Bleuze-Borne, à Anzin, et offert par M. Jennigs.

STIGMARIA.

On a donné le nom de stigmaria à des plantes que l'on trouve quelquefois dans le toit, mais surtout dans le mur des couches de houille ; elles sont cylindriques et la surface est ridée et recouverte de tubercules disposées en spirales. Chaque tubercule donnait naissance à une feuille cylindrique et probablement charnue, qui s'étendait à une certaine distance de la branche. Les stigmaria étaient sans doute des plantes aquatiques qui se traînaient sur la vase des marécages ou qui flottaient à la surface des lacs. La forme du tronc prouve que ce n'étaient pas des végétaux qui croissaient et se soutenaient dans l'air.

J'ai vu dans quelques ouvrages que les stigmaria étaient regardés comme les racines des sigillaria ; or, j'ai trouvé dans le toit de la veine N° 5 au nord de la fosse Sainte-Henriette, un stigmaria et il serait assez curieux que ce végétal appartînt aux sigillaria, car le toit de cette veine renferme beaucoup d'empreintes des différentes familles, excepté les sigillaria, qui sont absents.

Généralement les stigmaria sont en plus grande abondance dans le mur des veines ; dans ce cas leur surface est déformée et ridée en tous sens. Je crois que les restes des végétaux qui entrent dans la pâte du mur des veines et qui caractérisent si bien cette roche, ne sont autres que les feuilles de stigmaria.

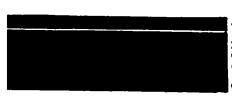
TROISIÈME PARTIE.

DESCRIPTION DES VEINES DU TERRAIN HOUILLER DE DOURGES ET DE TOUTES LES PLANTES QUE L'ON Y RENCONTRE.

Dans la description des veines, nous nous attacherons à donner les caractères les plus importants, tels que l'épaisseur de la veine dans les parties régulières, sa disposition en sillons de charbon, d'escaillage ou de terres ; la nature des terrains encaissants, quand ils sont remarquables, et enfin les principales empreintes rencontrées dans le toit.

Dans une étude géologique on commence souvent par les couches inférieures, c'est-à-dire les plus anciennes ; ici nous trouvons un avantage à dévier à cette règle, parce que tous les jours on découvre aux mines de Dourges des couches de plus en plus anciennes et que chaque fois qu'on voudrait compléter cette étude on changerait de point de départ, tandis qu'on ne connaîtra de longtemps encore des couches plus récentes à celle formée la dernière aux fosses actuelles ; ces couches supérieures existent dans la partie ouest de la concession.

FAISCEAU DES CHARBONS TRÈS-GRAS.



Veine Sainte-Barbe. — Par suite du renversement des couches, la veine Sainte-Barbe, quoique placée au milieu des veines de la fosse Mulot, est la veine du terrain houiller de Dourges qui a été formée la dernière, c'est donc par elle que nous commencerons la description.

Elle fut trouvée la première fois dans un puits d'aérage indiqué sur la coupe, partant de la veine N° 9, vers le veine N° 8.

En cet endroit, très-près du point où elle s'appuie sur la faille qui sépare les terrains en place des terrains renversés, elle avait 1^m50 d'épaisseur. La galerie à travers bancs du nord au niveau de 190 mètres (dite bowette), la rencontra quelque temps après n'ayant plus que 1^m00 et enfin la galerie à travers bancs sous le tourtia (dite bowette du nord sous le tourtia) la trouva n'ayant plus que 0^m50. Dans les conditions où elle est au passage des bowettes, entre la faille citée plus haut et la grande faille séparant les deux faisceaux de veines très-grasses et grasses, il était impossible qu'elle fût régulière. Plus tard on a cherché ce qu'elle pouvait être en s'éloignant de la grande faille; un puits de recherche fut fait, toujours partant de la veine N° 9 et sous les travaux réguliers de la veine N° 7 et la veine Sainte-Barbe y fut trouvée avec une épaisseur de 0^m60.

Dans les différents endroits où on l'a étudiée, elle était formée de deux sillons inégaux séparés par un mince lit de schistes. Le mur est très-dur et le toit sans empreintes est rubanné de fer carbonaté.

On trouverait sans doute des empreintes, si on établissait des travaux importants dans cette veine, car jusqu'ici on n'a vu le toit que sur quelques mètres carrés.

Postérieurement à la veine Sainte-Barbe, il y eut encore un dépôt de schistes formant le toit de la veine, puis deux bancs de grès houiller, l'un de trois mètres et l'autre de un mètre, séparés par des schistes de 0^m40 d'épaisseur et enfin, recouvrant les grès, un banc de schistes d'épaisseur inconnue.

Veine de 0^m60. — Elle est ainsi appelée parce que dans le puits d'aérage qui a rencontré la veine Sainte-Barbe, elle avait 0^m60 d'épaisseur en un seul sillon massif. Dans les deux travers bancs du nord, au niveau de 190 mètres et sous le tourtia, elle avait 0^m50. Sa distance à la veine Sainte-Barbe est de quatre à cinq mètres

formés de schistes très-durs ferrugineux ou cuerelleux (schistes passant au grès houiller).

On ne connaît pas les empreintes du toit de cette veine ; s'il y en avait dans les endroits où on l'a trouvée, on ne les a pas recueillies

[redacted] *Voisin de la Veine N° 8.* — Cette veinule de 0m15 à 0m20 est éloignée de cinq mètres environ de la veine de 0m60 et d'autant de la veine N° 8 ; tous ces terrains sont des schistes ordinaires n'offrant rien de particulier.

[redacted] *Veine N° 8.* — Cette veine est formée d'un seul sillon de charbon de 0m80 d'épaisseur et 0m10 d'havrit [1] au toit. Elle n'est encore connue que renversée ; où elle a été en exploitation elle se travaillait bien, l'havrit étant sous la veine par suite du renversement. A l'est, l'exploitation a été arrêtée par la faille de séparation avec les terrains en place et, à l'ouest, près de la grande faille qui arrête les charbons très-gras, la veine s'est amincie et a été inexploitable. L'on n'a pas non plus d'empreintes du toit de cette veine ; du reste dans une veine renversée le toit est au mur de la veine et les facilités d'en trouver ne sont pas les mêmes que pour les veines en position naturelle.

A quelques mètres au mur de cette veine, il y a un banc de cuerelles très-dures de 15 mètres d'épaisseur, sous lequel le travers banc du nord au niveau de 190 mètres a rencontré du charbon paraissant appartenir à une veine ; à cause d'un rejet, ces cuerelles et ce charbon ne se trouvent pas au tourtia au passage de la galerie. Dans la fosse ces cuerelles sont rencontrées sans charbon, de sorte qu'il est probable que cette petite

[1] *Havrit*, schistes tendres, charbonneux ou terreux, accompagnant souvent une veine et aidant beaucoup le travail de l'abattage.

veine forme un dépôt de peu d'étendue sous les cuerelles ; c'est, du reste, un cas qui se présente souvent dans le terrain houiller, pour des veinules de peu d'importance.

Veine N° 7. — De toutes les veines exploitées à la Fosse Mulot dont on ne connaît que les droits [1], la veine N° 7 est la plus belle; elle s'est longtemps maintenue avec une épaisseur de 0^m90, formée de deux sillons de 0^m40, séparés par un lit d'escaillage. A cause du renversement, le voisin se trouvait être au toit de la voie et aidait beaucoup à la faire ; quand il se rapprochait de la veine on l'exploitait avec elle. On ne connaît pas non plus les empreintes du toit de la veine N° 7, pour les mêmes raisons que pour la veine N° 8.

Veine N° 6. — La veine N° 6 est formée de 3 sillons de charbon et de deux lits d'escaillage. Le sillon du mur a 0^m30, il est séparé du second sillon, qui a 0^m20 par 0^m05 d'escaillage ; vient ensuite 0^m10 d'escaillage et enfin le troisième sillon de 0^m10. L'épaisseur totale est donc de 0^m75, comprenant 0^m60 de charbon et 0^m15 de matières étrangères. Cette veine n'a jamais servi qu'à des travaux d'aérage ; elle est très-rapprochée de la veine N° 7, il n'y a que 3 à 5 mètres de distance en schistes ; aussi arrivait-il souvent dans l'exploitation de la veine N° 7 qu'à la rencontre d'une faille, la veine N° 6 venait se présenter dans la voie de recherche . chaque fois on y faisait un essai pour reconnaître si elle était exploitable et on n'a jamais jugé qu'on pût en retirer aucun bénéfice. Etant renversée ; le mur qui la recouvre, par sa nature ébouleuse exige un boisage coûteux. Le toit est composé de schistes très-charbonneux dont

[1] Partie de veine qui est renversée, c'est-à-dire qui a toit au mur et mur au toit.

quelques strates sont complètement formées d'empreintes de *Pycnophyllum*, s'enlevant avec l'ongle par couches minces comme du papier.

Veine N° 5. — Elle est comme la précédente formée de trois sillons, celui du mur a 0m05, séparé du second sillon qui a 0m15 par 0m05 d'escaillage ; le troisième sillon au toit a 0m30, il est séparé du second par un lit d'escaillage de 0m05. Cette veine est distante d'une dizaine de mètres de la précédente ; cette épaisseur est formée de schistes contenant deux filets noireux ayant chacun toit et mur. Au début de la mise en exploitation de la Fosse Mulot, la veine N° 5 a servi pour établir les premiers travaux d'aérage. Dans la région ouest, à l'extrémité des travaux de la veine N° 7, on a trouvé une veine que l'on croit être la veine N° 5 et dans laquelle on a ouvert une exploitation, mais qui n'a pas eu une grande importance. Pour apprécier convenablement les deux veines N° 5 et N° 6, il faudrait les connaître en place, dans une partie régulière, car en outre que par le renversement, de nombreuses failles se sont produites, il y a eu en plus un véritable laminage, qui fait que l'épaisseur des veines dans les parties renversées n'est souvent que les 2/3 de l'épaisseur des veines en position naturelle.

Passée. — Cette veinule de 0m20, éloignée de 8 mètres de la veine N° 5, nous offre le premier exemple d'une veine avec un toit de cuerelles ; ce banc de cuerelles a environ 2 mètres d'épaisseur ; au-delà et près du mur de la veine N° 5 se trouve une couche de schistes très-charbonneux de 0m50 de puissance.

Veine N° 4. — La veine N° 4 a 0m40 en un seul sillon massif ; elle a été rencontrée

dans la Fosse, puis par la galerie à travers bancs au nord sous le tourtia et enfin par la galerie à travers bancs au sud au niveau de 190 mètres ; elle n'a eu nulle part une épaisseur qui permît de l'exploiter, elle est distante d'environ 6 mètres de la passée précédente ; ce sont des schistes n'offrant rien de particulier ; le mur de cette veine est très-dur et peu épais, les cuerelles sur 4 à 5 mètres d'épaisseur que l'on trouve ensuite en sont peu éloignées.

[redacted] *Voisin de la veine N° 3.* — Cette petite passée a toit et mur, elle a environ 0^m10 ; est éloignée de 16 mètres de la veine N° 4 et de 1 mètre à 1^m50 de la veine N° 3. Le voisin d'une veine, s'il présente des inconvénients en ce qu'il rend les roches voisines au toit beaucoup plus tendres et par suite plus ébouleuses, présente l'avantage dans les recherches de veine de donner un caractère important pour se reconnaître.

[redacted] *Veine N° 3.* — La veine N° 3 a servi à l'origine de l'exploitation de la Fosse Mulot à faire des travaux d'aérage ; elle est très-rapprochée de la suivante, la veine N° 2, et il est arrivé plusieurs fois que dans l'exploitation de cette dernière on faisait des essais dans la veine N° 3. On a toujours constaté que c'était une veine sans importance, généralement formée de deux sillons, celui du mur de 0^m20 et celui du toit de 0^m10, séparés par un lit de 0^m10 d'escaillage.

[redacted] *Veine N° 2.* — C'est la première veine rencontrée dans la Fosse Mulot à six mètres sous le tourtia, elle avait une épaisseur de 0^m50 en un seul sillon massif ; le charbon est de belle qualité et d'une grande pureté ; dans une analyse qui a été faite on a trouvé 2 % de cendres. Cette veine fut exploitée au début de la Fosse Mulot, et sans

toutes les failles elle eût donné certainement un bénéfice à l'exploitant, surtout près de la Fosse où le roulage des charbons est peu coûteux et l'entretien des travaux, de faible importance. A 1 mètre au mur de cette veine se trouve un banc de cuerelles de 7 mètres de puissance ; par suite du renversement, dans l'exploitation ces cuerelles étaient au ciel des galeries ; il est arrivé souvent que ces cuerelles reposaient sur la veine, c'était là un indice d'irrégularité ; car aux mines des Dourges on n'observe la veine reposant immédiatement sur les cuerelles que là où elle est étreinte, ce fait est fréquent pour la veine Saint Louis dont nous parlerons plus loin.

1re *veine du Midi.* — Elle est plutôt la réunion de 2 veines. La première, celle au mur, a 2 sillons, l'un de 0m20 et l'autre de 0m25, séparés par 0m05 d'escaillage ; puis un banc de schistes durs de 0m50 la sépare de la veine supérieure formée d'un seul sillon massif de 0m40 d'épaisseur. Cette veine est trouvée renversée par la galerie à travers bancs au sud au niveau de 240 mètres ; on a essayé de l'exploiter complètement, mais les terres du milieu étant très-dures on a dû y renoncer. On a cherché alors à ne prendre que l'une des deux veines, celle formée de deux sillons ; on a retiré quelques avantages sur une longueur d'une centaine de mètres ; à cette distance l'épaisseur ayant encore diminué, les travaux ont été arrêtés. Elle a aussi servi, à la Fosse Mulot, à établir la deuxième communication d'aérage au sud des deux niveaux d'exploitation.

2e *veine du Midi.* — Cette veine ne passe dans les travers bancs au sud à la Fosse Mulot que près des failles, aussi n'a-t-elle pu encore être étudiée. Là où elle paraît régulière, elle est formée de 2 sillons, l'un de 0m30 et l'autre de 0m20, séparés par 0m10 d'escaillage. La

deuxième veine du midi termine la série des veines de la Fosse Mulot dont on ne connaît encore que les droits. On suppose que très à l'ouest, dans la direction des Fosses de Billy-Montigny, les plats doivent se former. Et il n'y a pas de doute que beaucoup des veines que je viens de décrire, qui ne sont pas exploitables ici, seront dans d'excellentes conditions, lorsque on les trouvera en position naturelle où elles n'auront subi aucun étirement.

Veine N° 9. — Il est difficile de donner, d'une manière exacte, l'épaisseur moyenne de la veine N° 9, car il arrive que cette épaisseur diminue tellement que la veine n'est plus exploitable; puis, comme conséquence, à quelques mètres au-delà, l'épaisseur atteint 3 et 4 mètres. Quand la veine a 1 mètre environ on a l'habitude de dire qu'elle a sa véritable épaisseur. Dans tous les cas, cette veine est toujours formée d'un sillon massif avec un faux toit de terres noires de 0^m10 à 0^m20 d'épaisseur tombant avec le charbon dans l'abattage. La veine N° 9 est en exploitation depuis le commencement des travaux de la Fosse Mulot ; elle fournit un charbon très-pur, recherché par les usines à gaz; le tout-venant n'est pas gailleteux comme beaucoup des charbons du faisceau très-gras, mais il est de bonne composition. La veine N° 9 est rencontrée dans la Fosse Mulot immédiatement après la faille de séparation des terrains renversés ; elle est presque horizontale, plonge un peu vers l'ouest ; au nord elle s'appuie sur la grande faille qui sépare le premier faisceau du second ; une remarque importante c'est qu'elle n'est pas exploitable à 100 mètres environ de cette faille. Au sud elle vient toucher à la première des failles ci-dessus et il se forme un crochet dans lequel se trouve une grande masse de charbon.

(A la Fosse N° 1 de Liévin, après les terrains renversés, la

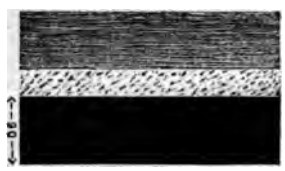
veine Eugène, que l'on rencontre ensuite, se comporte exactement de la même manière.)

La veine N° 9 ne s'arrête pas là ; plus au sud encore, la veine est rejetée sous le niveau de 240 mètres, puis reparaît et fait le crochon ; le droit revient au nord, au milieu d'une série de failles, faire son affleurement au tourtia. Cette seconde partie a porté et porte encore le nom de veine du Crochon, car on a cru pendant longtemps qu'elle était une veine spéciale. Le toit s'entretient généralement bien ; mais dans les galeries où la veine avait une grande épaisseur il y a naturellement un plus grand affaissement. Dans les anciennes galeries, ce que l'on observe à chaque pas, ce sont de gros troncs de sigillaria qui se sont détachés du toit. Les empreintes les plus communes appartiennent aux familles des fougères (*genre Pecopteris*), des Sigillaria et des Lépidodendrons.

[redacted] *Veine N°* 10. — Elle est formée de deux sillons superposés sans interposition de schistes, celui du mur a 0m·15 et celui du toit 0m·30. Elle est rencontrée dans la fosse Mulot à 240 mètres de profondeur et se trouve par conséquent dans la chambre du second accrochage. On y a commencé au début de l'exploitation quelques travaux qui n'ont donné aucun bon résultat. Cette veine est souvent accompagnée au toit, de schistes noirs très-éboulueux, qui rendent le boisage très-coûteux, de plus l'absence de schistes tendres entre les deux sillons (havrit) la rend très-difficile à travailler. Comme la veine N° 9, elle s'appuie au nord sur la grande faille qui sépare les charbons des deux premiers faisceaux et au midi elle se replie sur elle-même pour affleurer au tourtia.

[redacted] *Veine N°* 11. — Cette veine est la dernière recoupée dans la fosse Mulot, l'approfondissement a été arrêté

quelques mètres en-dessous; elle a servi à faire l'albracque [1] ou réservoir d'eau; l'épaisseur est d'environ 0m·40, formée de deux sillons égaux et adhérents; elle n'est pas plus exploitable que la précédente. Prochainement elle doit être trouvée par la galerie à travers bancs du sud au niveau de 180 mètres à la fosse Sainte-Henriette, dans une partie régulière, et il est possible qu'en ce point, distant de 1000 mètres du lieu où elle est connue à la Fosse Mulot, elle soit dans de meilleures conditions.



Veine l'Éclaireuse. — Elle est formée d'un magnifique sillon de 0m·90 de puissance, généralement recouvert d'un banc de schistes à texture de mur de 0m·30 d'épaisseur, puis plusieurs sillons d'escaillage et de charbon; le toit proprement dit de la veine ne vient qu'après. Comme on le voit, la veine l'Éclaireuse est très-facile à reconnaître à première vue; elle est en exploitation aux deux fosses à 800 mètres de distance et est exactement dans les mêmes conditions. Le charbon est de qualité supérieure, très-gailleteux, très-pur et propre à la fabrication du gaz. Dans le travail de l'abattage on retient les schistes qui recouvrent la veine, ce qui exige beaucoup de bois; il en est de même pour les galeries provisoires; mais dans les grandes galeries pour chevaux, le ciel de la voie est le toit de la veine, qui est très-dur et s'entretient parfaitement. Le premier banc de toit renferme en grande quantité *le Lepidodendron aculeatum* (pl. II, fig. 2), on rencontre à chaque pas les débris de ce végétal. Immédiatement au-dessus, dans le second banc, se trouve aussi en très-grande abondance des pennes et surtout des pinnules du *Sphenopteris irregularis*

[1] Galerie horizontale faite au fond de la fosse pour augmenter la capacité du réservoir d'eau.

(pl.II, fig. 4), (*Sternb.*)Quand il faut abattre le premier banc de toit pour faire la galerie, c'est cette empreinte qui tapisse le plafond. A 3 mètres de la veine, dans les schistes, on trouve un beau calamites *Calamites Suckowii* (pl. II. fig. 1), connu aussi au puits Saint-Charles à Anzin. Ce calamites paraît avoir été comprimé dans le sens de la longueur, car il porte des replis nombreux, qui semblent indiquer combien la paroi était mince et faible. Enfin à 4 mètres de la veine, on trouve, une empreinte assez rare, voisine du *Sigillaria obliqua* (pl. II, fig. 3), propre aux terrains houillers d'Amérique. Les cicatrices d'insertion des feuilles ont une position très-oblique et la tige porte des stries oudulées. Ce végétal vivait déjà à l'époque de formation des charbons demi-gras, car on le trouve, quoique rarement, dans le toit de la veine N° 5 au nord, à la fosse Sainte-Henriette. *Le Sphenopteris irregularis* existait aussi pendant cette même formation et il apparaît de nouveau dans le toit de la veine à sillons.

Dans les schistes interposés au milieu des sillons de charbon ou d'escaillage, ce sont des sigillaria qui composent toute la flore.

Voisin de l'Éclaireuse. — Ce n'est qu'un filet de charbon de $0^{m}\cdot05$, éloigné de 3 mètres environ au mur de la veine, mais remarquable par les belles empreintes *du Sigillaria elliptica* (pl. III, fig. 4), connu aux mines d'Alais et de Saarbruck et du *Sigillaria intermedia* (pl. III, fig. 3), comme aux mines d'Anzin. L'espace compris entre deux cicatrices est plus grand que dans l'espèce précédente et cet espace est marqué de rugosités très-serrées et très-saillantes.

Veine Brillante ou veine du Droit. — Cette veine porte le premier nom à la fosse Sainte-Henriette et le second à la fosse Mulot. A la première fosse où elle est rencontrée par les deux travers bancs au sud, aux niveaux

de 180 mètres et de 210 mètres, elle est formée d'un seul sillon de charbon de 0,50 de puissance et 0,30 d'escaillage au mur; cet escaillage n'existant pas à la fosse Mulot, où la veine du Droit fut exploitée, on a dû arrêter les travaux, car l'abattage du charbon était trop difficile. A la fosse Sainte-Henriette, dans un essai que l'on a fait, on a pû constater que le toit s'entretient bien et qu'il renferme en abondance des empreintes de *Pycnophyllum*, comme dans la veine N° 6, déjà décrite.

Veine Botty. — Elle est connue aux deux fosses, où elle a exactement la même épaisseur de 0,40, en un seul sillon, avec un peu d'escaillage au mur. A la fosse Mulot, elle a servi à établir des travaux d'aérage pour le travail des veines plus au sud, et dans ces différents travaux, la veine Botty avait partout un toit de cuerelles. Jamais, même dans le crochon, l'épaisseur en charbon n'augmenta pour permettre de l'exploiter avantageusement.

Veine à 3 sillons. — C'est la plus belle veine connue jusqu'ici aux mines de Dourges et doit être une des plus avantageuses du bassin du Pas-de-Calais. Comme son nom l'indique, elle est formée de 3 sillons de charbon séparés par deux lits d'escaillage. Tous ces sillons de charbon ont généralement pour épaisseur, en commençant par celui du mur :

Charbon 0,60, escaillage 0,10, charbon 0,20, escaillage 0,20 et charbon 0,40.

Cette disposition en sillons favorise beaucoup la production du gros, et on obtient jusqu'à 60 % de gros ou de gailleteries. Le charbon est très-dur, c'est dans le sillon du mur que l'on a pris le bloc de 2,200 kilog. qui était à l'exposition du Comice agricole du canton de Carvin. Cette veine est exploitée à la fosse Mulot depuis sept ans. Elle est toujours plus belle et plus

régulière dans le plat que dans le droit ; de plus les travaux du plat s'entretiennent mieux que ceux du droit où le voisin au mur de la veine diminue l'adhérence des roches qui forment le ciel de la galerie.

Dans le crochon le charbon de la veine à 3 sillons a une texture différente.

Les empreintes les plus communes que l'on trouve dans le toit sont :

Le Sphenopteris irregularis (pl. II, fig. 4), très-abondant dans la veine N° 5 au nord, des charbons demi-gras et la veine l'Eclaireuse des charbons très-gras.

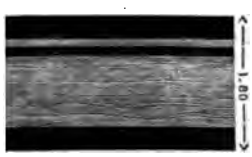
Le Nevropteris gigantea (pl. VII, fig. 1), vivant aussi à l'époque de formation de la veine N° 5 au nord.

Le Pachypteris (pl. VI, fig. 4), trouvé aussi dans le toit de la veine N° 5 au nord.

Le Sphenophyllum (pl. VIII, fig. 1), tenant aussi une grande place dans la flore du toit de la veine N° 5 au nord.

On trouve aussi des *Lepidodendrons* que je n'ai pu encore déterminer.

Voisin de la veine à 3 sillons. — Ce voisin est à un mètre ou deux au mur de la veine et l'accompagne toujours ; une particularité remarquable c'est que, quand la veine diminue d'épaisseur ou est en crain, le voisin est plus épais.



Veine Daubresse. — Elle est formée de deux petites veines séparées par un banc de terres très-dures, de un mètre de puissance ; chacune d'elles n'est pas exploitable séparément et on ne peut les prendre ensemble à cause de leur éloignement.

La veine Daubresse est la dernière veine du faisceau très-gras qui soit connue aux mines de Dourges. Les travers bancs du sud à la fosse Mulot ne sont encore qu'à 600 mètres de la fosse et la limite présumée du terrain houiller est à 900 ou 1000 mètres. On peut donc admettre qu'il existe encore d'autres veines dans ce faisceau sous la veine Daubresse.

Il est même probable que l'on ne pénétrera pas de sitôt dans le faisceau des charbons gras ; et quand même on serait près de l'atteindre, ce serait une raison de plus d'aller à sa rencontre, car il renferme des veines qui ont fait la fortune de la fosse Sainte-Henriette et que nous allons décrire.

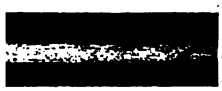
FAISCEAU DES CHARBONS GRAS.

Veine du nord. — Cette veine n'est encore connue qu'à la fosse Mulot, quoique l'on sache où elle est à la fosse Sainte-Henriette, mais c'est près des failles et il n'y a pas d'avantages à la chercher. A la fosse Mulot, elle a été exploitée près de la grande faille qui sépare les charbons gras des charbons très-gras. Le charbon est d'un seul sillon, massif, et d'une épaisseur de $0^{m}80$ environ, mais il est recouvert de deux à trois mètres d'escaillage et de terres tendres qui tombent comme des cendres. On peut cependant supposer que ce n'est qu'accidentel et que dans d'autres endroits, cette épaisseur de mauvais toit peut diminuer jusqu'à être inférieure à un mètre ; on aurait alors une veine dans des conditions avantageuses d'exploitation, car ce faux toit mis en remblais, laisserait un magnifique banc de charbon, très-propre et complètement détaché.

Le long de la grande faille citée plus haut, les terrains descendent à l'ouest et il se forme vers Billy-Montigny, de nouvelles veines supérieures à la veine du Nord. Aux deux fosses

Sainte-Henriette et Mulot c'est la veine la plus élevée dans la série des charbons de forges.

Veine Muller. — Elle est formée de deux sillons de 0m20 chacun, séparés par 0m10 d'escaillage. Elle est connue aux deux fosses et n'est exploitable ni à l'une ni à l'autre. A la fosse Mulot on a essayé de la travailler, mais le sillon supérieur adhère si fortement à la première strate du toit, qu'il est impossible, après l'abattage, de détacher ce schiste du charbon. Ce toit noir adhérent à la veine est extrêmement facile à reconnaître.



Veine de la place. — Est connue aux deux fosses, mais n'a encore été exploitée qu'à la fosse Mulot, où elle est souvent formée de deux sillons, dont l'un, celui du mur, a 0m30 d'épaisseur et est séparé par 0m30 de schistes noirs de celui du toit qui a 0m40. A l'approche des failles cette veine est toujours inexploitable et il arrive aussi, même dans des parties régulières, que l'exploitation n'est plus avantageuse.

Le toit est très-pauvre en empreintes. Il est formé de feuillets très-polis, d'une teinte noire très-pâle.

Petite veine du midi ou petite veine du nord. — Elle porte le premier nom à la fosse Sainte-Henriette où elle a été trouvée par la galerie à travers bancs au niveau de 180 mètres, et le second à la fosse Mulot où elle a été rencontrée par la galerie à travers bancs au nord au niveau de 240 mètres. Elle est formée de deux sillons égaux de 0m25 chacun, séparés par 0m10 d'escaillage très-tendre. Cette veine est d'un travail facile et produit du charbon très gailleteux ; le toit est très-solide et demande peu d'entretien ; le mur est extrêmement dur, à cause d'un banc de fer carbonaté

qui s'y trouve. Les galeries exigent peu de bois et se conservent très-longtemps, tant à cause de la dureté du toit que de la petite épaisseur de la veine, qui ne donne qu'un faible affaissement.

Les calamites dominent dans le toit de cette veine.

[redacted] *Voisin de la petite veine du nord.* — Ce voisin est éloigné de trois à quatre mètres au mur de la petite veine du nord à fosse Mulot. Il n'existe pas à la fosse Sainte-Henriette où il est remplacé par un banc de cuerelles.

[redacted] *Veine de* 0m45. — Cette petite veine n'existe pas non plus à la fosse Sainte-Henriette ; elle prend naissance entre les deux fosses et à la fosse Mulot où on l'a rencontrée par la galerie à travers bancs au niveau de 240 mètres, elle est formée de deux sillons : celui du mur a 0m10 ; celui du toit 0m25 et ils sont séparés par 0m10 d'escaillage. A cette dernière fosse elle a servi à établir une voie de recherche vers Saint-Louis qui venait se placer exactement en face de la veine de 0m45, par l'effet d'une faille.

[redacted] *Passée de* 0m10. — Comme les deux précédentes, elle prend naissance aussi entre les deux fosses ; à la fosse Sainte-Henriette on trouve à la place un banc de cuerelles qui recouvre la veine Marez.

[redacted] *Veine Marez.* — Elle a deux sillons : celui du mur de 0m20 et celui du toit de 0m10, qui sont séparés par 0m10 d'escaillage. Elle est connue aux deux fosses, mais n'est exploitable ni à l'une ni à l'autre.

[redacted] *Veine Saint-Louis.* — C'est la première veine rencontrée dans le fonçage de la fosse Sainte-Henriette ; elle a généralement 1m.00

d'ouverture, formée de deux sillons, l'un celui du mur a $0^{m}\cdot80$ et séparé de celui du toit qui a $0^{m}\cdot10$ par $0^{m}\cdot10$ d'escaillage. Le charbon que donne le gros sillon est d'excellente qualité; il a fait la réputation des charbons de forges de la fosse Sainte-Henriette. Depuis quelques années cette veine est aussi exploitée à la fosse Mulot où elle est exactement dans les mêmes conditions qu'à la fosse Sainte-Henriette. Le mur de cette veine est très-dur et bien reconnaissable; on ne l'entame que fort peu pour faire la voie; on profite du toit qui est ébouleux. Ce toit est composé de schistes très-noirs, contenant comme empreintes quelques calamites aplatis, quelques sigillaria (*Sigillaria rugosa*) et des lepidendrons que je n'ai pu déterminer, mais dont j'ai les empreintes.

On rencontre souvent les pinnules détachées d'un Nevropteris que je crois appartenir au *Nevropteris gigantea*.

La veine Saint-Louis a un voisin de quelques centimètres d'épaisseur, qui se trouve dans le toit, à $1^{m}\cdot00$ environ, et qui l'accompagne presque partout.

[redacted] *Veine Sainte-Cécile.* — Il est difficile de donner exactement l'épaisseur normale de la veine Sainte-Cécile, car sur 1,000 mètres de longueur en direction qu'on l'a exploitée, voici ce que l'on a observé: Au couchant elle a presque toujours 1 mètre d'épaisseur et le charbon est propre et gailleteux; le toit est le meilleur de tous ceux du terrain houiller de Dourges, aussi les galeries s'entretiennent-elles parfaitement. A mesure qu'on marche au levant et sans pourtant rencontrer de failles, la veine diminue d'épaisseur, l'escaillage entre les deux sillons devient plus friable et le charbon est fort menu; les cuerelles reposent alors souvent sur la veine. Dans cet intervalle le toit de schistes diminue et devient moins solide; quand il n'a plus qu'un mètre de puissance il exige beaucoup de bois pour être retenu et s'il diminue

encore il tombe avec la veine dans l'abattage et salit alors le charbon. Un fait remarquable pour ce toit, c'est son changement de nature ; ainsi, si les cuerelles sont éloignées, le toit est formé de schistes à feuillets réguliers, renfermant de belles empreintes de *Sphenopteris latifolia*, dont les pinnules sont pinnatifides et assez rapprochées les unes des autres (les nervures sont très-marquées et les nervules bifurquées vers le milieu,) *de Pecopteris Aquilina*, *de Pecopteris Dournaissi* et enfin d'empreintes aplaties de *Calamites Cistii*.

Si les cuerelles rapprochent la veine, en même temps que le toit devient éboulcux, il a la texture de mur; c'est le toit de la veine qui a disparu et fait place au mur des cuerelles.

Le mineur qui serait chargé dans ce cas de reconnaître si la veine est en place ou renversée serait très-embarrassé de se prononcer, car la veine est alors entre deux murs.

Quand la veine a toit de cuerelles, il faut beaucoup de précaution dans le travail de l'abattage, car ces cuerelles sont en blocs détachés avec de la pholérite dans les joints.

Le toit de schistes de cette veine a dû se déposer pendant une période de tranquillité de l'atmosphère terrestre, car on rencontre dans les galeries beaucoup de troncs de *Calamites Pachyderma* conservant leur position normale à la couche. Les racines sont dans la veine et l'intérieur du roseau est de grès, provenant des sables supérieurs qui ont formé la couche de cuerelles à quelques mètres de la veine. On admire volontiers ces cadavres enfouis depuis des milliers de siècles.

La veine Sainte-Cécile a souvent un petit voisin de 1 centimètre au mur; quelquefois il s'en forme aussi un dans le toit; mais ces filets charbonneux n'accompagnent pas toujours la veine sur de grandes distances.

Passée de $0^{m}.10$. — Se trouve, avec toit et mur de schistes, intercalée entre deux bancs de cuerelles, elle

a servi à faire es accrochages du second niveau d'exploitation à la fosse Sainte-Henriette.

[redacted] *Passée de* 0^{m}·20. — Est rencontrée dans la galerie à travers bancs au nord au niveau de 210 mètres, près du puits. Le mur est très-charbonneux et le toit est formé de schistes renfermant des *Nevropteris flexuosa*, voisins du *Nevropteris gigantea*.

[redacted] *Veine de* 0^{m}·70. — Cette veine n'a encore été rencontrée que près des failles, aussi ne peut-on rien avancer sur sa valeur, avec elle s'arrête les veines que l'on connaît, composant le faisceau des charbons gras à usage de la forge. Les veines inférieures seront rencontrées par les travers bancs, au midi à la fosse Sainte-Henriette, à des niveaux plus bas que ceux actuels. Les veines du faisceau gras que nous venons d'étudier sont comprises dans une épaisseur de terrain houiller de 160 mètres environ.

FAISCEAU DES CHARBONS DEMI-GRAS.

La partie supérieure de ce faisceau comprend, sur 30 mètres d'épaisseur de terrain houiller, six veinules, alternant avec des schistes et des cuerelles. Les deux veines trouvées dans le sondage dit du Barlet au nord d'Hénin-Liétard, doivent être supérieures à toutes ces passées ; ce fait sera démontré plus tard en explorant cette région.

[redacted] *Veine N° 3 au Nord.* — C'est une petite veine de 0^{m}30 en un sillon massif, qui, malgré cette faible épaisseur, a été exploitée près du travers banc au nord au niveau de 180 mètres qui l'a recoupée. Ce n'est pas dans le toit qu'il faut chercher les caractères pour la reconnaître ;

la galerie se faisant dans le mur qui est formé de schistes tendres avec de petits sillons charbonneux. Il a fallu ces circonstances avantageuses dans la confection de la voie et le peu de dureté du charbon pour pouvoir exploiter une veine de 0m30; c'est du reste la limite inférieure comme épaisseur que l'on ne peut dépasser, car c'est à peine si elle pouvait livrer passage au corps de l'ouvrier.

Entre la veine N° 3 au nord et la veine Saint Georges se trouvent trois passées très-rapprochées de 0m10 chacune et qui n'offrent rien de particulier.

Veine Saint Georges. — C'est la première veine réellement exploitable du nouveau faisceau ; elle est souvent formée de deux sillons égaux de 0m30 chacun, séparés par 0m20 d'escaillage très-tendre et de bonne qualité pour le chauffage. Le charbon est gailleteux et très-pur, il est luisant et ne salit plus les doigts aussi fort que les charbons gras.

La veine Saint Georges se travaille bien à l'abattage, comme du reste la plupart des veines de ce faisceau ; le toit est très-dur et d'un bon entretien dans les galeries ; il est souvent rubanné de fer carbonaté; les empreintes y sont abondantes, toutes les familles y sont représentées, principalement les sigillaria, qui sont absents dans la veine immédiatement inférieure ; ces végétaux sont ou couchés ou debout ; ceux parallèles à la stratification sont bien conservés ; quant aux autres ils sont déformés et on les rencontre dans d'anciennes galeries où ils se sont détachés du toit.

Les strates de schistes en contact avec la veine renferment: le *Sigillaria rugosa* (pl. IV, fig. 1) dont les parties extérieures sont lisses et les zones intérieures couvertes d'aspérités allongées formant des stries. Le *Sigillaria* (pl. IV. fig. 2), dont les côtes sont les plus larges que j'ai jamais rencontrées;

ce sigillaria doit être l'un des plus grands de l'époque houillère.

Le *Sigillaria* (pl. IV, fig. 3), très-curieux, que je n'ai pu déterminer.

Les strates supérieures, celles qui forment le ciel des galeries que l'on a exhaussées pour le passage des chevaux sont formées de schistes moins noirs, donnant un son clair quand on les frappe avec un corps dur. Ces schistes renferment abondamment des pinnules détachées du *Nevropteris gigantea.* On y trouve aussi des *Feuilles de lepidodendron* (pl. IV, fig. 4), et des *Lepidodendrons.*

Le *Pecopteris nervosa* (pl. V. fig. 1), aux pinnules obtuses et la pinnule terminale très-allongée et très-large.

Le *Pecopteris aquilina* (pl. V. fig. 2), moitié plus grand que le *Pteris aquilina* du jardin botanique de Lille, mais d'une grande ressemblance. Le *Sphenopteris microphylla,* (pl. V. fig. 4) aux pennes minces comme de la dentelle.

On y rencontre aussi le *Sphenophyllum* (pl. V, fig. 3), quelques calamites et enfin un *Stigmaria* et quelques empreintes que je n'ai pas déterminées. On observe aussi que quelques empreintes adhèrent complètement aux lits de fer carbonaté; comme l'échantillon des feuilles de *Nevropteris gigantea.*

Veine N° 5 au Nord. — Cette veine est formée de deux sillons posés l'un sur l'autre sans interposition d'escaillage. Le sillon du toit a 0m50 et celui du mur 0m20. Au niveau de 180 mètres, le charbon n'est pas d'aussi belle qualité que celui de la veine Saint Georges; au niveau de 210 mètres il est beaucoup plus dur. A l'étage de 180 mètres le charbon n'étant pas marchand, il est nécessaire d'avoir en même temps en exploitation une veine du faisceau très-gras. Les autres veines du faisceau que nous allons étudier donnent du charbon encore moins dur, surtout aux étages supérieurs; mais ce qu'elles perdent en qualité elles le gagnent

la galerie se faisant dans le mur qui est [illegible] produit
dres avec de petits sillons charbonne[illegible] aisseur du
tances avantageuses dans la confec[illegible]
dureté du charbon pour pouvoir [illegible] mètres au
c'est du reste la limite inférie[illegible] presque rempli
peut dépasser, car c'est à [illegible] ur de vingt-deux
au corps de l'ouvrier.

Entre la veine N° 3 [illegible] st formé de schistes d'une
trouvent trois passées [illegible] aux cuerelles; quelquefois les
n'offrent rien de par[illegible], dans ce cas celles-ci sont assez
[illegible] parties charbonneuses. Les schistes du
[illegible] acher, d'une couleur noire très-pâle, celle
[illegible] ucre de Chine très-légère; ils contiennent des
[illegible] eau faisce[illegible] fer carbonaté tendres et de couleur d'ocre. Si on
0=30 ch[illegible] schistes avec un couteau on obtient une surface très-
bonne [illegible] douce comme celle d'une pierre lithographique.
très- [illegible] veine est souvent accompagnée au mur de schistes ten-
ch[illegible] appelés faux mur, que l'on enlève aussitôt le charbon abattu
[illegible] que l'on met en remblais.

Les différents lits du toit de la veine N° 5 au nord, sont extrêmement riches en empreintes de toutes les familles, sauf les sigillaria qui font absolument défaut; on trouve :

Le *Pecopteris nervosa* que l'on retrouve plus tard dans la veine Saint-Georges.

Le *Pecopteris delicatula* (Pl. VII, Fig. 2.) — Connu aussi aux mines de Fresnes près de Valenciennes, dont les charbons sont plus maigres que celui de la veine N° 5.

Le *Pecopteris plumosa*. — Trouvé aussi aux mines de Fresnes et de Vieux-Condé et ressemblant beaucoup au precédent.

Le *Nevropteris gigantea* (Pl. VII, Fig. 1). — Dont les pennes sont très-longues, les pinnules à peine continues et la base

échancrée en cœur. Connu dans le bassin de Saarbruch. Le *Nevropteris heterophylla* très-abondant.

Le *Nevropteris microphylla* dont les pinnules sont très-petites, la pinnule terminale est aussi un peu plus grande par rapport aux autres et les nervures sont peu marquées.

Le *Sphenopteris trifoliolata*, aux pinnules d'une très-grande longeur, comme le représente la fig. 3 pl. VII. Le rachis est très-épais, un peu strié, parfaitement glabre. La surface supérieure des pinnules est lisse, leur tissu paraît épais et coriace.

Le *Sphenopteris tenuifolia* (Pl. VII, Fig. 4,) remarquable par la finesse des divisions de ses feuilles ; les pinnules décroissent lentement de la base à l'extrémité de chaque pinne, elles sont profondément pinnatifides.

Le *Sphenopteris tridactilites* dont le tissu est mince et membraneux, aux pinnules rapprochées, d'une longueur presque égale entre elles, profondément pennatifides ; les nervures sont très-nettes.

Le *Sphenopteris latifolia*. — Aux nervures très-marquées, deux fois pennées et les nervules bifurquant vers le milieu ; le rachis est glabre, les lobes sont ovales obtus ; les pinnules de la partie inférieure de la feuille sont très-grandes. Connu dans le bassin de Saarbruck.

Enfin le *Sphenopteris irregularis*, d'une abondance extraordinaire ; on le trouve à chaque pas dans le toit de cette veine ; il entrera plus tard dans la flore du toit de la veine l'Éclaireuse.

Le *Pachyteris* (Pl. VI, Fig. 4.) — Cette pinnule est rétrécie à la base, mais le point d'insertion offre une base assez large, elle est très-lisse et la nervure moyenne est très-marquée.

Le *Cyclopteris trichomanoïdes* (Pl. VI Fig. 1 et 3). — Connu à Saint-Etienne. Cette feuille a les nervures très-fines qui vont en se raccourcissant insensiblement vers les côtés.

La famille des Astérophyllitées est représentée par :

Le *Sphenophyllum erosum ;* le *Sphenophyllum Schlotheimii : l'Annularia radiata*, etc.

Et la famille des équisetacées par le *Calamites dubius ;* et des *Equisétides.*

J'ai enfin trouvé dans le toit un *Stigmaria.*

Veine intermédiaire. — Elle est éloignée de neuf mètres au mur de la veine N° 5 au nord ; elle a pour toit un banc de cuerelles de cinq mètres d'épaisseur ; la galerie à travers bancs du nord, fosse Sainte-Henriette, au niveau de 210 mètres l'a recoupée ayant 0m45 de puissance en un seul sillon massif avec quelques centimètres de terres noires tendres au mur.

Aux niveaux de 180 mètres et du tourtia, les galeries à travers bancs au nord ne l'ont pas rencontrée parce qu'elle passe en rejet.

Il faut attendre qu'elle soit étudiée sur d'autres points pour se prononcer sur sa valeur.

Veine N° 6 au nord ou veine à deux sillons. — C'est une petite veine de 0m60 de puissance, comprenant 0m50 de charbon en deux sillons ; dont l'un celui du mur a 0m40 et l'autre 0m10, séparés par 0m10 d'escaillage très-terreux et mauvais pour le chauffage.

Comme signe caractéristique du toit, on remarque que, s'il est de cuerelles, il est très-bon, et, s'il est de schistes, ils sont toujours d'une nature ébouleuse et exigent un boisage coûteux. Quand ce toit de schistes a moins de 0m50 jusqu'aux cuerelles, on l'abat avec la veine et on le met en remblais ; mais en tombant sur le charbon il le salit beaucoup. Cette veine n'est, en somme, exploitable que lorsqu'elle a toit de cuerelles.

Entre la veine N° 6 au nord et la veine intermédiaire se trouvent deux filets de charbon ayant toit et mur et éloignés l'un de l'autre de deux mètres environ.

[redacted] *Veinule ds* 0^{m}·40. — Cette veinule de 0^{m}·40 vient sous un toit de cuerelles, une dizaine de mètres sous la précédente et à quelques mètres de la suivante, elle n'offre rien de particulier.

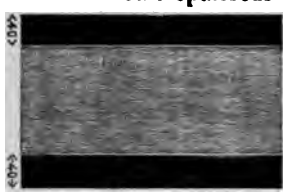
[redacted] *Veine N° 7 au nord.* — Cette veine a 0^{m}·40 de puissance en un seul sillon massif; elle a pour terrains qui la comprennent des schistes très-ébouleux; ce qui avec une aussi faible épaisseur en fait une veine inexploitable.

[redacted] *Veine N° 8 au nord.* — Elle est à deux mètres au mur de la précédente; quand la voie se fait dans le toit, la veine N° 7 au nord se montre souvent au ciel de la galerie; le toit exige beaucoup de bois, le bénéfice d'exploitation est très-faible. Elle est souvent en un seul sillon de 0^{m}·45 d'épaisseur, avec quelques centimètres d'escaillage au toit et au mur; les ouvriers ont donc le choix dans le havage, mais ils choisissent souvent l'escaillage du mur pour faire la sous-cave.

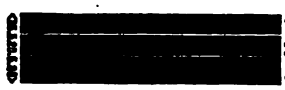
[redacted] *Veine N° 9 au nord.* — Cette veine est dans d'aussi mauvaises conditions d'exploitation que la précédente; elle est en deux sillons, dont l'un, celui du mur a 0^{m}·40 d'épaisseur et l'autre, celui du toit, a 0^{m}·20; ils sont séparés par des schistes d'une épaisseur variable, mais souvent très-épais et rarement moins de 0^{m}·20. Elle n'est éloignée que de quelques mètres au mur de la veine N° 8; les travaux sont d'un entretien coûteux et ils dégagent beaucoup d'acide carbonique, qui rend l'aérage difficile.

[redacted] *Veinule de* 0^{m}·20. — Cette veinule de 0^{m}·20 n'offre rien de particulier; elle se trouve à 18 mètres

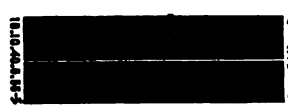
environ au mur de la veine N° 9; a été rencontrée avec cette même épaisseur par les trois galeries à travers-bancs du nord.



Deux veinules. — Ces deux petites veines de 0m.40 environ chacune, se trouvent à 15 mètres sous la précédente; aucune des deux n'est exploitable séparément et la distance de 1m.50, qui les sépare, est trop grande pour les exploiter ensemble.



Veine N° 10 au nord. — Elle a généralement 0m.90 de puissance et est formée de trois sillons qui ont pour épaisseur en partant du mur: le 1er 0m.35, le second 0m.20 et le 3e 0m.25; cinq centimètres d'escaillage très-tendre séparent le premier du second et le second du troisième. Cette veine est l'une des plus belles de la concession de Dourges; elle vient, comme valeur, immédiatement après la veine à 3 sillons; seulement le charbon est de qualité moindre et assez menu. De tous les toits des veines, c'est celui qui est le plus facile à reconnaître; il ne renferme que quelques plantes difficiles à déterminer, mais que je crois être des Sigillaria. Ce toit est formé de schistes micacés très-noirs, parfaitement stratifiés en couches adhérentes, de l'épaisseur d'un sou, et de couleurs différentes variant du gris au noir. Il est très-bon dans les tailles et les galeries nouvellement percées, mais au bout d'un an, l'air humide qui a circulé dans les voies, a délité ces schistes cuerelleux qui deviennent alors très-friables et exigent un entretien coûteux.



Veine N° 11 au nord. — Se trouve à 34 mètres au mur de la veine N° 10 au nord, mais dans cet intervalle on rencontre cinq passées de un centimètre à cinq centimètres ayant toutes toit et mur; la seconde en partant de la veine N° 10 a son toit

qui renferme en abondance des empreintes de *Pycnophyllum* que l'on trouve dans le toit de la veine N° 6 de la fosse Mulot et dans celui de la veine Brillante à la fosse Sainte-Henriette.

La veine N° 11 au nord est une très-belle veine de 1m·10 d'ouverture, formée de 3 sillons qui ont pour épaisseur en partant du mur, le premier 0m·55, séparé du second par 0m·05 de schistes; ce deuxième a 0m·40, puis 0m·10 de schistes et enfin le petit sillon au toit qui a 0m·10. Le charbon, quoique plus gailleteux que celui de la veine N° 10 au nord, est encore fort menu; il est de plus très-sale à cause du petit sillon de terres qui se trouve à la partie supérieure et qui tombe dans l'abattage avec la veine. Le toit est très-mauvais, d'un entretien difficile; les schistes dont il est formé sont par strates minces et polies comme de la glace, on se mire dedans; ils sont noirs et renferment de rares empreintes de sigillaria.

La veine N° 11 au nord est la dernière veine exploitable actuellement connue du faisceau demi-gras; elle est à 210 mètres environ inférieure à la première couche de houille de ce faisceau; les nouvelles veines au midi exploitées à la fosse de Courrières doivent faire partie de cette formation et, si on peut les relier avec celles que nous venons d'étudier, on pourra continuer ce travail sur les terrains inférieurs, que les galeries à travers bancs de cette fosse ont traversés et qui donnent une épaisseur de 3 à 400 mètres, peu riches en belles veines. Il restera ensuite à chercher quelle place occupent les veines de Carvin et d'Ostricourt dont la composition chimique les rapproche des veines anciennement trouvées au nord de la fosse de Courrières et qu'un soulèvement du calcaire inférieur amène dans cette fosse à 250 mètres de profondeur.

La quantité de matières volatiles est l'élément principal d'après lequel on classe les houilles. Aux mines de Dourges les houilles du premier faisceau en renferment de 28 à 32 %, celles du second de 25 à 28 % et celles du troisième de 23 à 25 %.

La première proportion est celle des veines de la fosse du Grand-Condé de Lens, exploitées aussi à la Fosse N° 4 de cette compagnie. Quant aux veines supérieures à la veine Sainte Barbe de la Fosse Mulot, il faut les chercher aux Fosses de Billy-Montigny, de Méricourt et de Sallau, dont la composition chimique fournit de 32 à 38 % de matières volatiles; à moins que, comme je l'ai fait observer en commençant, les charbons d'une même veine aient des natures différentes sur la distance qui sépare les points d'exploitation. C'est alors d'après les empreintes que l'on doit chercher un point de départ pour faire une comparaison.

DURÉE D'UN SIÉGE D'EXPLOITATION AUX MINES DE DOURGES.

On peut se demander de quelle durée seront les fosses au charbon du Pas-de-Calais; du moins celles dont la position géologique se rapproche des Fosses de la compagnie de Dourges. Quelques-unes placées au nord ont déjà vécu et les personnes étrangères à l'art des mines peuvent douter de la longue existence qui est assurée aux exploitations placées sur la partie méridionale du bassin.

La concession de Dourges a une étendue de 3787 hectares; le charbon gras et le demi-gras sont répartis sur une bande sud de 1400 hectares; c'est l'étendue nécessaire pour y établir sept Fosses comme les deux actuelles. Or la Fosse Sainte Henriette, qui est la moins productrice, donne en moyenne depuis 15 ans, 400,000 hectolitres par an ; elle a produit depuis sa création 6 millions d'hectolitres L'exploitation a toujours lieu au premier niveau où on prend les trente premiers mètres du terrain houiller. Trente mètres plus bas un champ d'exploitation est préparé pour quand le premier sera épuisé, et on a la certitude d'en avoir pour 15 ans encore avec ces deux étages en n'extrayant

que 400,000 hectolitres par an. Si on suppose au terrain houiller 1000 mètres d'épaisseur, ce qui n'est pas exagéré, on voit que la Fosse Sainte Henriette durera 500 ans et qu'elle aura fourni 200 millions d'hectolitres. Il y a en France 623 concessions de mines de houille dont 292 sont exploitées; ces 623 concessions représentent une étendue totale de 2707 kilomètres carrés. La concession de Dourges a donc une superficie équivalente à la soixante et onzième partie du terrain houiller concédé de toute la France. Quant à la part de production des mines de Dourges, elle n'est pas la centième partie de la production totale française.

ÉPAISSEUR TOTALE EN CHARBON ET PROPORTION DANS LAQUELLE IL ENTRE DANS LE TERRAIN HOUILLER DE DOURGES.

Aux mines de Dourges le faisceau très-gras est reconnu sur une épaisseur de . . . . . 300 mètres.
Le faisceau gras sur . . . . . 190 id.
Le faisceau demi-gras sur . . . . . 260 id.

Soit pour les trois faisceaux . . . . . 750 mètres.

Quant aux veines qu'ils renferment on peut les diviser en trois catégories.

1° Les veines qui sont très-exploitables, c'est-à-dire qui rapportent un grand bénéfice à l'exploitant;

2° Les veines qui sont exploitables dans les parties régulières, qu'on exploite quand la vente des charbons est difficile, mais qu'on réserve surtout pour plus tard quand les premières seront épuisées;

3° Enfin, dans la 3e catégorie, nous comprendrons les veinules qu'il est impossible d'exploiter.

Le tableau ci-contre montre dans quelles catégories nous classons les veines du terrain houiller de Dourges.

FAISCEAU TRÈS-GRAS.				FAISCEAU GRAS.				FAISCEAU DEMI-GRAS.		
NOMS DES VEINES	1re catégorie.	2e catégorie.	3e catégorie.	NOMS DES VEINES.	1re catégorie.	2e catégorie.	3e catégorie.	NOMS DES VEINES.	1re catégorie.	2e catégorie.
Veine Sainte-Barbe	0.95	»	»	Veine du Nord . .	0.80	»	»	Veine N° 3 au nord .	»	0.30
Veine de 0,60	»	0.60	»	Veine Muller	»	0.40	»	Veine Saint-Georges	0 60	»
Voisin de la veine n° 8	»	»	0.20	Veine de la Place . .	0.70	»	»	Trois-Passées. . . .	»	»
Veine N° 8	0.80	»	»	Petite veine du Nord.	0.50	»	»	Veine N° 5 au nord	0.70	»
Veine N° 7. . . .	0.80	»	»	Voisin de la petite veine du Nord. . .	»	»	0.10	Veine intermédiaire .	»	0.45
Voisin de la veine N° 7	»	»	0.10	Veine de 0,45	»	0.45	»	Veine à 2 Sillons. . .	0.50	»
Veine N° 6	»	0.60	»	Passée de 0,10. . . .	»	»	0.10	Veinule de 0,40 . . .	»	»
Veine N° 5	»	0.50	»	Veine Marez.	»	0.30	»	Veine N° 7 au nord. .	»	0.40
Passée	»	»	0.20	Veine Saint-Louis . .	0.90	»	»	Veine N° 8 au nord .	»	0.45
Veine N° 4	»	»	0.10	Veine Sainte-Cécile .	0.60	»	»	Veine N° 9 au nord	»	0.60
Voisin de la veine N° 3	»	»	0.10	Passée de 0,10. . . .	»	»	0.10	Passée de 0,20. . . .	»	»
Veine N° 3	»	»	0.30	Passée de 0,20. . . .	»	»	0.20	Deux-Passées	»	0.80
Veine N° 2	0.50	»	-	Veine de 0,70 . . .	»	0.70	»	Veine N° 10 au nord .	0.80	»
1re Veine du Midi . .	»	0.65	»					Cinq-Passées	»	»
2e Veine du Midi. . .	»	0.50	»					Veine N° 11 au nord.	0.95	»
Veine N° 9	1 »	»	»							
Veine N° 10. . . .	»	0.45	»							
Veine N° 11.	»	0.40	»							
Veine l'Éclaireuse. .	0.90	»	»							
Voisin de l'Éclaireuse	»	»	0.05							
Veine Brillante . . .	»	0.50	»							
Veine Botty.	»	0.40	»							
Veine à 3 Sillons . .	1.20	»	»							
Voisin de 3 Sillons. .	»	»	0.30							
Veine Daubresse . .	»	0.70	»							
	6.15	5.30	1.65		3.50	1.85	0.50		3.55	3.00
	13m40				5m85				7m65	

En rapportant ces épaisseurs à cent mètres de terrain houiller on obtient :

Pour le faisceau très-gras 4m36 d'épaisseur en charbon pour 100.

Pour le faisceau gras 3m07 id. id.

Pour le faisceau demi-gras 2m94 id. id.

Cette décroissance est encore plus sensible en descendant plus bas dans la formation.

Enfin sur les 750 mètres de terrain houiller, l'épaisseur totale de houille est de 26m60.

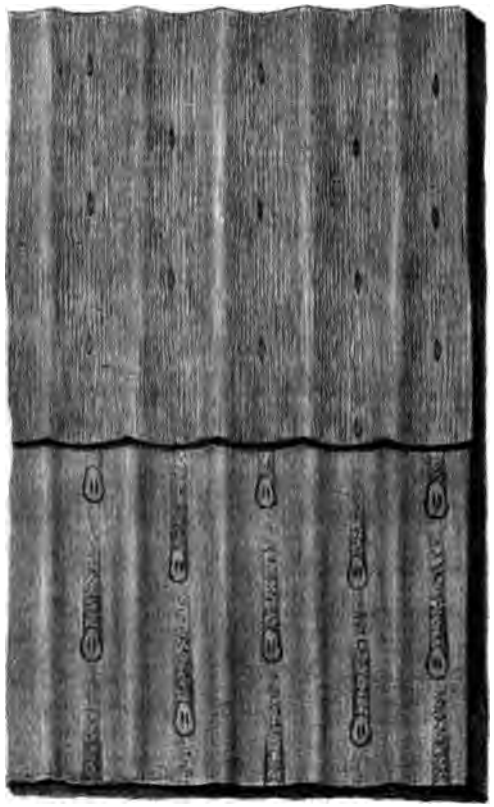
On voit que les compagnies ont intérêt à placer leurs fosses sur les charbons gras. En outre que la qualité du charbon est supérieure, l'épaisseur des veines est aussi plus grande.

PROPORTION DANS LAQUELLE LES PLANTES ENTRENT DANS LE TERRAIN HOUILLER DE DOURGES.

Un végétal trouvé dans le toit d'une veine prouve bien qu'il vivait à l'époque de formation de ce toit, mais un élément important à connaître est la proportion dans laquelle il entre dans ce toit par rapport aux autres végétaux. C'est ce que donne le tableau ci-dessous, dont les chiffres ont la signification suivante :

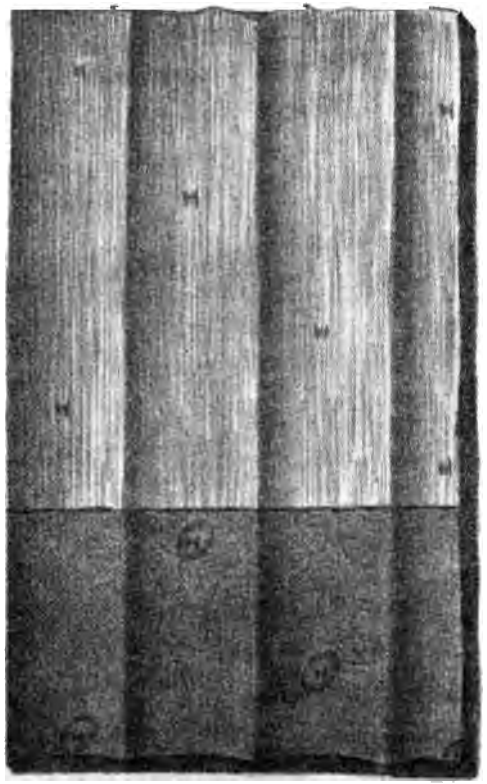
1 Échantillon unique.	6 Peu commun.
2 Très-rare.	7 Assez commun.
3 Rare.	8 Commun.
4 Assez rare,	9 Très-commun.
5 Peu rare.	10 Très-abondant.

NOMS DES VEINES.	Calamites Cisti	Calamites dubius.	Calamites Suckowii.	Calamites A....	Pecopteris aquilina.	Pecopteris delicatula.	Pecopteris Dournaisii.	Pecopteris nervosa.	Pecopteris plumosa.	Sphenopteris artemisiæfolia.	Sphenopteris acutiloba.	Sphenopteris irregularis.	Sphenopteris latiloba.	Sphenopteris microphylla.	Sphenopteris tenuiloba.	Sphenopteris tridactylites.	Sphenopteris trifoliolata.	Sphenopteris R.	Nevropteris gigantea.	Nevropteris heterophylla.	Nevropteris microphylla	Cyclopteris lirchomanoides.	Cyclopteris T.	Pachyteris.	Lepidodendron aculeatum.	Feuilles de Lepidodendron.	Lepidodendron D.	Sigillaria elliptica.	Sigillaria intermedia.	Sigillaria mamillaris.	Sigillaria oblique.	Sigillaria rugosa.	Sigillaria E.	Sigillaria F.	Sigillaria G.	Sigillaria R.	Asterophyllites I.	Sphenophyllum J.	Sphenophyllum K.	Annularia L.	Annularia M.	Annularia N.	Sigmaria O.	Sigmaria P.	Fecnophyllum.
Charbons demi-gras. N° 6.	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»
Charbons très-gras. Eclaireuse . . .	»	5	»	»	»	»	»	»	»	»	»	10	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	10	»	»	»	»	2	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»
Voisin de l'Eclaireuse	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	10	10	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»
Charbons gras. Trois-Sillons. . . .	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	7	»	»	»	»	6	»	8	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	7	»	»	»	»	10	»	»
Saint-Louis	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	7	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»
Sainte-Cécile.	»	»	»	»	7	»	»	»	»	6	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»
Charbons demi-gras. Petite-Veine. . . .	»	»	»	9	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»
Saint-Georges . . .	»	»	»	»	6	»	»	9	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	10	»	»	»	»	»	»	4	»	»	»	»	10	7	»	4	»	»	6	»	»	»	»	»	»
N° 5 au Nord. . . .	5	»	»	»	»	4	»	4	4	8	»	10	6	4	4	4	7	»	8	4	4	7	7	7	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	6	»	8	»	»	2	»	»
N° 10 au Nord. . . .	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	7	»	»	»	»	»	»	»

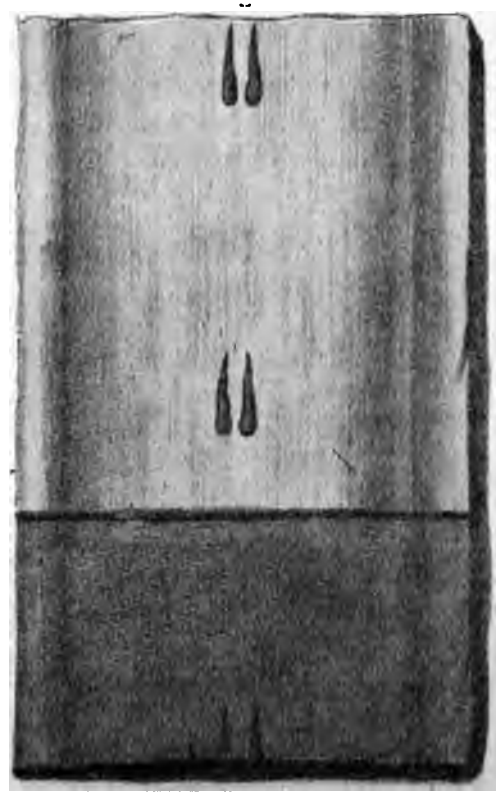


Sigillaria Intermedia (Ad. Br.)

Sigillaria Elliptica (Ad. Br.)

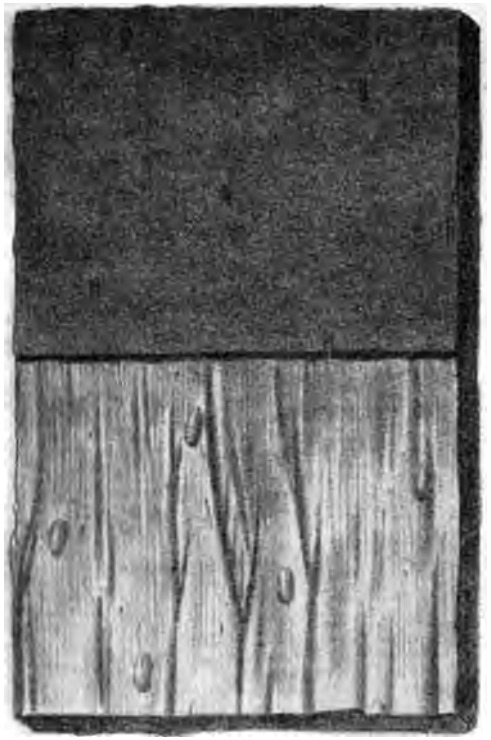


Sigillaria Rugosa



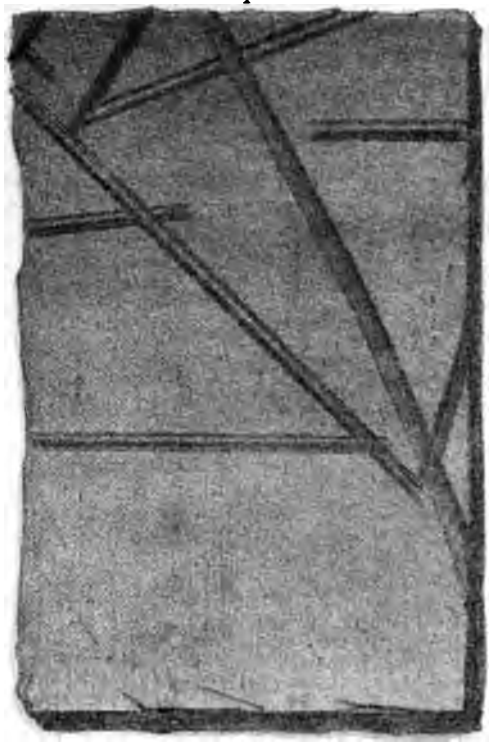
Sigillaria ***F***

3

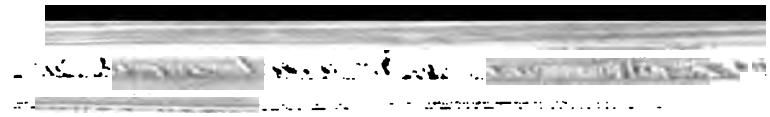


Sigillaria *G*

4

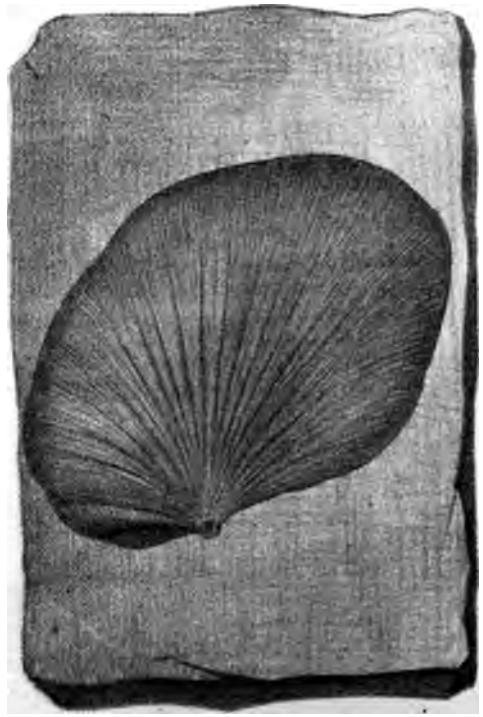


Feuilles de Lepidodendron



CHARBONS DEMI-GRAS *(Veine N.º 5 au Nord.)*

1



Cyclopteris Trichomanoides. (Ad. Br.)

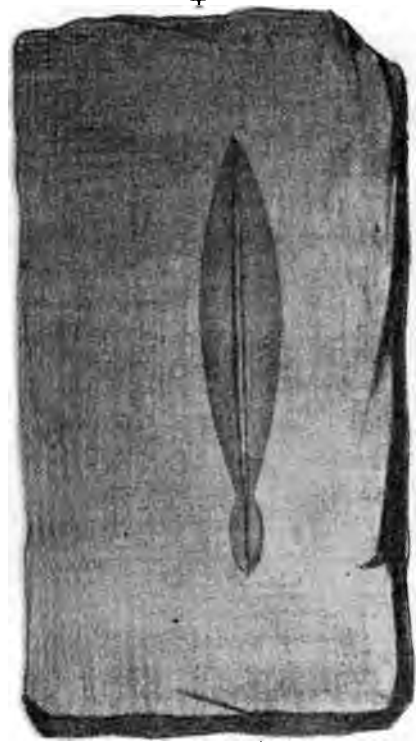
2

. Cyclopteris *C.*

3

Cyclopteris Trichomanoïdes. (Ad Br.)

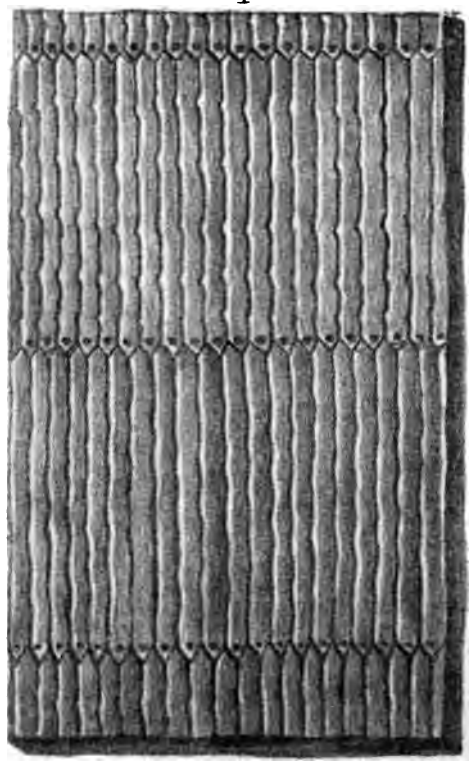
4



Pachipteris

CHARBONS TRÈS-GRAS, (*Veine l'Eclaireuse*)

1

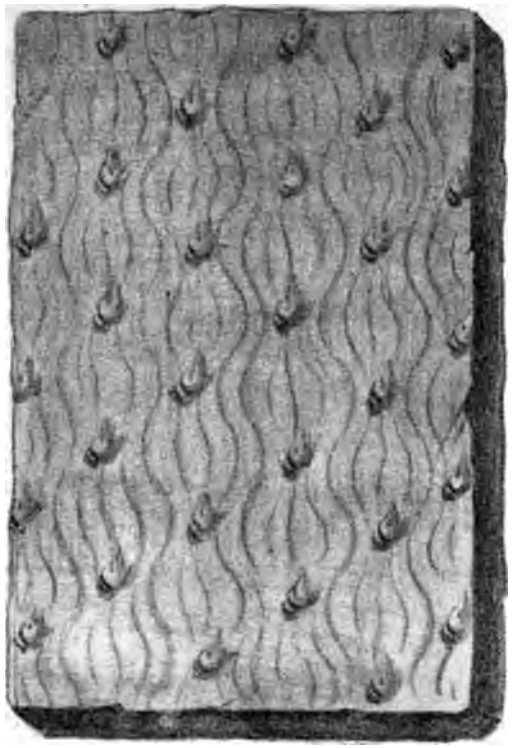


Calamites Suckowii (Ad Br)

2

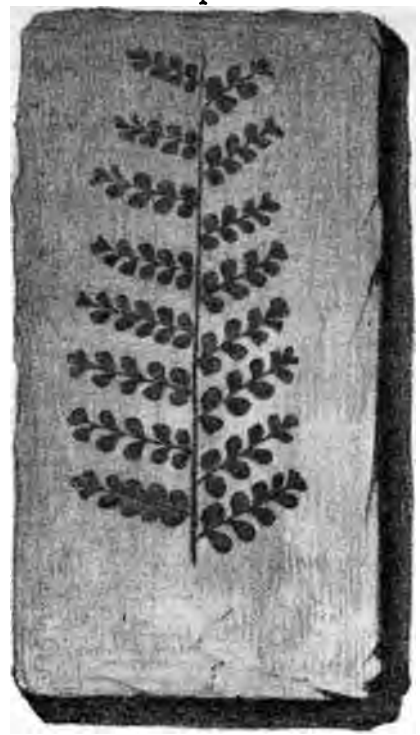
Lepidodendron aculeatum (Sternb.)

3



Sigillaria Obliqua (Ad.Br.)

4



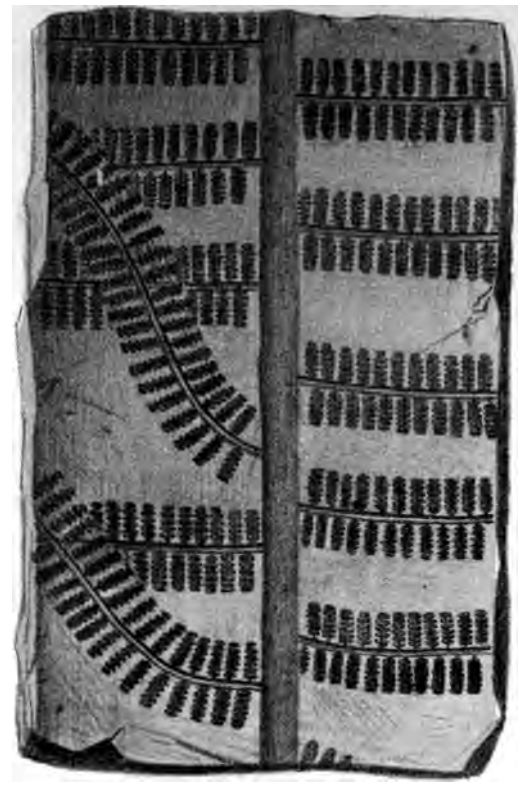
Sphenopteris Irregularis (Sternb.)

CHARBONS DEMI-GRAS *(Veine St Georges)*

Pecopteris Nervosa (Ad Br)

Pecopteris Aquilina (Ad. Br.)

Sphenophyllum *J.*



Sphenopteris Mycrophilla

UNIV. OF

1

Sphenophyllum K.

2

Annularia L.

3

Annularia M.

4

Asterophyllites J.

COUP-D'ŒIL

SUR LES MUSÉES DE MADRID

ET NOTAMMENT

SUR LE MUSÉE DU FOMENTO

PAR M. CHARLES CASATI.

Membre titulaire.

Messieurs,

L'Espagne n'a pas été jusqu'ici très-explorée et elle réserve encore bien des surprises à l'amateur et à l'archéologue ; permettez-moi, avant de vous parler des faïences, de dire un mot de la peinture espagnole. On en parle en général un peu par ouï dire, et la plupart de ceux qui ont écrit sur le musée de Madrid, ne l'ont jamais vu.

Quelques-uns des peintres espagnols se sont fait connaître en France et en Italie par leurs œuvres, mais un plus grand nombre y reste complètement inconnu. Le musée de Madrid n'est certainement pas le plus riche de l'Europe, seulement c'est le premier de tous les musées par l'état de conservation des tableaux qu'il renferme. Faut-il attribuer cela à la température

très-sèche de Madrid? En tout cas l'on doit reconnaître que la plupart des peintures du musée du Prado sont fraîches, sans avoir été restaurées maladroitement comme celles de plusieurs autres musées; et nulle part, par exemple, on ne peut trouver de plus belles toiles de Raphael ni à Rome ni à Florence, nulle part rien de comparable aux tableaux *La Perla* ou *el Pasmo de Sicilia.*

On arrive ordinairement à Madrid avec un enthousiasme de parti pris pour Velasquez ou pour Murillo, que calment un peu leurs productions trop abondantes et quelquefois négligées[1]. Murillo a composé un grand nombre de tableaux de genre assez faibles et qui ne paraissent avoir que les défauts de ses grandes et sublimes compositions, ses conceptions de la Vierge et la Sainte-Élisabeth de Hongrie, par exemple. Quant à Velasquez, il était, vous le savez, comme peintre ordinaire de Philippe IV, obligé à faire tous les portraits du roi qu'il plairait à Sa Majesté de lui commander[2]; de là un assez grand nombre de portraits assez faibles de Philippe IV et de sa femme que, pour la gloire de Vélasquez, on essaye de mettre sur le compte de son gendre del Mazo. Le célèbre tableau las Meninas est un tour de force qui n'a rien de séduisant, mais il y a cinq ou six compositions[3] et quelques portraits, dignes de la plus

[1] Il y a au musée national de Madrid plus de 60 grands tableaux de Velasquez et près de 50 toiles authentiques de Murillo.

[2] Velasquez qui plus tard devait devenir, en 1652, *aposentador del Rey*, après avoir été *ayuda della Guardaropa*, était depuis 1628 peintre ordinaire du roi en vertu d'un brevet à la date du 18 septembre, et pour la rétribution très-modique de douze réaux par jour (trois francs), il devait faire tous les tableaux et tous les portraits qu'il plairait à Sa Majesté de lui commander, *y todos los retratos que en lo sucesivo le mandase S. M. Hacer.* Comme le remarque M. de Madrazo dans son catalogue publié en 1872, Velasquez touchait des appointements égaux aux aides du barbier royal.

[3] Les célèbres tableaux connus sous les noms de : *las Lanzas*, *las Hilanderas*, *los Borrachos*, etc.

vive admiration. Le musée de Madrid nous révèle, en outre un côté du talent de Velasquez inconnu en France en le montrant peintre de paysages; les vues du château d'Aranjuez notamment sont très-remarquables, et sur ce terrain, Velasquez a été suivi par son gendre del Mazo; la vue de Saragosse, de ce dernier, est certainement une des plus belles compositions de ce genre qui existent.

Madrid recèle un grand nombre d'artistes inconnus ailleurs, notamment Pantoja della Cruz, que l'on peut placer au premier rang des peintres de portraits, entre Holbein et Van Dick. Pantoja était élève de Coello, mais il surpassa son maître; Lope de Vega n'hésite pas à le placer à côté de Zeuxis et d'Appelle :

> Apelles yace aqui : Zeuxis, Cléoneo,
> Juan de la Cruz.
>
> (*Jerusalem conquistada.*)

Pantoja vécut de 1551 à 1609, Philippe II l'avait nommé *su pintor y ayuda de camara*. Il ne réussissait pas moins que les portraits d'hommes, les portraits d'animaux, et Francisco Velez raconte qu'un aigle s'étant abattu dans la cour du Pardo, Philippe demanda à Pantoja de le peindre ; l'image faite avait tellement l'aspect de la réalité que l'aigle se précipita sur la toile et la mit en pièces. On raconte également de Velasquez que son portrait de l'amiral Pulido Pareja fit tellement illusion à Philippe IV, que celui-ci lui adressa la parole. Pantoja ne peignait pas par les mêmes procédés que Velasquez, ses tableaux se distinguent par un fini remarquable; il les travaillait avec soin, tandis qu'au contraire la hardiesse et la promptitude du pinceau de Velasquez sont restées à juste titre proverbiales.

Il est un peintre de l'école espagnole très-peu connu en France, qui affectait dans ses portraits une grande hardiesse de pinceau, et que l'on peut comparer au hollandais Franz

Ha!, c'est Domenico Theotocopuli, dit Il Greco; il avait adopté un genre de peinture tourmentée par système pour ne pas entendre dire qu'il imitait Le Titien, à l'école duquel il avait travaillé à Venise. J'ai vu du Greco de très-beaux portraits, particulièrement à Tolède, à San Juan los reyes; le musée de Madrid ne possède de lui aucune œuvre très-remarquable.

Un autre réaliste, d'un magnifique talent, c'est Ribera, qu'on ne connaît guère en France que par des torses décharnés de vieillards dont les plus beaux sont au musée de Parme. Il y a de Ribera, à Madrid, de grandes et belles compositions, dont une m'a frappé particulièrement, c'est l'Assomption de la Vierge qui se trouve à l'académie de San Fernando. La Vierge triomphante est représentée sous les traits d'une jeune femme brune, d'une grande beauté; l'expression de la physionomie est extatique; des anges gracieux voltigent à ses pieds; seulement pour rester fidèle à la réalité jusqu'à l'excès, l'artiste a donné à la Vierge une robe rapiécée et trouée au coude.

Je ne puis que jeter un coup-d'œil bien rapide sur les musées de Madrid et noter quelques souvenirs au hasard, cependant je tiens à dire quelques mots sur une partie très-nombreuse de l'école espagnole, à peu près inconnue en France. Je veux parler des maîtres de deuxième ordre, et je ne range pas parmi eux Morales, Juanes, Bartholomé Gonzalès, Carreno de Miranda, etc., qui, bien que peu connus, sont des peintres dignes du premier rang, et que l'on peut apprécier à leur juste valeur, au musée du Prado, où se trouvent plusieurs chefs-d'œuvre dus à leur pinceau. Je veux parler plus particulièrement des peintres dont le musée national ne renferme que par hasard des œuvres fugitives, et je comprends parmi ces peintres de talent les Rizi, les Antolinez, les Carducci, Matteo Cerezo, Francisco Solis, Palomino, l'auteur de l'histoire des peintres dans son *Parnaso espanol*, etc., la plupart des ces peintres ont vécu pendant le XVII[e] et le XVIII[e] siècle, ils sont évidemment inférieurs à Velasquez qui les a précédés, à Goya qui les a suivis, mais

ils méritent une étude sérieuse; ils forment comme une école à part, surtout les Rizi. Le musée royal ne renferme que très-peu d'ouvrages dus à leur pinceau, on ne peut trouver leurs œuvres que dan les collections particulières, dans les églises, et surtout dans le musée dit du Fomento, musée assez difficile à visiter, car il est réparti dans les salles mal éclairées du ministère des travaux publics, au milieu des bureaux des employés. Là on peut admirer de grandes et belles compositions de Francisco Rizi, le chef d'une école de coloristes, qui unissait à des défauts graves de très-brillantes qualités, mais que l'on ne saurait apprécier d'après le tableau du musée royal représentant un autodafé sur la Plaza Mayor de Madrid, le 30 juin 1680, tableau plus curieux au point de vue de l'histoire qu'au point de vue de l'art. On peut retrouver aussi, soit dans les antichambres, soit dans les corridors de l'ancien couvent consacré aujourd'hui au ministère du Fomento, de séduisantes compositions d'Antolinez ou de Solis, d'énormes toiles un peu sombres de Carducho, de magnifiques portraits de Gonzalez.

C'est là seulement qu'on peut achever de connaître l'école espagnole, dont on ne trouve au musée du Prado qu'un petit nombre de représentants les plus illustres.

NOTE

SUR LES

FAIENCES DE TALAVERA LA REYNA.

PAR M. CHARLES CASATI

Membre titulaire.

Je ne m'occupe pas spécialement de céramique, à moins que je n'y sois forcé par les circonstances; c'est ce qui m'est arrivé pour les faïences de Talavera la Reyna. J'ai rencontré en Espagne, à Madrid d'abord, puis à Tolède, des espèces de faïences assez remarquables au point de vue de l'art, présentant des caractères que je n'avais point encore trouvés dans les diverses faïences qui avaient passé sous mes yeux, soit en France, soit en Italie, soit en Hollande. J'ai cherché dans les livres de céramique des renseignements à leur sujet; je n'ai rien pu trouver sur leur compte dans aucun des ouvrages les plus estimés publiés sur l'histoire de la céramique. C'est alors que j'ai conçu l'idée d'en rapporter en France quelques spécimens et de vous présenter une note à leur sujet.

Les faïences espagnoles sont très-peu connues en France. L'on ne connaît guère comme provenant d'Espagne que les faïences à reflets métalliques dorés, dites faïences hispano-moresques; mais les faïences dont j'ai à vous entretenir n'appartiennent pas à cette classe de faïences; elles ne présentent pas de reflets métalliques.

L'attention des amateurs a été attirée sur les faïences hispano-

moresques dans ces derniers temps; l'étude la plus compl
encore qui en ait été faite se trouve dans un court opuscule
quelques pages, publié par M. Charles Davillier, et tous
auteurs ayant écrit sur la céramique, qui parlent des faïenc
hispano-moresques ou des azulejos (carreaux de faïences), t
que Marryat, Demmin, Jacquemart, ne font guère que répé
sur les fabriques de Valence, de Malaga, de Majorque, et par
culièrement de Manissès et d'Alcora, ce qu'en a dit M. Davilli
Mais aucun de ces auteurs ne parle des faïences de Talave
de la Reyna, près de Tolède, faïences présentant des caractè
tout particuliers; M. Davillier les mentionne en deux lignes da
son étude sur les faïences hispano-moresques; il ajoute seulem
quelques détails dans son voyage en Espagne, publié ch
Hachette, en 1868; il cite certains auteurs qui en parle
notamment Medina, dans son livre sur les *Grandezas de Espa*

La fabrication de faïences de Talavera resta prospère jusq
la fin du siècle dernier; aujourd'hui elle est complètement tomb
en décadence et ne produit plus rien de remarquable. I
faïences de Talavera ont une certaine analogie avec les faïenc
italiennes; elles n'atteignent pas le même degré de perfecti
artistique, mais elles se distinguent par un faire assez large;
dessins sont faits à grands traits avec une certaine ampleur. C
faïences ne se font pas remarquer, en général, par le fini
l'exécution, mais plutôt par la facilité et l'entrain. Vous pour
en juger par les spécimens que je vous présenterai. J'ai vu cepe
dant, en Espagne, de grands vases représentant des suj
mythologiques traités avec autant de soin et de succès que
faïences italiennes de la bonne époque.

Pour les faïences de Talavera il y a, à mon avis, un sig
distinctif que je n'ai remarqué sur aucune autre espèce de faïence
c'est la nuance verdâtre de l'émail, nuance se rapprochant
vert de l'eau. Les grands vases dont je viens de vous parl
présentaient cette nuance de l'émail, et je vous soumets aujou

d'hui un carreau représentant un évêque avec ses ornements pontificaux, deux coupes dont l'une représente un cavalier en costume du XVII[e] siècle [1], qui se distinguent par cette nuance de l'émail.

Les différents spécimens que je mets sous vos yeux proviennent certainement de Talavera; je les ai achetés moi-même à peu de distance de cette petite ville, dans des maisons particulieres, à Tolède, qui était le chef-lieu de la province.

Mais on ne faisait pas à Talavera que des faïences de cette sorte. On retrouve aussi un grand nombre de pièces ayant de l'analogie avec les faïences de Delft, nuance bleue, et d'autres pièces ressemblant aux faïences italiennes. Je vous présente deux pièces signées de noms espagnols: D'abord, un de ces plateaux de faïence à divers compartiments, à usage d'encrier, représentant un écusson surmonté d'une couronne de comte, qui porte cette inscription, signature de l'artiste : *Josphe Albarez f.* Puis une assiette bleue représentant un lion rampant qui porte cette inscription : *d. Ioseph Rossado.*

Un autre plateau, à usage d'encrier, représente une tête de jeune homme dessinée avec une certaine maestria; l'émail est de nuances variées. Je possède, en outre, un grand vase à anse représentant de face une femme nue, et sur les côtés des arbres [2]; l'émail est de cette nuance verdâtre particulière à Talavera. Un autre vase de couleurs variées, en forme de gourde, représente de petits sujets maritimes. Voici, enfin, un encrier triangulaire et deux petits lions en faïence bleu foncé, qui ressemblent un peu aux lions de l'Alhambra. Ces petits lions étaient à destination de flambeaux. La fabrique de Talavera produisait, dit Medina, beaucoup d'objets de formes originales destinés à l'ameublement.

— Cette courte note était écrite lorsqu'a paru un livre important

1 Voir la 1[re] planche.

2 Voir la 2[e] planche.

sur la céramique [1]; dans ce livre M. Jacquemart consacre un article très-court à la fabrique de Talavera la Reyna, et il cite comme en provenant un beau vase de la collection du comte de Liesville, dont il donne la reproduction par une eau forte. J'ai écrit à M. de Liesville, mon collègue de la société de numismatique, pour avoir la description détaillée de cette aiguière. Dans sa réponse, en date du 11 février dernier, il me dit que cette aiguière, bien qu'étant de Talavera, ne porte pas cette couleur verdâtre de l'émail que j'ai signalée plus haut, mais il ajoute que « sur les pièces représentant des feuillages et des animaux, l'émail est souvent d'un blanc vert. » Je suis heureux de me trouver d'accord sur ce point avec M. de Liesville. Quant à M. Jacquemart, qui paraît n'avoir pas eu sous les yeux des faïences à nuances verdâtres de Talavera la Reyna, très-rares, en effet, en France, il se borne à constater (p. 599) que « les anciens écrivains parlent d'une poterie verte et blanche spéciale à cette fabrique. » C'est uniquement ce que j'ai eu pour but de démontrer dans cette note, en m'appuyant sur des spécimens rapportés par moi-même du pays, pour établir que les faïences de Talavera présentent des caractères spéciaux que l'on ne retrouve pas [2] dans les produits d'autres fabriques [3].

1 *Histoire de la Céramique*, par Albert Jacquemart, Paris, Hachette 1873, (*gr.* in-8°).

2 Ou très-rarement.

3 J'ai vu dans la belle collection d'objets d'art du prince Czartoryski à l'hôtel Lambert, à Paris, un magnifique plat espagnol d'un dessin presque mauresque, avec couleur sur engobe. Je ne crois pas que ce plat provienne de Talavera, quoique M. Jacquemart paraisse attribuer cette origine à un plat analogue (peut-être le même), dont il donne la description sans indiquer à quelle collection il appartient. Je crois que les faïences de cette nature proviennent des fabriques du midi de l'Espagne.

UNIV. OF MICH.

ÉTUDE GÉOLOGIQUE ET ARCHÉOLOGIQUE

DE QUELQUES TOURBIÈRES

DU LITTORAL FLAMAND ET DU DÉPARTEMENT DE LA SOMME

PAR M. L. DEBRAY

Conducteur des Ponts-et-Chaussées. [1]

INTRODUCTION

La tourbe est bien connue ; toutefois, il n'est peut-être pas inutile de rappeler la définition qu'en donne M. l'Ingénieur Meugy.

C'est, dit ce savant : « une matière brune plus ou moins » foncée, à texture spongieuse, souvent remplie de débris » visibles d'herbes, de feuilles et de branches d'arbres, renfer- » mant quelquefois de la pyrite de fer en mélange, et jouissant » de la propriété de retenir l'eau avec une grande force. [2] »

On sait que la tourbe est utilisée comme combustible, mais

1 Dans sa séance solennelle de 1872, la Société a décerné *le prix Wicar* au travail de M. Debray, et a décidé qu'il serait inséré dans le recueil de ses mémoires.

2 *Essai de Géologie pratique sur la Flandre Française*, par M. A. Meugy, in-8°, p. 6.

il paraît que son usage ne doit pas être fort ancien dans notre pays, car d'après Pelouse père, de Lamberville, ancien avocat au Conseil, aurait été, au commencement du XVII[e] siècle, un des premiers promoteurs de son emploi. [1]

Charles Patin rapporte, dans son ouvrage, qu'un brevet du roi en date du 30 novembre 1658, a autorisé le sieur de Chambré, payeur des gens-d'armes, à extraire de la tourbe, dans un rayon de vingt-cinq lieues autour de Paris. Ce dernier faisait remarquer : « que le feu de tourbes a de certaines qualitéz, qui » purgent et qui purifient l'air, de manière que c'est vne chose » fort rare que de voir la peste ou des maladies contagieuses » dans les villes et les lieux où on en vse. [2] »

Les avantages signalés par M. de Chambré sont fort contestables, mais du moins, l'innocuité du feu de tourbes n'est pas douteuse, quoique ses émanations soient peu agréables.

Ce combustible était cependant connu dans l'antiquité, car Pline rapporte livre XVI.I qu'il a visité dans le Nord les grands et les petits Chauques, [3] et que ces peuples « façonnent à la » main des mottes de terre, qu'ensuite ils font sécher au vent » plutôt qu'au soleil, et se servent de cette terre pour cuire leurs » aliments, et réchauffer leurs entrailles, glacées par les froids » du Nord. [4] »

1 *Traité méthodique de la fabrication du coke et du charbon de tourbe*, par Pelouse père, in-8°, p. 92.

2 *Traité des tourbes combustibles*, par Charles Patin, [illegible] la Faculté de Médecine de Paris, in-4°, 1668, p. 168.
Cet ouvrage sur la tourbe est le premier [illegible] langue. Celui de Schoockius a été impri[illegible]

3 Ces peuples, dit Wastelain, [illegible] entre l Ems et le Weser (*Des[illegible]*

Histoire naturelle de Pl[illegible], in-8°, t. X, p. 5

Malgré cela, l'emploi de la tourbe paraît avoir été abandonné pendant tout le moyen-âge. On doit sans doute en attribuer la cause à l'imperfection des moyens employés pour l'extraire, [1] et surtout à la présence des nombreuses forêts qui couvraient le sol de la Gaule.

Nous n'avons pas l'intention de nous étendre davantage sur l'époque à laquelle a eu lieu l'emploi de ce combustible qui, bien que généralement dédaigné, a cependant rendu les plus grands services aux classes pauvres.

Nous nous proposons, dans le présent travail, de décrire quelques tourbières du littoral; nous parlerons de ce qu'elles renferment, et nous chercherons à déterminer leur âge géologique et historique. Nous donnerons quelques renseignements sur plusieurs bancs tourbeux du département du Nord, et nous terminerons par les tourbières d'Aveluy et d'Albert dans le département de la Somme.

[1] On peut dire que l'invention du grand louchet par Éloi Morel, né en 1735, à Thésy-Glimont (arrondissement d'Amiens), a été un bienfait pour la Picardie, car avec cet outil, on peut extraire la tourbe jusqu'à sept ou huit mètres de profondeur au-dessous du niveau de l'eau, ce qui a permis d'atteindre les bancs de meilleure qualité.

Un monument a été érigé à Thésy-Glimont en l'honneur de cet homme utile.

PREMIÈRE PARTIE.

TOURBIÈRES DU LITTORAL.

CHAPITRE Ier — STRATIGRAPHIE.

Les marais tourbeux, dit M. Léo Lesquereux dans ses remarquables recherches : « s'étendent sur les rives basses des mers » et des lacs, au bord des fleuves et des rivières, au fond des » vallées et quelquefois sur les pentes et les sommets des mon- » tagnes. [1] »

Les tourbières qui vont être décrites, font partie de la plage maritime qui s'étend depuis Boulogne jusqu'en Danemarck. On a choisi les exploitations existant sur les communes d'Ardres, du hameau de Bois-en-Ardres, de Nortkerque, de Guemps et de Looberghe.

On commencera par les premières. (Voir le plan, planche I).

1° *Tourbières d'Ardres.*

Cette exploitation est limitée au Nord, par la voie ferrée, au sud-ouest par le Watergand de 1777, et au sud-est par la rue Verte et le chemin du Fort-rouge.

Les coupes représentées sur la planche II ont la composition suivante : (Voir le tableau ci-après).

[1] *Quelques recherches sur les marais tourbeux en général*, par Léo Lesquereux. Neuchatel, Wolfrath, 1844, in-8°, p. 251.

INDICATION DES COUCHES.	COUPES										OBSERVATIONS.
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	
	m c	m c m c	m c	m c	m c	m c	m c	m c m c	m c	m c	
Terre de marais, avec coquilles d'eau douce . . .	0.25	0.40 à 0.30	0.30	0.20	0.20	0.20	0.20	0.40 à 0.45	0.25	0.45	**COUPE A.** Il paraît que dans les points où il existe de la matière tourbeuse (N° 2), l'épaisseur de la tourbe inférieure est plus grande.
Ancien fossé avec matière tourbeuse	»	+	»	»	»	»	»	»	»	+	
Matière tourbeuse avec traces de limonite . . .	0.20	»	»	»	»	»	»	»	»	»	**COUPE B.** L'argile grise contient des *Rissoa ulvæ* de *a* en *b*, et un mélange de coquilles d'eau saumâtre et marine de *c* en *d*. A 2 m. de cette coupe, vers le nord, on remarque au milieu du sable bleu, une petite couche tourbeuse de 0,05 cent. d'épaisseur.
Sable gris de mer	»	»	0.00 à 0.50	»	»	»	»	»	»	»	
Argile grise avec *Rissoa ulvæ*	0.50	0.40 à 0.70	0.40	0.30	1.40	1.00	0.45	0.55 à 0.65	0.66	0.50	
Sable gris argileux.	»	»	0.60 à 0.80	0.50	»	»	0.40	0.00 à 0.90	»	»	**COUPE C.** Les couches N^os^ 2 et 4 contiennent des coquilles d'eau saumâtre et marine. La couche N° 3 ne renferme que les premières coquilles. De *a* en *b* de la coupe, se trouvent des *Rissoa ulvæ* de même que dans le faux gazon. L'argile grise est colorée par de l'oxyde de fer.
Sable bleu de mer	»	0.30 à 1.00	0.75	»	»	»	?	»	»	»	
Argile bleue sableuse, avec *Cardium* et *Lutraires*. .	0.50	»	0.10 à 0.80	0.30	0.65	0.26	»	0.15 à 0.40	0.75	1.30	
Argile bleue compacte avec coquilles marines	»	0.00 à 0.80	»	0.45	»	0.20	»	0.00 à 0.45	»	»	**COUPE D.** La coupe, prise sur 110 m. de longueur, ressemble vers le nord-est à la coupe C, près de laquelle elle se rattache. On remarque que les deux couches d'argile bleue ne se continuent pas dans toute son étendue. Quelques coquilles marines se rencontrent dans la couche N° 2, mélangées avec des *Rissoa ulvæ*. Ces dernières se retrouvent parfois dans l'argile bleue.
Faux gazon (1)	»	0.00 à 0.20	0.20	»	0.22	0.25	»	0.45	0.33	»	
Tourbe (1re couche) . . .	1.50	0.75 à 0.80	1.20	0.92	0.75	1.10	»	0.96 à 1.00	1.30	0.03	
Argile bleue sableuse . . .	»	»	0.45	»	»	»	»	»	»	»	
Tourbe (2e couche)	»	»	0.07	»	»	»	»	»	»	»	
Argile bleue sableuse . . .	»	»	?	»	»	»	»	»	»	»	
Hauteur de la 1re couche de tourbe, au-dessous du niveau moyen de la mer.	0.703	0.853 à 1.453	0.153 à 0.903	0.453	1.053	0.703	»	0.343 à 0.653	»	0.80	**COUPE J.** C'est vers cette coupe qu'à été terminée l'exploitation de la tourbe, dont l'épaisseur est réduite à 0,03 c.

(1) On appelle faux gazon, la partie de la tourbe qui est mêlée avec la couche d'argile supérieure.

Tourbières d'Ardres (suite).

Ancienne tourbière de M. Limousin.

M. Limousin a terminé, en 1868 l'exploitation d'une tourbière située sur la commune d'Ardres. Cette tourbière est limitée au sud, par le chemin de fer de Lille à Calais, au nord par le canal de Calais à Saint-Omer, à l'est par la rue Verte et à l'ouest par la station d'Ardres.

On y remarque que la partie correspondant à la coupe K, [1] comprend seulement du sable qui s'étend vers le sud-est. L'argile et la tourbe se rencontrent dans les autres coupes.

Les coupes M et N ont été prises dans l'emplacement d'anciens fossés : le premier pouvait être considéré comme une rivière car sa largeur atteignait 20 mètres. L'étendue du second était seulement de 3 à 4 mètres.

L'argile a été employée à la fabrication des briques.

Des ossements auraient été rencontrés dans la couche de tourbe qui ne contient pas de débris de bois.

Les couches relevées en octobre 1868, d'après les renseignements qui nous été donnés par M. Limousin, sont les suivantes :

[1] Les coupes ne sont pas figurées.

Nos des couches	NATURE DES COUCHES.	COUPES					OBSERVATIONS.
		K	L	M	N	O	
		m c	m c	m c	m c	m c	
1	Terre de marais	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	La couche N° 1 ou terre de marais des coupes M et N est moins sableuse.
2	Sable de mer ordinaire . .	»	»	2. »	»	»	
3	Sable de mer, gris jaunâtre, légèrement argileux et très-fin, avec coquilles marines, mais assez rares	1.50	»	»	»	»	La couche N° 6 de la coupe N comprend des Littorina Littorea, des Cardium Edule et des Mytilus Edulis.
4	Sable de mer gris bleu, avec débris de végétaux et coquilles marines surtout à la base	»	»	1 25	»	»	Au-dessous de la couche N° 5 de la coupe K, se trouve de l'argile sableuse.
5	Sable bleu de mer, avec grains de mica et nombreuses coquilles marines	1.75	»	»	»	»	
6	Argile grise sableuse, avec rissoa ulva	»	»	»	1.80	1. »	
7	Argile grise plus ou moins compacte (arg. à briques)	»	1.30	»	»	»	
8	Sable avec parties tourbeuses	»	0.50	»	»	»	
9	Tourbe	»	1. »	0.20	1. »	1. »	
10	Argile bleue sableuse avec grains de mica et débris de végétaux	»	0.70 et au-delà.	+	0.70 et au-delà.	+	

2° *Tourbières de Bois-en-Ardres.*

Ces tourbières sont situées sur le hameau de Bois-en-Ardres. Elles sont limitées à l'Est par la rivière de Nielles et au Sud par le Watergand de 1777. La coupe est prise sur une ligne perpendiculaire à la direction de cette rivière et à 430 mètres du passage-à-niveau du chemin de fer.

Coupe P. (Planche N° III).

		m e
1°	Terre de marais.	0.30
1 bis	Fossé tourbeux	»
2°	Sable gris et fin de mer	0.30
3°	Sable gris de mer légèrement argileux. . .	0.50 à 0.60
4°	Sable jaune argileux et feuilleté, coloré par de l'oxyde de fer	0.25 à 0.40
5°	Sable bleu de mer.	0.40 à 0.30
6°	Argile bleue compacte	0.70 à 0.90
7°	Faux gazon	0.05 à 0.20
8°	Tourbe (composée de bois et de feuilles) . .	1.10 à 1.504
9°	Argile bleue sableuse.	0.20
10°	Tourbe avec nombreux débris de plantes et de bois, graines, bois carbonisé et élytre d'insecte	0.40
11°	Argile bleue sableuse.	?

Le dessus de la tourbe (couche N° 8), est de 0,523 à 0,973 plus bas que le niveau de la mer.

En 8 *bis* se trouvait couché horizontalement vers l'ouest, un sapin de 0,34 de diamètre, reposant sur le tronc d'un autre arbre de 0,70 au moins d'épaisseur. Des plantes vivantes traversaient le sapin.

Les coquilles marines sont rares dans cette coupe.

Tourbières de M. Forteville à Bois-en-Ardres.

Ces tourbières qui sont ouvertes sur le côté droit du canal de Saint-Omer à Calais, seront bientôt épuisées. Il paraît que la tourbe y est d'une qualité supérieure à celle des autres parties de la région.

La coupe Q, relevée près de la berge du canal, à deux kilomètres du pont Sans Pareil,[1] présente les couches ci-après : (cette coupe n'est pas figurée).

	m	c
1° Terre de marais	0	20
2° Sable de mer	0	70
3° Argile bleue (propre à la fabrication de la brique)	1	»
4° Tourbe	1	»
5° Argile bleue	?	

Nous n'avons pas remarqué de coquilles d'eau saumâtre ou marines dans cette coupe.

3° *Tourbières de Nortkerque.*

Des tourbières sont exploitées à Nortkerque, à 600 mètres environ, au nord du chemin de fer de Lille à Calais. Elles sont limitées au sud-est par le Watergand de la Liettre, au nord-est et au sud-ouest par les rues Droite et du Chat.

[1] Il n'est peut-être pas hors de propos, puisque l'on cite ce remarquable ouvrage, construit en 1750, par M. Beffara, de donner les renseignements que l'on trouve sur ses fondations dans l'ouvrage de Bélidor.

L'auteur dit que le terrain était formé de tourbe mêlée de sable mouvant et de terre grasse, et que les fondations ont été établies sur pilotis pour consolider un fonds aussi bizarre. (*Architecture hydraulique*, tome second, 4e partie, p. 348 et suiv.)

On y trouve la coupe suivante :

Coupe R. (Planche III).

	m c
1° Terre de marais avec coquilles d'eau douce . . .	0.20
2° Argile grise avec *rissoa ulvæ* sur 0m 25 d'épaisseur à la partie supérieure	1. »
3° Argile bleue compacte, avec *Cardium edule* et *Lutraria compressa*. — Épaisseur maximum .	0.80
4° Tourbe (son point le plus bas est à 0m 87 au-dessous du niveau moyen de la mer).	0.90
5° Argile bleue sableuse (profondeur atteinte dans un sondage fait par M. Glasson)	5. » au moins

On doit faire remarquer, que des veines tourbeuses se prolongent jusqu'à la couche N° 3. La tourbe est de même qualité qu'à Ardres.

Deux arbres de 0m20 à 0m30 de diamètre ont été rencontrés dans la tourbière à 3m30 de profondeur.

Les tableaux ci-après, page 22, donnent le résumé des objets qui ont été trouvés dans les tourbières d'Ardres et de Nortkerque.

4° *Tourbières de Guemps.*

Les tourbières exploitées sur cette commune par M. de l'Église sont limitées au sud par le Watergand de mer Straete, et au nord par le Watergand du Vinfil, à l'est par la rue du Loup, et à l'ouest par le canal du Houlet. Elles ne diffèrent pas sensiblement de celles qui précèdent; toutefois, on a relevé près du

bureau de M. de l'Église, une couche fort intéressante [1] dont le détail suit :

	m	c
1° Terre de marais	0	40
2° Argile grise avec Rissoa ulvæ et Cardium Édule .	0	25
3° Matière tourbeuse	0	05
4° Couche fluviatile avec coquilles d'eau douce . . .	0	20
5° Couche formée de plantes de marais (tourbe en voie de formation)	0	12
6° Argile bleue avec coquilles marines.	0	30
7° Tourbe.	0	75

Il paraît que l'épaisseur de la couche de tourbe est généralement de 1m00 à 1m20, dans cette partie du marais.

5° *Tourbières d'Offekerque.*

On exploite encore des tourbières situées à l'Est des précédentes. Elles appartiennent également à la même formation. On n'y rencontre aucun objet intéressant.

L'argile est employée à la fabrication des briques.

6° *Tourbières de Looberghe.*

Nous avons visité les tourbières exploitées sur cette commune par Mme Ve Fermont et par M. Vitse. On y trouve les couches suivantes :

[1] L'emplacement de ces tourbières se trouvant en dehors du plan général, on ne l'a pas indiqué. — La coupe n'est pas figurée.

Tourbières de Mme veuve Fermont.

	m c
1° Terre végétale sableuse.	0.40
2° Sable gris de mer	1. »
3° Sable bleu micacé.	0.32
4° Argile bleue sableuse avec traces de mica. . . .	0.68
5° Tourbe mêlée de branches.	1.30 à 1.50

On n'a pas remarqué de coquilles marines.

D'après M. Fermont fils, au-dessous de la tourbe, se trouve une couche d'argile mêlée de plantes sur 0m60 à 0m90 d'épaisseur. Lorsqu'on y plonge la sonde, les eaux montent rapidement et elles inondent les fosses.

Il paraît qu'il y a une dizaine d'années, on aurait rencontré une espèce de puits, qui se dirigeait obliquement jusqu'à la tourbe, et au fond duquel on aurait trouvé un vase en terre grise, d'une capacité d'environ deux litres.

Tourbières de M. Vitse.

	m c
1° Terre végétale.	0.20
2° Sable de mer avec coquilles marines	1.20
3° Sable bleu.	3.35
4° Argile bleue	0.10
5° Tourbe contenant peu de bois	1.68
6° Argile bleue, découverte en notre présence . . .	?

D'après M. Vitse, des fragments de poteries auraient été trouvés sur la couche de tourbe.

Les bois ne se rencontrent qu'au fond de la tourbière.

Le sable se vend dans le pays. [1]

[1] L'emplacement de ces tourbières se trouvant en dehors du plan général (planche I), on n'a pu l'indiquer. — Les coupes ne sont pas figurées.

7° *Couche de tourbe à Sangatte.*

Dans une excursion faite à Sangatte, M. le docteur Robbe a eu l'obligeance de nous donner quelques renseignements sur la couche de tourbe existant sur la plage. Cette couche a, d'après M. Delannoy, conducteur des Ponts-et-Chaussées, 0m80 à 1m20 d'épaisseur en avant de la digue (vers la mer); elle n'aurait que 0m20 aux points observés par M. Robbe. Au-dessous se trouve un sable argileux jaune très-fluide. La tourbe est généralement recouverte de 1m par le sable qu'apporte la mer. Sa partie supérieure étant à 0m65 au-dessous du niveau des hautes-mers, de vives-eaux ordinaires, la couche de tourbe serait donc située à 3m05 au-dessus de celle d'Ardres. Cette différence de hauteur est, on le voit, considérable.

M. Robbe possède de nombreuses antiquités trouvées sur ce lit de tourbe, nous en donnons la liste plus loin.

8° *Traces de combustion dans les tourbières*

Un fait des plus remarquables, c'est la présence de plantes ressemblant à de la paille brûlée, que l'on rencontre au milieu des fragments de tourbe sèche.

Nous possédons des échantillons de bois, réduits à l'intérieur à l'état de charbon de bois, et dont l'écorce n'a pas subi d'altération. Ces échantillons ont été trouvés entre les couches Nos 8 et 9 de la coupe P, à 0m75 ou 1m00 de profondeur dans la tourbe. D'autres bois trouvés dans les mêmes conditions sont carbonisés sur leur contour, sans que le cœur soit atteint.

Des traces semblables de carbonisation ont été observées dans les tourbières d'Albert et à Prouvy (Nord).

L'un de nos compatriotes, M. Paul Masse, de Corbie, qui

s'intéresse à nos recherches, nous a offert des échantillons de bois carbonisé sur l'une des faces, et trouvés à 7m00 de profondeur, dans les tourbières de Chantreine près de Corbie.

Nous ajouterons que M. Herrewyn, de Bergues, qui possède une magnifique collection d'antiquités, a eu la bonté de nous montrer un cruchon en poterie gauloise, portant des marques de fumée. Ce vase qui se trouvait sur un lit de charbon de bois, a été découvert sur la commune de Hoymille près de Steenstraete au-dessous de la dernière couche de tourbe.

Il nous est difficile d'expliquer ces traces partielles de carbonisation; toutefois, nous sommes porté à croire que certaines d'entre-elles peuvent être le fait de l'homme.

9° *Dégagement de gaz.*

Après avoir fait creuser de 0m30, la couche N° 11 de la coupe P, pour reconnaître la nature du sol, au-dessous de la dernière couche de tourbe, une grande quantité de gaz s'est échappée en produisant un certain bruit, pendant environ cinq minutes; de fortes bulles de gaz venaient crever à la surface de l'eau qui s'élevait. Ce gaz est probablement de l'hydrogène sulfuré, et son odeur bien connue se manifeste, lorsque l'extraction de la tourbe arrive vers le fond de l'entaille.

On remarque la présence du même gaz, dans les tourbières d'Albert et d'Aveluy.

10° *Exploitation des tourbières.*

L'exploitation des tourbières d'Ardres et de Nortkerque, se fait à ciel ouvert, sur une longueur de 20m00 et une largeur de 2m40 à 2m65, sans que les eaux apportent grand obstacle à l'exécution du travail. Les déblais sont rejetés sur le côté opposé à la face de l'entaille. Sur le hameau de Bois-en-Ardres on emploie l'argile à la fabrication des briques.

La tourbe est extraite au moyen d'une bêche de 0m90 de longueur totale, appelée féron. La tranche de l'outil a 0m16 de hauteur sur 0m09 de largeur. Elle est pourvue sur l'un des côtés, à droite ou à gauche, suivant la main de l'ouvrier, d'un aîleron de même dimension, faisant avec la face, un angle de 103° environ.

Chaque coup de féron enlève un prisme de 0m09 de côté sur 0m25 à 0m35 de hauteur, selon la dûreté de la matière à extraire. Les prismes sont lancés vers la berge, où se trouvent des femmes et des enfants qui, après les avoir reçus, les déposent sur une brouette pour les conduire ensuite à la place où on doit les faire sécher.

Une couche de tourbe extraite sur 0m25 à 0m35 de profondeur s'appelle un appui, et le fond de la tourbière la table, l'ensemble de la partie extraite, une face. Dans chaque face il y a trois ferronneurs, trois receveurs, huit brouetteurs et trois déchargeurs.

Les tourbes extraites sont, comme on l'a dit, déposées sur l'aire qui doit les recevoir, et on les incline les unes contre les autres de manière que la moitié de leur surface soit présentée à l'air. Après quinze jours d'exposition, selon le temps on les retourne (décolle) huit jours après, on les met en châtelets, c'est-à-dire en pyramides composées chacune de douze tourbes et au bout d'un mois on en fait des meules cubant 3m c56.

Les ouvriers sont généralement employés à la tâche. Les féronneurs, c'est-à-dire ceux qui extraient la tourbe, ont 75 c. à 1 fr. par meule; ils gagnent de 3 à 4 fr. par journée de neuf heures. [1]

[1] Les ouvriers font parfois 4 mèt. c. à l'heure, élevés à 3 m., généralement ce cube est de 24 m. par jour. Ces résultats peuvent paraître surprenants, mais les ouvriers, qui sont fort laborieux, travaillent avec une rapidité extrême. Ainsi, nous les avons vus plusieurs fois extraire par minute et élever à 3 m. de hauteur, 40 prismes de 0 m. 35 × 0 m. 10 × 0 m. 08, ce qui fait par heure un cube de 6 m. 72, abstraction faite des temps d'arrêt

Les ouvriers travaillant aux déblais supérieurs, gagnent 2 fr. à 2 fr. 25 par jour. Les enfants et les femmes qui reçoivent ou qui transportent les tourbes extraites, 1 fr. 25 à 1 fr. 40.

On donne 20 c. par meule pour retourner les tourbes, 30 c. pour les disposer en châtelets, et 35 c. pour les mettre en meules. Les personnes employées à ces derniers travaux, sont généralement des femmes, dont la journée revient à 1 fr. 50 ou 1 fr. 75.

L'exploitation commence le 20 avril, et elle finit le 31 juillet.

La meule de tourbe cubant $3^{m}56$, se vend à Ardres 12 fr. prise sur place, et le mille de briques 21 à 22 fr. La couleur de ces briques est jaune orangé.

A Looberghe, la bêche, qui est dépourvue d'aîleron, a $0^{m}76$ de longueur totale, et la tranche $0^{m}24$ de hauteur sur $0^{m}125$ de largeur; à $0^{m}22$ de son extrémité, se trouve rivé un arrêt, qui sert à placer le pied, de manière à exercer un plus grand effort. Les mille morceaux de tourbe, extraits suivants les dimensions du fer de cette bêche, se vendent 10 à 13 fr. [1]

Les terrains tourbeux coûtent généralement 7,000 fr. l'hectare. Après l'exploitation du combustible, ils ne valent plus que 850 fr. à 2,800 fr. suivant le soin apporté au régalement ou au mélange plus ou moins parfait des déblais supérieurs.

1 Voir les détails intéressants donnés par M. Meugy sur ces tourbières, page 137 de son ouvrage.

CHAPITRE II. — PALÉONTOLOGIE.

Nous n'avons pas la prétention d'élucider la question du mode de formation des tourbières, [1] ni de donner leur composition chimique ; toutefois, il nous a semblé qu'il ne serait peut-être pas inutile, de faire connaître ce que nous y avons rencontré.

1° *Bois.*

Les tourbières de Bois-en-Ardres renferment une grande quantité de bois, [2] mais il est à remarquer que l'on en rencontre beaucoup moins dans celles d'Ardres ; en effet, la quantité de bois diminue lorsqu'on se dirige vers la mer. D'après M. Ravin, il en serait de même pour les tourbières de la Somme.[3]

A Bois-en-Ardres, il existe des couches de un mètre d'épaisseur, formées entièrement de débris d'arbres et de feuilles, qui présentent une couleur jaune ocrée des plus remarquables. [4]

[1] D'après M. Léo Lesquereux : « L'opinion la plus généralement répandue » parmi les auteurs qui se sont occupés de recherches sur les marais tourbeux est celle-ci : c'est que la matière s'est formée lentement dans les » étangs, dans les lacs, sur les bords de la mer et des fleuves, et dans les » eaux peu profondes en général ; qu'elle s'y est formée de débris de végétaux » aquatiques dont l'entassement successif a produit les couches que nous » découvrons maintenant, et dans lesquelles les végétaux ont conservé leurs » propriétés combustibles. » (Ouvrage cité, p. 32).

[2] La qualité de la tourbe va en augmentant jusqu'au fond de la tourbière.

[3] *Mémoire géologique sur le bassin d'Amiens*, par M. F. Ravin. Abbeville 1836, in-8°, p. 62.

[4] Voir sur ce point, l'ouvrage de M. L. Lesquereux, p. 232.

L'écorce du bois de bouleau conserve parfois sa couleur argentée, ainsi que le fait remarquer M. Alexandre Brongniart [1]; le cœur de ces arbres ne paraît pas altéré [2].

Les arbres sont, paraît-il, renversés dans toutes les directions: un échantillon que nous avons recueilli, présente des tiges croisées à angle droit. Il s'en trouve même ayant leur cime en bas, et la place qu'ils occupent ne serait pas toujours celle où ils ont poussé.

Près de la coupe P (planche III), un chêne de cinq mètres de longueur, sur 0m10 et 0m40 de diamètre à ses extrémités, a été rencontré à 0m40 dans la tourbe : il était couché vers le nord. Les racines des arbres se continuant généralement dans le sol, et celles de ce chêne n'existant plus, on est porté à croire qu'il a été abattu par la main de l'homme, mais il faut faire observer qu'il n'existait plus que le cœur de cet arbre.

Les bois retirés des tourbières sont tellement mous, excepté toutefois le bois de chêne, qu'ils se coupent comme du savon, et de même qu'une éponge imbibée d'eau, ils ne flottent pas; des joncacées les traversent. Leur volume diminue d'une manière considérable en séchant.

Il est assez difficile d'en distinguer les espèces, car le bois a pris généralement une couleur brun jaune, à l'exception du bois de chêne qui est devenu noir.

Les espèces reconnues sont les suivantes : chêne, frêne, sapin, noyer, sorbier, bouleau, saule, buis, noisetier, épine.

[1] Voir le mot tourbe, dans le tome 55 du *Dictionnaire des Sciences naturelles*, publié sous la direction de Cuvier.

[2] « La décomposition, dit M. L. Lesquereux, a plus d'action sur les » fibres intérieures du bois que sur l'écorce, qui contient beaucoup de tan- » nin et de résine » (Ouvrage cité, p. 282).

2° *Plantes.*

La tourbe et les bois sont souvent traversés verticalement par de nombreuses joncacées encore vivantes, qui se prolongent même jusque dans l'argile bleue. (Couche N° 6 de la coupe P, par exemple).

Les typhacées (sur celles-ci on trouve de petites graines) et les équisétacées, se rencontrent plutôt au fond de la couche de tourbe. L'assise N° 10 de la même coupe, en centient également.

Des graines d'iris,[1] ont été recueillies entre la tourbe et le faux gazon, ainsi qu'une espèce de champignon, à $0^{m}75$ dans la tourbe (coupe P).[2]

Quant aux mousses, elles existent dans la tourbe et dans le faux gazon. A Aveluy, on les trouve encore intercalées entre des lits très-minces de tourbes, passant à l'état de lignite.

3° *Insectes.*

On remarque souvent, quand la tourbe est séchée, des élytres de donacies qui ont conservé leurs brillantes couleurs. On a trouvé aussi un abdomen de *Rhizotrogus solstitialis.*

Nous croyons devoir rappeler qu'une élytre a été rencontrée dans la couche N° 10, de la coupe P, c'est-à-dire, dans la seconde couche de tourbe.

[1] M. Jadoul, jardinier en chef, a eu l'obligeance de semer ces graines, mais il n'a obtenu aucun résultat.

[2] Ne serait-ce pas l'*Hypoxylon globulare*, espèce de champignon dont les capsules noires ressemblent à de la grenaille à tirer, et que l'on trouve dans la tourbe, d'après M. Alex. Brongniart. (*Diction. des Sciences naturelles*).

4° *Mollusques.*

Les coquilles sont nombreuses dans les tourbières d'Ardres et de Nortkerque,

La terre végétale, mais principalement les fossés tourbeux, contiennent les espèces fluviatiles suivantes : [1]

Cyclas cornea.	Limnæa stagnalis.	Planorbis corneus.
Paludina impura.	» Palustris.	» contortus.
» fasciata.	» Limosa.	» complanatus.

On trouve parmi les coquilles terrestres :

Succinea putris.	Succinea Pfeifferi.	Zonites nitidus.

L'argile grise est remarquable par le grand nombre de ***Rissoa ulvæ*** qu'on y rencontre, surtout à la partie supérieure; on sait que ce petit gastéropode vit dans les eaux saumâtres.

Les *Cardium édule* et les *Lutraria compressa* sont nombreuses dans la couche d'argile bleue, inférieure à la précédente, ces coquilles se rencontrent principalement vers le faux gazon.

On doit faire remarquer que l'on trouve parfois un mélange de coquilles marines et d'eau saumâtre dans les couches inférieures à la terre végétale, mais le fait n'est pas général.

Enfin, les lutraires ayant souvent les deux valves réunies, dans la position verticale qui leur est propre, ce fait indique que ces coquilles ont vécu sur place.

Les *Littorina rudis* n'ont été rencontrées que dans la partie supérieure de la couche N° 5 de la coupe D, et dans la couche

[1] Toutes ces coquilles se sont réunies parfois en si grand nombre, qu'elles ont formé, sur une certaine étendue, un lit de calcaire spongieux de 0 m. 10 à 0 m. 25 d'épaisseur.

N° 6 de la coupe N, c'est-à-dire à la partie inférieure des tourbières d'Ardres.

Le *Buccinum undatum* est fort rare dans les tourbières, il n'a été remarqué que deux fois : l'un se trouvait entre les couches 5 et 6 de la coupe P, et l'autre sur la tourbe, coupe B.

Dans la couche N° 6 de la coupe N, gisait le *Mytilus edulis*. On vient de rencontrer de nouveau cette coquille avec l'*Ostrea edulis*, dans les couches inférieures à la tourbe.

La *Pholas candida* a été trouvée dans le faux gazon, coupe C.

M. Dartois a rencontré l'*Ostrea edulis*, à 3^{m} de profondeur dans un watergand situé sur la commune de Sainte-Marie-Kerque.

Dans les fossés latéraux au chemin de fer de Gravelines à Watten, on trouve fréquemment la *Tellina balthica*.

Enfin, un os de *sèche* a été recueilli dans le faux gazon, près de la coupe B.

La tourbe ne renferme jamais de coquilles marines, et très-rarement des espèces fluviatiles.

Nous ferons remarquer, en terminant, que la couleur des coquilles a généralement pâli, et que l'état de leur nacre a disparu. Mais leur test n'a guère subi d'altération, au point de vue de la résistance.

5° *Vertébrés.*

De nombreux ossements ont été trouvés dans les tourbières du littoral, pendant la campagne de 1872 ; le tableau ci-après, donne tous les renseignements qui se rapportent à cette partie de nos recherches[1].

[1] C'est avec plaisir que nous remercions MM. Glasson, Clerbout-Pélerin et Henart-Oudart, ces deux derniers contre-maîtres de M^{me} veuve Ringot et de M. Limousin, de l'empressement qu'ils ont mis à nous être utiles.

Nos d'ordre.	INDICATION DES TOURBIÈRES.	Coupes.	Profondeur au-dessous du sol.	Sur la couche de tourbe.	Profondeur dans la tourbe.
	Tourbières d'Ardres.				
1	Ecusson de la ligne latérale droite et plaque dorsale d'esturgeon. — Canon, côte et fragment de tête de bœuf. — Cubitus, tibia et canon de chevreuil. — Tête de bélier et de putois.	B	2 45	+	»
2	Maxillaire inférieur, coxaux, fémur et vertèbres lombaires de cheval de petite race. — Côte de bœuf.	I	4 65	+	»
3	Os de canard [1]	C	»	»	au fond.
4	Os de buse	C	»	»	au fond.
5	Deux fragments de corne de cerf	E	»	+	0.30
6	Maxillaire inférieur *humain*	E	2 30	»	0.40
6*bis*	Crâne humain	F	4 85	»	0.45
	Tourbières de Bois-en-Ardres.				
7	Radius gauche et coxal droit de chien. — Molaires de bœuf	P	entre 3 50 et 3 75	»	de 0,50 à 0,75
8	Astragale gauche de cerf.	P	»	+	»
9	Fragments de cubitus et tibia de coq. . . .	P	id.	»	id.
	Tourbières de Nortkerque.				
10	Humerus droit, cubitus et radius droit, calcaneum et canon de cheval. — Canon de bœuf. — Fragment de tibia d'un bélier. — *Humerus humain*	R	»	»	»
11	Os métatarsien de cheval. — Dernière molaire de sanglier. — Maxillaire inférieur de chien	R	»	+	»
12	*Pariétaux humains.* — Coxaux de cheval de petite race. — Fragment de fémur d'un bœuf. — Tibia droit de bœuf et de cheval. — Fragment de canon (très-ancien) d'un cerf. — Côtes de cerf.	R	3 30	»	1 65
13	Coxaux de cheval de petite race. — Tibia, fémur, canon et calcaneum de cerf (trouvés à 0,33 c. au-dessus de la couche de tourbe)	R	Entre 1 70 et 2 10	»	»

[1] Les os d'oiseau se trouvent généralement au fond de la couche de tourbe.

Nos d'ordre.	INDICATION DES TOURBIÈRES.	Coupes.	Profondeur au-dessous du sol.	Sur la couche de tourbe.	Profondeur dans la tourbe.
14	Fragments de maxillaires inférieurs, fémur gauche, tibia droit et canon postérieur droit d'un cheval de petite race. — Fragments de côtes de bœuf. — Canon de chevreuil. — Tibia gauche de chien . . .	R	Couche N° 3.	»	»
	Collection de M. Alfred Dartois.				
15	Côte de baleine ou de cachalot, trouvée à Guemps, à 3 mèt. de profondeur, dans un ancien fossé	»	3 »	»	»
16	Débris de bois de cerf et de daim. — Mâchoire inférieure de sanglier	»	»	+	»

On peut remarquer dans le tableau qui précède, que le nombre d'espèces rencontrées dans les tourbières du littoral est assez considérable.

D'abord la présence de l'homme a été constatée.

Parmi les mammifères, on trouve : le cheval, le bœuf, le cerf, le daim, le chevreuil, le bélier, le chien ou le loup, le sanglier et le putois.

Les oiseaux sont représentés par le coq, le canard et la buse.

Les cétacés et les poissons, par la baleine ou le cachalot, et l'esturgeon.

Les tableaux indiquent que les ossements ont été généralement rencontrés sur la couche de tourbe ou à une certaine profondeur dans celle-ci, et les débris humains démontrent que les tourbières ont été habitées. D'ailleurs, beaucoup d'ossements sont brisés ou fendus sur toute leur longueur, ce qui peut faire croire que ces fractures ont été faites pour enlever la moëlle. [1]

[1] Nous sommes heureux d'exprimer nos remercîments à M. Paul Hallez préparateur à la Faculté des Sciences, d'avoir bien voulu nous prêter son concours pour la détermination des nombreux ossements qui ont été trouvés.

CHAPITRE III. — ARCHÉOLOGIE.

Objets de l'industrie humaine, trouvés dans les tourbières du littoral.

N°s d'ordre.	INDICATION DES TOURBIÈRES.	Coupes.	Profondeur au-dessous du sol.	Sur la couche de tourbe.	Profondeur dans la tourbe.
	Tourbières d'Ardres.				
1	Six fragments de poteries grises anciennes [1]				
2	Partie inférieure d'un vase en poterie grise gallo-romaine	B	2.15	+	»
3	Poterie grise gallo-romaine (partie supérieure du col d'un petit vase dont l'ouverture avait 0,022 de diamètre)	B	»	»	0.50
4	Poterie rouge gallo-romaine (2 fragments)	E	1.65	»	»
6	Anse en cuivre	»	»	»	0.30
5	Morceau cylindrique de bois de sapin, de 0,33 c. de longueur, arrondi à ses extrémités	B	»	+	»
7	Eclats et disque en silex taillé, de 0,048 mm de diamètre	H	1.90	»	0.60
	Tourbières de Bois-en-Ardres.				
8	Couvercle de vase en poterie noire, fait à la main (voir pl. XIII)	P	3.60	+	»
9	Trois fragments de poteries grises anciennes.	P	3.60	»	0.60
10	Fragment de poterie rouge gallo-romaine.				
11	Fragment de poterie grossière de couleur grise (trouvé en notre présence sur la tourbe)	P	»	+	»
12	Piquet en bois de noyer	P	»	»	0.50

[1] Par poteries grises anciennes, nous entendons parler de celles qui peuvent aussi bien appartenir à l'époque gallo-romaine qu'à une époque antérieure, car une définition rigoureuse présente de l'incertitude.

N° d'ordre.	INDICATION DES TOURBIÈRES.	Coupes.	Profondeur au-dessous du sol.	Sur la couche de tourbe.	Profondeur dans la tourbe.
	Tourbières de Nortkerque. [1]				
13	Poterie brune, à pâte blanche, gallo-romaine; hauteur 0,118, diamètre à la panse 0,111, avec sujets de chasse ayant une certaine analogie avec ceux de la poterie donnée par De Bast (voir pl. x, n° 4 de son ouvrage et pl. v de notre travail).	»	2.0ϕ	+	»
14	Poterie grise gallo-romaine; hauteur 0,080, diamètre à la panse 0,096 (voir De Bast, pl. xii, n° 5 et pl. v de notre travail) . . .	R	2.00	+	»
15	Fragment de poterie grise ancienne (le diamètre intérieur de l'orifice devait avoir 0,234)	R	Couche N° 3.	»	»
16	Fragment d'un vase en poterie grise ancienne (son ouverture avait 0,130 de diamètre).	R	2.80	»	0.65
17	Partie inférieure d'un vase en poterie grise ancienne.				
18	Eclats de silex et silex noir.	R	2.80	»	0.65
	Tourbières de Guemps.				
19	Vase en poterie gallo-romaine, de forme à peu près sphérique (0,222 de hauteur sur 0,262 de diamètre à la panse), avec ouverture de 0,158, trouvé en 1870 . . .	»	1.20	»	»
20	Mortier en calcaire oolique, de 0,28 de hauteur et de 0,30 de côté à la partie supérieure; trouvé en 1869. (Ce mortier ressemble à ceux que nous avons vus au musée de Troyes.	»	0.70	»	»

A l'exception des N^{os} 5, 8, 13, 14, 19 et 20 tous les objets qui précèdent, ont été trouvés pendant la campagne de 1872.

[1] D'après M. Glasson, qui exploite cette tourbière, d'autres fragments de poteries auraient été trouvés dans la tourbe à 2 m. 47 du sol.

COLLECTION DE M. DARTOIS.

M. Alfred Dartois, propriétaire à Nortkerque, possède de nombreuses et remarquables antiquités trouvées dans ses domaines. Nous sommes heureux, en en donnant la liste, de lui exprimer nos remerciements d'avoir pris la peine de nous les montrer.

Nos d'ordre.	INDICATION DES OBJETS.	PROFONDEUR à laquelle les objets ont été trouvés.
21	Trépied en bronze, de 0.28 de hauteur totale trouvé dans les marais de Guemps, près du fort Rouge.	Trouvé sur la tourbe à 1.75 de profondeur du sol. L'épaisseur de la tourbe est de 0.75 à 1.00.
22	Récipient en bronze de 0,23 de hauteur et de 0,16 d'ouverture, trouvé dans les marais de Guemps.	
23	Vase en bronze avec trois pieds, manche et biberon, de 0,23 de hauteur, trouvé dans les fondations du bâtiment de la basse-cour de M. Dartois.	Trouvés à 1 m. du sol dans l'emplacement d'un ancien fossé comblé.
24	Huit vases et fragments de poteries rouges, gallo-romaines, trouvés dans les marais de de Bois-en-Ardres, de Nortkerque et de Guemps; on y remarque les sigles figulins ci-après : SAT.VRNIN. — ALBINIM. — CESEVERI. — MATERNI'M. — IMANNIO. — SAXON. — CRCIRO.OFI. — SCZIA : F — FECVNOIN. . . .	Trouvés en divers points du marais, et généralement à à 1.60 de profondeur dans le faux gazon.
25	Amphore en terre blanche, au col étroit, de 0,29 de hauteur totale, avec deux anses de forme peu gracieuse	Trouvés dans les marais de Nortkerque, près du Fort-Rouge, à 2 m. du sol sur la tourbe.
26	Vase en poterie noire ancienne, de 0,22 de hauteur.	
27	Assiette profonde en poterie noire, de 0.19 de largeur, contenant des ossements humains (le fond porte quatre petits carrés)	Trouvée à 1.50 du sol, dans les marais de Nortkerque.
28	Vase grossier, ancien, de 0,15 de hauteur et de 0,145 d'ouverture	Trouvés dans les marais de Nortkerque à 1.75 du sol.
29	Vase grossier fait à la main, de $\frac{0.136}{0.143}$ d'ouverture et de 0,21 de hauteur.	
30	Vase ancien en terre noire de 0,155 de hauteur.	
31	Deux vases anciens de 0,08 de hauteur en poterie grise	
32	Poterie grise recevant la mèche d'une lampe. .	
33	Plaque en poterie grise de 0,155 de diamètre pour gaufrier (?)	

N° d'ordre.	INDICATION DES OBJETS.	PROFONDEUR à laquelle les objets ont été trouvés.
34	Silex taillé en forme d'as de pique, trouvé à Nortkerque	
	Collection de M. Herrewyn (de Bergues).	
35	Cruchon en poterie gauloise, de la plus grande rareté.	Trouvé à Hoymille au-dessous de la dernière couche de tourbe.
36	Sous-coupe et deux vases gallo-romains, contenant des médailles de Trajan et une statuette en bronze de Diane, placés dans un coffret en chêne retenu par deux piquets . .	Trouvés à Cappelle-Brouck. Le coffret était encastré de son épaisseur dans la tourbe
	Collection de M. Robbe.	
37	Médailles grand bronze : Antoninus Pius, Faustina Senior, Marcus Aurelius, Faustina Junior, Commodus, Julia Domna	Trouvés sur la couche de tourbe.
38	Médailles petit bronze : Constantinus Magnus. .	
39	Médaille en argent : Antoninus Pius.	
40	Médailles gauloises en or et en cuivre [1] . . .	
41	Un magnifique fer de lance en bronze. (M. Chellonneix a eu la bonté d'en faire un dessin dont la copie est jointe à ce travail (V. pl. VI).	
42	Trois clefs romaines et nombreux ornements en cuivre, tels que : agraffes, épingles, etc . .	
43	Une tuile romaine et deux vases gallo-romains	Trouvés dans la tourbe.

MUSÉE DE DUNKERQUE.

Vertèbre de grand poisson trouvée dans le marais de Looberghe.

Côte de cétacé de petite taille, recueillie ou du moins indiquée dans le catalogue, comme provenant des tourbières de Ghyvelde.

MUSÉE DE SAINT-OMER.

N° 1707. — Fragments de poteries romaines trouvés dans les marais de Guemps (don de M. Dartois).

MUSÉE DE CALAIS.

N^os 106, 112, 118, 119. — Vases romains trouvés dans les tourbières de Nortkerque.

N° 110. — Pot romain trouvé à Oye, à 2 mètres de profondeur.

N° 111. — Vase romain trouvé près de la dune de Sangatte.

N° 155. — Clef romaine trouvée à Sangatte.

N° 159 — Clef en fer trouvée au lieu dit Placette, à Guemps, 7 mètres de profondeur.

[1] Deux médailles en or sont peu différentes de celles qu'Alex. Hermand attribue aux Atrébates et aux Marius, voir pl. III N° 21, et pl. VII N° 74 de sa *Numismatique Gallo-Belge*. Bruxelles, 1864, in-8°.

CHAPITRE IV. — CONCLUSIONS.

De la description détaillée des coupes A à R qui précèdent, il résulte que les diverses assises constituant les tourbières du littoral, peuvent être résumées comme ci-après :

	m c
1° Terre de marais	0.20
2° Argile grise ou sable, avec coquilles marines et conche d'eau saumâtre à la partie supérieure. .	0.83
3° Argile bleue plus ou moins sableuse, avec coquilles marines	0.82
3° Tourbe	1.40
Total	2.95

Nous allons maintenant aborder l'examen de l'âge historique et géologique de ces tourbières. Nous commencerons par le dernier.

1° *Age géologique.*

Le tableau graphique (voir planche IV)[1] fait voir nettement, que la tourbe et les couches qui la surmontent, sont comprises entre le niveau des haute et basse-mer de mortes eaux ordinaire. Les coquilles marines contenues dans les dépôts supérieurs, démontrant d'une manière incontestable que ces dépôts sont marins, ils sont donc venus se former par suite d'une irruption de la mer et après la formation de la tourbe, car celle-ci ne contient pas de coquilles marines.

[1] Ce tableau diffère peu de celui qui a été donné par M. l'Ingénieur en chef Meugy, dans son *Essai de Géologie.* (Voir p. 211, fig. 16). On trouve, en effet, que le niveau du sol de nos tourbières est plus bas de 0,80 c. que celui de la plaine de Dunkerque.

Il n'est pas nécessaire, pour expliquer la présence des dépôts marins, d'avoir égard à l'abaissement des côtes du littoral, puisque le dessus de la tourbe est à 0^m65 au-dessous du niveau moyen de la mer.

Si l'on voulait en tenir compte, on pourrait se reporter à une expérience fort intéressante, que M. l'Ingénieur des ponts et chaussées Menche de Loisne, a eu l'extrême obligeance de nous communiquer.

D'après cette expérience, un cube de sable de cent mètres correspondant à une hauteur de 2^m45, mesurée en tranchée, a produit après l'extraction, un cube de cent dix mètres mesuré sur plate-forme de wagon. (Le sable était surmonté d'une couche d'argile sableuse et de terre végétale de 2^m89 de hauteur). Une épaisseur de 1^m de sable dans la carrière, correspond donc à une hauteur de 1^m10 après extraction. Par suite, il en résulte que le sable s'est comprimé de 0^m10 par mètre de hauteur dans la carrière.

En supposant que la couche de sable soit la même à Ardres qu'à Calais, c'est-à-dire de 20^m30 [1] elle correspondrait à une épaisseur de sable non tassé supérieure de 2^m03 à son épaisseur actuelle.

Toutefois les résultats de cette expérience ne permettent pas de conclure d'une manière certaine que le sol se soit abaissé de cette quantité. Car les couches sableuses s'étant sans doute déposées graduellement, le tassement s'est effectué au fur et à mesure, de sorte que l'abaissement de la surface n'a pas dû être aussi considérable, que si ce tassement s'était produit tout entier et d'un seul coup, après la formation du dépôt.

Il nous paraît donc probable que la tourbe s'est formée dans

[1] Meugy. — Ouvrage cité, p. 225. — Il est à remarquer que les sondages exécutés à Calais et à Dunkerque n'ont traversé aucune couche de tourbe.

un lac d'eau douce, qui devait avoir environ trois mètres de profondeur, car le fond de la tourbe est à 1m75 au-dessous du niveau moyen de la mer, et le niveau des eaux douces est aujourd'hui à environ 0m927 au-dessus de ce même niveau.

Ce lac était séparé de la mer par des dunes. Après la formation de la tourbe, la mer les ayant rompues a fait irruption dans ce lac, et elle y est restée pendant un temps probablement assez long, puisqu'elle y a déposé des couches d'argile et de sable dont la puissance est moyennement de 1m65.

A une époque postérieure la brèche ayant été comblée le travail des hommes aidant, la mer s'est retirée dans les limites qu'elle occupe encore aujourd'hui.

2° *Age historique.*

D'après les nombreux fragments de poteries qui ont été trouvés, on peut dire que les tourbières du littoral étaient formées ou du moins sur le point de l'être complètement, à l'époque de la domination romaine.

En effet, tous les objets, sauf peu d'exceptions, ont été recueillis sur la couche de tourbe ou à 0m50 et 0m75 de profondeur au-dessous de sa surface. D'autre part, on peut remarquer que sur la couche de tourbe qui existe sur les bords de la mer à Sangatte. M. le docteur Robbe a recueilli de nombreuses antiquités qui témoignent que la plage était habitée à l'époque romaine. La remarquable collection de M. Dartois à Nortkerque vient à l'appui de ces observations.

Nous ferons observer que si la tourbe n'avait pas été entièrement formée à l'époque où la mer a fait irruption, l'argile bleue s'y serait infiltrée : ce qui n'a eu lieu qu'aux points où il se présente des failles. Le mélange de l'argile et de la tourbe n'existe réellement que dans la partie appelée faux gazon, dont l'épaisseur est assez faible.

On a remarqué que dans les parties où l'argile est remplacée par du sable bleu, le faux gazon n'existe pas. On peut expliquer cette particuliarité, en disant que le sable s'est déposé dans des ravinements.

On a dit précédemment que l'on trouve sur la tourbe et parfois même à 0m50 ou 0m75 de profondeur dans celle-ci, des poteries qui appartiennent incontestablement à l'époque gallo-romaine et d'autres à une époque antérieure. [1]

Or, ceux de ces débris trouvés dans l'épaisseur de la couche de tourbe, n'ont pu être déposés que pendant la durée de sa formation, c'est-à-dire à une époque antérieure à l'irruption des eaux de la mer. Cette irruption a eu lieu, par conséquent, après la conquête romaine.

Si l'on suppose que les poteries ont été amenées par la mer, qui aurait submergé les habitations existant à l'époque gallo-romaine dans cette région, cette hypothèse ne détruit aucunement notre opinion, puisque les objets dont il s'agit appartiennent à cette époque.

Il n'est guère probable que l'on ait pu habiter la plage boueuse

[1] Il n'est pas inutile de faire connaître ici l'opinion de De Bast sur ce point : « Il ne paraît pas moins certain, dit ce savant archéologue, que ces » bas-fonds, en quelques endroits, furent jadis habités ; le nombre prodi- » gieux de vases, de médailles, d'instruments, d'ustensiles de toute espèce, » découverts dans ces tourbières (il s'agit, il est vrai, de celles de la châ- » tellenie de Bruges), en fournissent des preuves non équivoques. »

Ailleurs, le même auteur ajoute : « J'avoue que l'on ne peut prononcer » avec certitude sur l'âge des monuments qu'on y a découverts, et que la » date en est incertaine ; mais parmi les vases déterrés dans les tourbières, » il y en a qui réclament en faveur des beaux temps des Romains ; d'autres, » par leur mauvais dessin, et par la disproportion de tout l'ouvrage, portent » l'empreinte de la décadence des arts ; quelques-uns même ont un goût » absolument barbare, et il faut les faire remonter au temps des anciens » Gaulois. » (*Recueil d'antiquités romaines et gauloises*, par De Bast, Gand 1808, in-4°, tome I, p. 306 et 308.

résultant des dépôts argileux. Dans tous les cas, cela n'expliquerait pas comment des objets très-nombreux et de formes très-diverses, auraient pu traverser la couche d'argile et aller se loger dans la tourbe.

A défaut de documents historiques, indiquant l'époque à laquelle la mer a envahi cette partie du sol, la présence de médailles pourrait servir à éclairer la question, mais comme nous ne connaissons que des médailles de Trajan trouvées à Capelle-Brouck [1], elles ne suffisent pas pour résoudre le problème.

Buffon, dans sa théorie de la terre, article XVIII, pense que l'inondation a eu lieu avant la conquête de la Gaule par J. César [2]. Nous persistons néanmoins dans notre dire, et nous

1 *Statistique archéologique du département du Nord*, in-8°, p. 144.

2 La description que donne Buffon des tourbières du Nord est d'une grande exactitude. On lit, en effet, dans son ouvrage ce qui suit.

« Dans les châtellenies et subdélégations de Bergues-Saint-Winox, » Furnes et Bourbourg, on trouve de la tourbe à trois ou quatre pieds sous » terre; ordinairement ces lits de tourbe ont deux pieds d'épaisseur et sont » composés de bois pourris, d'arbres mêmes entiers, avec leurs branches et » leurs feuilles dont on connaît l'espèce, et particulièrement des coudriers, » qu'on reconnaît à leurs noisettes encore existantes, entremêlées de différentes espèces de roseaux faisant corps ensemble.

» D'où viennent ces lits de tourbes qui s'étendent depuis Bruges par tout » le plat pays de la Flandre jusqu'à la rivière de l'Aa, entre les dunes et » les terres élevées des environs de Bergues, etc.? Il faut que, dans les » siècles reculés, lorsque la Flandre n'était qu'une vaste forêt, une inondation subite de la mer ait submergé tout le pays, et en se retirant ait » déposé tous les arbres, bois et roseaux qu'elle avait déracinés et détruits » dans cet espace de terrain, qui est le plus bas de la Flandre, et que cet » événement sera arrivé vers le mois d'août ou septembre, puisqu'on trouve » encore les feuilles aux arbres ainsi que les noisettes aux coudriers. Cette » inondation doit avoir été bien longtemps avant la conquête que fit Jules-» César de cette province, puisque les écrits des Romains, depuis cette » époque, n'en ont pas fait mention. » (*Œuvres complètes de Buffon*, édition Delangle, tome II, p. 398).

sommes heureux que les faits viennent confirmer les vues signalées par M. le professeur Gosselet, dans l'analyse du travail de M. de la Royère, sur le *Sinus Itius*. [1]

Nous dirons donc en concluant :

1° Que les dépôts marins supérieurs à la couche de tourbe, sont géologiquement très-modernes, et postérieurs à la conquête Romaine ;

2° Qu'à l'époque de la conquête romaine, cette partie du pays était occupée par des marais tourbeux ;

3° Que la formation de presque toute la couche supérieure du combustible, et à plus forte raison de la couche inférieure. est antérieure à l'époque de la domination romaine.

[1] Voir le *Bulletin scientifique, historique et littéraire*, tome III, p. 233.

DEUXIÈME PARTIE.

COUCHES DE TOURBE DANS LE DÉPARTEMENT DU NORD.

Nous avons profité de la construction de plusieurs établissements importants, pour étudier quelques couches situées au centre du département.

1° *Docks de M. Schotmans à Prouvy.*

Coupe N° 1. (Planche VII).

Les fondations de ces docks, que l'on exécute actuellement près du canal de l'Escaut, présentent les couches suivantes :

	m. c.
1° Terre végétale	0.30
2° Limon jaune sableux, avec lymnées, servant à la confection des briques (après la cuisson leur couleur est rouge lie de vin)	1.50
3° Limon sableux jaune-gris, avec traces de vivianite.	0.50 à 1.20
4° Lit de coquilles fluviatiles et terrestres [1]	»

[1] On y trouve les espèces suivantes :

Espèces fluviatiles.

Pisidium amnicum.	Paludina fasciata.	Physa.
Cyclas cornea.	Valvata piscinalis.	Planorbis glaber.
Neritina fluviatilis.	» cristata.	» carinatus
Paludina impura.	Limnæa palustris.	» complanatus.

Espèces terrestres.

uccinea putris.	Zonites nitidus.	Pupa muscorum.
» Pfeifferi.	» allarius.	Zua Lubrica.
	Helix pulchella.	

Dans la couche de tourbe N° 6, on a rencontré l'Hélix nemoralis avec des espèces fluviatiles.

5° Matière tourbeuse avec coquilles d'eau douce . .	0.20
6° Tourbe, id. id	2. »
7° Argile bleue (d'après le conducteur des travaux).	?

Les couches relevées dans une tournée faite en novembre 1871, diffèrent peu de celles qui précèdent. On remarque qu'il existait au-dessous de la tourbe :

	m c
Sable mouvant de couleur blanchâtre	1.50
Gravier mélangé	0.50
Argile blanche	0.80
Gravier pour sol d'établissement	?

Le niveau de l'eau est à 3m50 du sol.

Parmi les dépôts tourbeux de la coupe N° 1, nous avons recueilli des fragments de poterie qu'il est difficile d'attribuer à l'époque gallo-romaine, leur détermination présentant de l'incertitude.

Un crâne de cheval a été trouvé à la base de la tourbe, et il paraîtrait que de nombreux ossements ont été vendus par les ouvriers. Les terres extraites contenaient un fémur gauche de chien ou de loup, et un humerusde chevreuil.

2° *Tourbières dans la ville de Lille.*

Les fondations de plusieurs maisons sises boulevard de la Liberté, entre la rue de Bourgogne et la Citadelle, ont permis de relever les couches du terrain.

Une coupe prise au droit de la maison de M. A. Wallaert, a donné :

Coupe N° 2. (Planche VII).

	m c
1° Sol de remblai	3.50
2° Matière tourbeuse avec coquilles d'eau douce . .	m. à 1m.
3° Limon sableux gris	0 40
4° Matière tourbeuse avec traces de vivianite et coquilles d'eau douce.	0 » à 1.60
5° Limon sableux gris (cette dernière couche repose, paraît-il, sur la craie.	?

Les fondations du mur de la maison de M. Bonte, longeant la rue de Bourgogne sont un peu différentes, on y a trouvé : (cette coupe n'est pas figurée).

	m
1° Sol de remblai.	3. »
2° Limon sableux gris	1.20
3° Argile jaunâtre avec petits fragments de craie . .	?

Notre confrère M. Chelloneix, a recueilli parmi les déblais, un fragment de machoire de sanglier ; de notre côté nous avons rencontré un maxillaire inférieur droit de mouton.

Dans les fondations d'une maison située rue Beauharnais, une hache en bronze, qui est déposée au musée archéologique de la ville de Lille, a été trouvée à la partie inférieure de la couche de tourbe, dont l'épaisseur est de 1m50 [1] (voir planche XIII).

[1] Voir le *Bulletin scientifique, historique et littéraire du département du Nord et des pays voisins*. Année 1872, p. 60.

TROISIÈME PARTIE.

TOURBIÈRES DE LA VALLÉE D'ANCRE,

DANS LE DÉPARTEMENT DE LA SOMME.

CHAPITRE Ier. — STRATIGRAPHIE.

INTRODUCTION.

Le voyageur qui se rend d'Amiens à Lille, peut remarquer à la sortie d'Albert, de profondes excavations situées à gauche de la voie ferrée : ce sont les tourbières de la commune d'Aveluy. Il en existe également sur le côté droit, mais celles-ci, qui dépendent de la commune d'Albert, ne peuvent-être aperçues du railway [1].

Ces tourbières, dont l'ensemble des couches atteint jusqu'à 11m de hauteur au milieu de la prairie, sont composées de plus de quarante espèces de couches de tourbe, d'une épaisseur variant de 0m02 à 1m séparées par des parties calcaires. Elles occupent le fond d'une vallée limitée au nord et au sud par les communes d'Aveluy et d'Albert, à l'est par le chemin d'Albert à Authuille ou plutôt par un chemin particulier et à l'ouest par celui d'Albert à Aveluy. En s'éloignant de ces deux dernières

1 Voir planche VIII

directions, le terrain s'élève sensiblement, de sorte que le marais tourboux se trouve véritablement encaissé. Les coteaux de formation crétacée sont restés pour ainsi dire à nu vers l'est, car la terre végétale mêlée de fragments de craie n'a que 0m12 environ d'épaisseur; mais du côté opposé, ils sont recouverts par le diluvium, d'une épaisseur de 3m00 au-dessous duquel se trouve une couche de silex de 1m50. Le diluvium sert à la fabrication des briques employées dans le pays.

Entre les deux chemins dont on vient de parler, coule vers le sud-sud-ouest, la rivière d'Ancre, dont la source se trouve à Miraumont; cette rivière présente à Albert une cascade des plus remarquables pour nos contrées, car elle atteint 7m25 de hauteur. La force de cette chute est de cent chevaux.

La voie de fer qui est établie entre la rivière et le chemin situé à l'ouest, limite les tourbières exploitées sur la commune d'Aveluy. Nous en donnerons d'abord la description.

1° *Tourbières d'Aveluy.*

Les importantes tourbières d'Aveluy, qui alimentent en combustible le pays environnant, sont exploitées depuis l'année 1855 par M. Lallier. Le travail devant être terminé en 1879, car le terrain doit être rendu à la commune, il ne restera plus à cette époque, aucune trace de ces magnifiques exploitations, qui constituent, au point de vue de la science, un véritable monument géologique.

Ces tourbières, dont la partie supérieure se trouve à l'altitude 64m80 du nivellement de la France, présentent généralement la coupe suivante, en commençant par le haut :

Coupe A. (Planche IX).

	m c
1° Terre de marais	0.20
2° Limon roux avec coquilles d'eau douce et silex peu nombreux (terre grasse à pannes).	1 50
3° Limon calcarifère gris perle, sableux, rempli de lymnées, planorbes, etc	0.15
4° Calcaire concrétionné sableux, jaune très pâle, avec nombreuses coquilles d'eau douce. . . .	0.85
5° Limon analogue au N° 3.	0.30
6° Tourbe de 1re qualité [1]	0.60
7° Tourbe de 4e qualité	0.20
8° Tourbe de 1re qualité	0 20
9° Tourbe de 4e qualité	0.80
10° Tourbe de 2e qualité (c'est dans cette couche qu'on rencontre le plus d'ossements et de branches d'arbres)	0.80
A reporter. .	5.60

[1] On entend par tourbe de première qualité celle qui est complètement pure et qui ne contient pas de coquilles fluviatiles.

La tourbe de deuxième qualité contient environ la moitié de son volume de calcaire granulaire, et celle de troisième qualité, les deux tiers.

La tourbe de quatrième qualité, qui renferme les trois-quarts de calcaire, n'est employée qu'à faire de la cendre. Ces rapports, on le comprendra, ne peuvent qu'être approximatifs.

Les deux meilleures couches de tourbe se trouvent généralement à la partie supérieure et au milieu.

Notre obligeant ami, M. Brégeard, pharmacien à Lille, a bien voulu analyser les couches 3, 5 et 9 de la coupe A. Nous donnons ci-dessous les résultats qu'il a obtenus.

	COUCHES		
	N° 3.	N° 5.	N° 9.
Eau	4 . »	3 . 50	5 . »
Humus	3 . 60	5 . 50	11 . 50
Alumine	18 . 75	10 . »	18 . »
Sable	6 . 25	2 . 60	1 . 75
Carbonate de chaux	67 . »	75 . 25	66 . 80
Potasse et pertes. .	indéterminées.	indéterminées.	indéterminées.

Ces trois échantillons, qui avaient été recueillis depuis plusieurs mois, ont été ensuite exposés à la température moyenne de 20° pendant 15 jours; enfin, ils ont été maintenus pendant 2 heures à la température de 150°. La perte de poids a donné le poids d'eau ci-contre.

	m c
Report . . .	5.60
11° Tourbe de 4e qualité	0.60
12e Tourbe de 1re qualité	1. »
13e Tourbe de 4e qualité	0.40
14e Tourbe de 2e qualité	1. »
15e Tourbe de 3e qualité	1. »
16e Tourbe de 4e qualité	0.80
17e Tourbe noire de 1re qualité, avec joncacées . .	0.20
18e Tourbe de 4e qualité.	0 40
Hauteur totale. . .	11.»

Le niveau des sources se trouve 1m50 plus bas que la couche N° 18.

La coupe A, qui vient d'être décrite et qui peut être considérée comme le type de cette tourbière, indique une faille dont la l'inclinaison sur la verticale est de huit degrés, et par suite de laquelle la couche N° 5 atteint, vers la gauche, une épaisseur de 0m50 au lieu de 0m30. — On rencontre aussi plusieurs failles consécutives comme dans la coupe N (pl. XII). Les failles sont plus ou moins inclinées, mais rarement verticales. On n'en a pas remarqué dans les tourbières d'Albert.

La couche N° 4, contient un grand nombre de coquilles fluviatiles, parmi lesquelles on a reconnu les espèces suivantes :

Cyclas cornea.	Limnœa palustris.	Planorbis complanatus.
Paludina impura.	» auricularia.	» spirorbis.
Valvata piscinalis.	Planorbis corneus.	» vortex.
Ancylus lacustris.	» glaber.	
Limnœa stagnalis.	» carinatus.	

Des fragments de chara, entourés de calcaire, ont été trouvés dans cette couche.

Les lits calcaires intercalés entre les couches de tourbe, contiennent également des coquilles d'eau douce.

Coupe B. (Planche XII).

Cette coupe présente les mêmes couches que la précédente, mais on voit au-dessous du limon (couche N° 2) deux anciens fossés de 3m50 et 1m00 de longueur, remplis de ce limon, et pénétrant de 0m50 à 0m30 dans le calcaire concrétionné.

Entre dix et onze mètres de hauteur au-dessous du sol, se trouve une couche de tourbe de quatrième qualité, reposant sur de l'argile bleue compacte, ainsi que nous l'a fait reconnaître un sondage fait en notre présence.

Coupe C. (Planche IX).

On y trouve les mêmes dispositions que précédemment, mais il existe deux parties de craie remaniée, contenant un petit nombre de silex noirs, brisés ou roulés. Ces parties qui ont 3m00 et 7m00 de longueur, sont séparées par un espace de 1m50, leur hauteur est respectivement de 0m40 et de 0m60. A la suite, en remontant vers le nord, se trouvait un ancien fossé de 2m00 sur 0m20, résultant sans doute d'un ravinement. Les parties de craie remaniée forment dos d'âne, et la couche supérieure épouse cette disposition. Il paraît que ces bancs crayeux traversaient entièrement le marais de l'est a l'ouest. On a trouvé trois médailles romaines dans la couche N° 6, près du point M.

Coupe D. (Planche IX).

	m c
1° Terre de marais	0.40
2° Limon roux avec coquilles d'eau douce (terre grasse à pannes), Helix nemoralis	0.70
3° Limon jaune gris-pâle avec lymnées	0.45
4° Limon roux argileux avec lymnées	0.50
A reporter . . .	1.45

La coupe présente les couches suivantes :

	m.
1° Limon argilo-sableux rougeâtre	» »
2° Sable calcaire gris-perle 3° Argile noirâtre	0.20
4° Zone noire	0.05
5° Tourbe feuilletée	0.40
6° Tourbe argileuse noire	0.20
7° Concrétions calcaires remplies de coquilles	» »
8° Tourbe argileuse noire se fondant dans la couche inférieure	0.20
9° Marne argileuse grise avec lignes noires ondulées coquilles nombreuses	0.20
10° Tourbe compacte argileuse passant à la couche N° 11, avec laquelle elle alterne	» »
11° Concrétions calcaires remplies de coquilles	» »
12° Tourbe feuilletée avec troncs d'arbres, couche de coquilles nombreuses	3. »

On remarque en *a*, *b*, *c*, des ravinements dirigés du sud au nord. Le ravinement *a* était rempli de coquilles fluviatiles qui se retrouvent également dans les couches N^os^ 7 et 9.

Cette coupe présente, on le voit, un mélange de couches fort diverses qui indiquent qu'en ce point se trouvait un rivage.

2° *Tourbières d'Albert.*

Ces tourbières, qui appartiennent à M. Boura, sont situées entre la rivière d'Ancre et le chemin d'Albert à Authuille. Elles ont à peu près la même composition que celles d'Aveluy. Le combustible étant de moins bonne qualité, on le brûle généralement pour faire de la cendre. [1]

1 Le prix de la tourbière de M. Lallier revient à 85,000 fr. l'hectare, la commune d'Aveluy restant propriétaire du sol.

La tourbière de M. Boura a été payée 7,000 fr. l'hectare, en toute propriété.

Il paraît que la partie exploitée entre le chemin de fer et la ivıere d'Ancre, à fourni de la tourbe de qualité supérieure, et ue l'on y a rencontré beaucoup d'ossements.

Coupe G. (Planche X.).

		m c
1° Terre de marais		0.20
2° Limon roux avec coquilles d'eau douce		0.70
3° Limon gris-perle sableux, avec coquilles d'eau douce, et parties tourbeuses	0.26	0.57
3° Calcaire concrétionné sableux avec coquilles d'eau douce	0.05	0.57
3° Limon calcarifère gris-perle, avec coquilles d'eau douce et parties tourbeuses	0.26	0.57
4° Calcaire concrétionné sableux		0.40
5° Limon calcarifère gris-perle, sableux, avec parties tourbeuses		0.48
6° Calcaire concrétionné sableux		0.40
7° Tourbe de 4e qualité. (On trouve souvent du bois de saule dans cette couche)		0.50
8° Tourbe de 2e qualité		0.50
9° Tourbe de 4e qualité		0.50
10° Tourbe de 3e qualité		0.50
11° Tourbe de 4e qualité		1.60
12° Tourbe de 1re qualité	0.50	1.05
13° Tourbe de 4e qualité	0.40	1.05
14° Tourbe de 1re qualité	0.15	1.05
15° Tourbe de 4e qualité		1. »
16° Calcaire granulaire avec parties tourbeuses		?
Hauteur totale		7.50

Coupe H. (Planche X).

La coupe H, qui est située sur le côté Est de l'exploitation, résente un grand intérêt, car c'est en ce point, où commence escarpement du sol, qu'ont été trouvés des fragments de braise

et des objets provenant de l'industrie humaine. La liste en sera donnée plus loin.

On y trouve les couches suivantes, près du talus.

	m.
1° Limon noirâtre mêlé de silex.	1.25
2° Limon calcarifère gris-perle, sableux, avec coquilles d'eau douce	0.30
3° Calcaire concrétionné sableux	0.25
4° Limon analogue au N° 2.	0.20
5° Tuf calcaire analogue à celui de la grotte d'Albert.	0.17
6° Limon analogue au N° 2, mais avec parties tourbeuses	0. à 0.20
7° Calcaire concrétionné sableux	0.18
8° Tourbe de 4e qualité	0.12
9° Tourbe de 1re qualité contenant des silex disséminés	0.65
10° Tourbe de 2e qualité	0.50
11° Tourbe de 4e qualité	0.30
12° Tourbe de 1re qualité	1. »
13° Calcaire granulaire avec parties tourbeuses . . .	?

A l'autre extrêmité de la coupe, c'est-à-dire vers l'ouest, l'épaisseur de la tourbe de 1re qualité est réduite à 0m20 et il n'existe au-dessus que de la tourbe de 4e qualité.

Vers le centre, on remarque une lentille de tuf calcaire, ressemblant à celui de la grotte d'Albert. Cette lentille se prolonge dans la direction du sud-ouest.

Ainsi que le représente le dessin, les couches inférieures plongent vers le milieu de la prairie, il en est de même de celles de la coupe G.

On a remarqué dans les couches Nos 7 et 8 et dans la lentille des tiges de bois de noisetier, qui, alignées suivant un certain ordre et appointées, semblant faire croire à l'existence de piquets plantés par la main de l'homme.

On voit aussi, il est vrai, ces tiges d'arbres couchées horizontalement, elles sont souvent aplaties, sans que leur écorce ait subi la moindre altération.

D'autres fois, quand elles ont occupé la position verticale, l'effort de compression s'étant exercé dans le sens des génératrices, la tige s'est ployée en formant des zigzags très rapprochés (0m10 par exemple).

La couche N° 12 ne contient pas de bois.

Les espèces d'arbres que l'on rencontre ordinairement dans les tourbières d'Aveluy et d'Albert sont les suivantes : chêne, saule, noisetier, acacia.

Ainsi qu'on l'a fait remarquer précédemment, les bois retirés des tourbières, se coupent comme du savon.

Coupe I. (Planche X).

Le milieu de la coupe, qui est située à 50m00 de la précédente, (coupe H) nous donne :

	m
1° Limon noirâtre.	1.25
2° Calcaire concrétionné sableux, avec empreintes de feuilles d'arbres.	1. »
3° Limon calcarifère, avec lit de calcaire concrétionné sableux de 0.05 d'épaisseur	0.40
4° Tuf analogue à celui de la grotte d'Albert avec parties pulvérulentes et couches de limon calcarifère.	»

A 0m40 au-dessous de la couche N° 3, M. Boura a trouvé le 30 septembre 1872, pendant que nous visitions sa tourbière, deux pariétaux et un frontal d'un même crâne humain. Ce crâne, incrusté de calcaire, occupait sa position naturelle, l'intérieur était vide, les faces latérales étaient placées parallèlement à la coupe. Malgré nos recherches, nous n'avons pas remarque d'autres ossements, au-dessous de la place que le crâne occupait.

Cette découverte vient confirmer la présence de l'homme dans ces parages, à une époque fort reculée, puisqu'il existe plusieurs dépôts atteignant 2m75 d'épaisseur, au-dessus de ce débris humain.

Coupe J. (Voir planche XII).

Elle ne diffère pas de celles qui sont décrites, mais on remarque, à partir du limon, des ravinements qui indiquent un mouvement de la nappe d'eau dans la direction de l'est vers l'ouest, ou réciproquement. Des ravinements existent aussi dans la direction opposée, mais ils sont beaucoup moins prononcés.

3° *Exploitation des tourbières.*

L'exploitation des tourbières d'Aveluy et d'Albert a lieu à ciel ouvert, contrairement à ce qui se pratique en Picardie, où ce combustible est extrait à la drague ou au grand louchet.

Les ouvriers emploient une petite bêche semblable à celle qui est usitée dans le département du Pas-de-Calais. Le mode de travail étant donc le même, il n'est pas nécessaire de revenir sur la description qui a été faite précédemment.

Les ferronneurs gagnent 2 fr. à 2 fr. 50 par journée de dix heures, les terrassiers 1 fr. 50 et les brouetteurs 1 fr. 20. On extrait un mètre cube de tourbe à l'heure.

Les piles de tourbes forment deux stères, dont l'un pèse 450 à 600 kilogrammes.[1] Il faut environ mille tourbes par stère. M. Lallier pense que cent mètres cubes de tourbe extraite, donnent

[1] Le poids du mètre cube de tourbe sèche finement broyée est, d'après M. Kolb, de 320 à 640 kil., ou en moyenne de 496 kil (Voir la savante étude de M. Kolb sur les tourbières du département de la Somme, dans le *Bulletin de la Société industrielle d'Amiens*, année 1870).

quarante-cinq à soixante-cinq mètres cubes, après la dessication selon la qualité. On sait que les tourbes de première qualité diminuent davantage de volume que les autres.

La tourbe de première qualité se vend 5 à 6 fr. le stère pris sur place ; la deuxième qualité 4 fr.; la troisième qualité 3 fr. 50. Les cendres valent 50 cent. l'hectolitre ; il faut environ trois mètres cubes de tourbes sèches, pour obtenir un mètre cube de cendres.

Ces tourbes émettent peu d'odeur en brûlant.

MM. Lallier et Boura, avec l'intelligence qui les caractérise, se sont débarassés des eaux de leurs tourbières, en les conduisant souterrainement dans les côteaux crayeux où elles sont absorbées. Chez le dernier extracteur, les tourbières sont plus difficiles à assainir par suite de la proximité de la rivière d'Ancre, dont le niveau de l'eau est supérieur à celui du terrain.

Nous ne terminerons pas cette partie de notre travail, sans remercier ces personnes éminemment obligeantes, des bontés qu'elles ont eues pour nous. Nous ne devons pas oublier non plus, M. Elisée Dillocourt, neveu de M. Lallier et M. J.-B. Margotin, contre-maître de M. Boura, qui nous ont été si dévoués

CHAPITRE II. — PALÉONTOLOGIE.

Tableau des vertébrés trouvés dans les tourbières d'Aveluy et d'Alb

Numéros d'ordre.	INDICATION DES OBJETS.	NOMS des propriétaires des objets.	Profondeur à laquelle les objets ont été trouvés.	Numéros des coupes et des couches.	OBSERV.
	Tourbières d'Aveluy.				
1	Tête de castor, de 0,14 de longueur sur 0,10 de largeur.	De notre collection.	5. »	A N° 10.	
2	Autre tête de castor de même dimension, trouvée à 10m du sol, d'après la déclaration de M. Dillocourt, neveu de M. Lallier . . .	M. Ovide, à Aveluy.	10. »	»	C'est à ce n l'on ren plantes d
3	Tête de chevreuil	Id.	5. »	A N° 10.	La couche l coupe A qui renf d'ossem
4	Machoire inférieure de sanglier, avec défenses de 0,075 de longueur.	Id.	5. »	A N° 10.	
5	Fragment de machoire de bœuf. .	De notre collection.	6.50	D N° 13.	
6	Vertèbre, fausse-côte, et fragment de coxal gauche de cerf . . .	Id.	»	»	
7	Molaires de cheval	Id.	7. »	N	
8	Crâne de cerf	Faculté des Sciences de Lille.	»	»	
	Tourbières d'Albert				
9	Maxillaire inférieur gauche de chevreuil	De notre collection.	6. »	H N° 8.	
10	Tête de rat	Id.	Id.	Id.	
11	Corne de daim.	Id.	»	»	
12	Tête et vertèbres de bœuf. . . .	Id.	6. »	H N° 8.	
13	Tête de cerf	M. Boura.	»	»	
14	Tête de sanglier	De notre collection.	4.50	H N° 8.	
15	Tête de bœuf énorme	»	A 5 m. du sol et à 2 m. dans la tourbe.	»	La distance extrémité nes avait près M. ne sait où est passé
16	Pied de cheval	De notre collection.	4.50	H N° 8.	
17	Os d'oiseau. L'un d'eux n'a que 0,0025 de diamètre	Id.	4.50	H N° 8.	Voir au N° antiquités.
18	Crâne humain	Id.	4.75	I N° 4.	
19	Mâchoire inférieure de castor . .	Id.	4. »	H N° 8.	
20	Id. Id. de blaireau.	Id.	Id.	Id.	
21	Tête de loutre	Id.	Id.	Id.	
22	Humerus, cubitus et radius de coq	Id.	Entre 5 et 6m	H N° 8.	
23	Os de canard	Id.	5.20	Id.	

CHAPITRE III. — ARCHÉOLOGIE.

Objets de l'industrie humaine et traces de feu.

ION DES OBJETS.	NOMS des propriétaires des objets.	Profondeur à laquelle les objets ont été trouvés.	Numéros des coupes et des couches.	Numéros des planches.
ières d'Aveluy.				
os, de 0,075 de lon- ,02 de diamètre, percé le 0,04 de longueur .	M. François Ovide, à Aveluy.	7.20	A N° 12.	»
che en silex.	M. Danicourt à Péronne.	»	»	XI fig 4.
travaillé présentant la 1 petit arc de 0,165 de avec pointes à ses	De notre collection.	7.15	C	»
en silex	Id.	4. »	C	»
maines grand bronze : Hadrien, Faustine mère	»	2. »	C N° 6.	»
ières d'Albert.				
che en silex.	M. Danicourt à Péronne.	»	»	XI fig. 3.
. . . . .	Id.	»	»	XI fig. 5.
ornée de cercles (d'un nnu)	Id.	»	»	XI fig. 6.
rs en silex	De notre collection.	A 5 ou 6 m. du sol et à 3 ou 4 m. dans la tourbe.	»	XI fig 1 et 2
poterie grossière . .	Id.	A 4 ou 5 m. du sol.	Au milieu de la tourbière	»
biseau [1]	Id.	A 7 m. du sol	H N° 8.	XI fig. 7.
pointe arrondie . . .	Id.	A 6 m. du sol	H N° 8.	XI fig. 8.
lex noir (trouvés aux s traces de feu) . . .	Id.	A 4 m. 50 du sol.	H N° 8.	»
le braises et d'os. — ements d'oiseau dont ue 0,0025 de diamèt. — et en bois. — Bois car-	Id.	A 4 m. 50 du sol.	H N° 8.	»
oisetier.	Id.	A 3 m. 70 du sol.	H N° 8.	»
che avec casse-tête en rf à douille	Id.	»	H N° 8.	»
poterie durcie au soleil	Id.	A 5 m. 50 du sol.	H N° 8.	»
poterie gallo-romaine	Id.	A 1 m. 50 du sol.	L N° 6.	»

[1] it faire remarquer qu'un os semblable, excepté que son biseau est
iné, a été trouvé à 1 m. 40 du sol dans les marais d'Emmerin
où l'on faisait les travaux de distribution d'eau de la ville de Lille
che N° XIII).
reard a trouvé que la densité de l'os N° 11 est 2.089, et celle de
égale à 2.21.

CHAPITRE IV. — RÉSUMÉ ET CONCLUSIONS.

Telle est la composition des tourbières d'Albert et d'Aveluy. On remarquera que leur formation a été soumise à des phases bien diverses, et qu'elles diffèrent notablement de celles de la vallée de la Somme.[1] En effet, en commençant par la base, on trouve une espèce d'argile bleue très-dense ayant une certaine analogie avec celles des tourbières du Pas-de-Calais. Puis viennent des bancs de tourbe, mêlés de calcaire granulaire formant des depôts régulièrement stratifiés, indiquant qu'il y a eu des périodes nombreuses où l'abondance des sources incrustantes, venait déposer des parties calcaires après chaque formation d'une couche de tourbe. Ces effets se sont renouvelés un grand nombre de fois, et nous pensons avec M. Buteux[2] que les sources dont il s'agit ne proviennent pas du fond de la tourbière, car, ainsi que ce géologue l'a fait observer, il existe au fond de la tourbière d'Aveluy, par exemple, une couche de tourbe ne contenant aucun mélange de calcaire granulaire ou concrétionné. On peut voir d'ailleurs, dans la cave de M. Lallier à Aveluy, des tufs calcaires qui se trouvent à 24 ou 25^{m} au-dessus du fond de sa tourbière.

[1] Les tourbières de la Barette, près de Corbie, ont la composition suivante :

1° Terre de marais.		1.50 à 2.50
2° Tourbe	légère, mousseuse, de 2^{e} qualité	1.65
	noire, dite de fond, de 1re qualité	3.30

3° Terre blanche, avec petits silex, noisettes et ossements nombreux, paraît-il.

[2] A *Esquisse géologique du département de la Somme*, par Ch. Buteux. — bbeville, 1864, in-8°, p. 107.

Les dernières couches tourbeuses sont recouvertes par un limon calcarifère sableux, par du calcaire concrétionné, dont l'épaisseur atteint 0m85; enfin par une puissante couche de limon argileux que termine la terre végétale.

Les objets recueillis, et qui appartiennent à l'époque de la pierre polie, ayant été trouvés dans la tourbe, viennent démontrer que les tourbières ont été habitées pendant leur formation, c'est-à-dire, à une époque très-reculée. Nous pensons en outre, que les fragments de braise rencontrés près de la coupe H, sont dus à la présence de l'homme dans ces parages.

Enfin, la découverte de médailles romaines, dont la dernière remonte à Faustine mère, indique que les dépôts supérieurs à la couche de tourbe sont postérieurs à l'époque de la domination romaine dans cette région de la Picardie.

TABLE DES MATIÈRES.

Pages.

INTRODUCTION 433

PREMIÈRE PARTIE.

TOURBIÈRES DU LITTORAL.

CHAPITRE I^er^. — STRATIGRAPHIE.

1° Tourbières d'Ardres 436
2° Id. de Bois-en-Ardres 440
3° Id. de Nortkerque 441
4° Id. de Guemps 442
5° Id. d'Offekerque 443
6° Id. de Looberghe 443
7° Couche de tourbe à Sangatte 445
8° Traces de combustion dans les tourbières 445
9° Dégagement de gaz 446
10° Exploitation des tourbières 446

CHAPITRE II. — PALÉONTOLOGIE.

1° Bois 449
2° Plantes 451
3° Insectes 451
4° Mollusques 452
5° Vertébrés 453

CHAPITRE III. — ARCHÉOLOGIE.

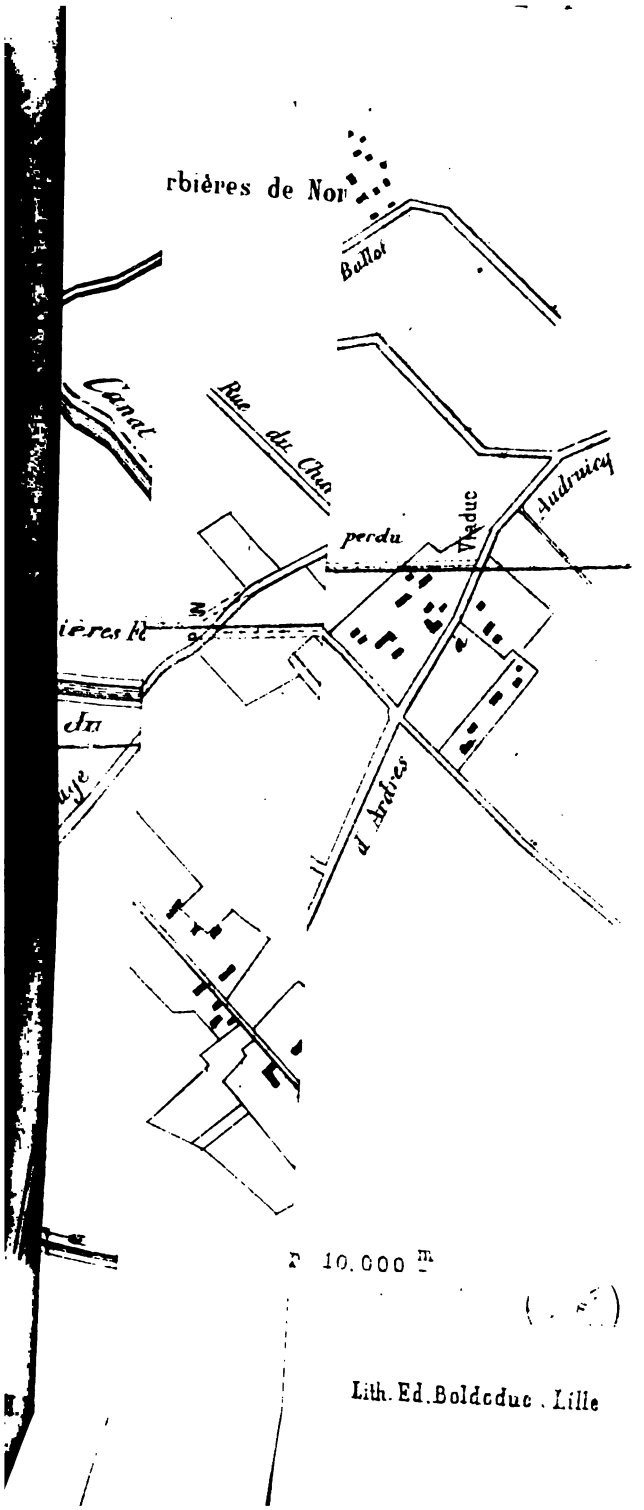
Objets de l'industrie humaine trouvés dans les tourbières du littoral 456

CHAPITRE IV. — CONCLUSIONS.

1° Age géologique 460
2° Age historique 462

DEUXIÈME PARTIE.

Couches de tourbe dans le département du Nord 466

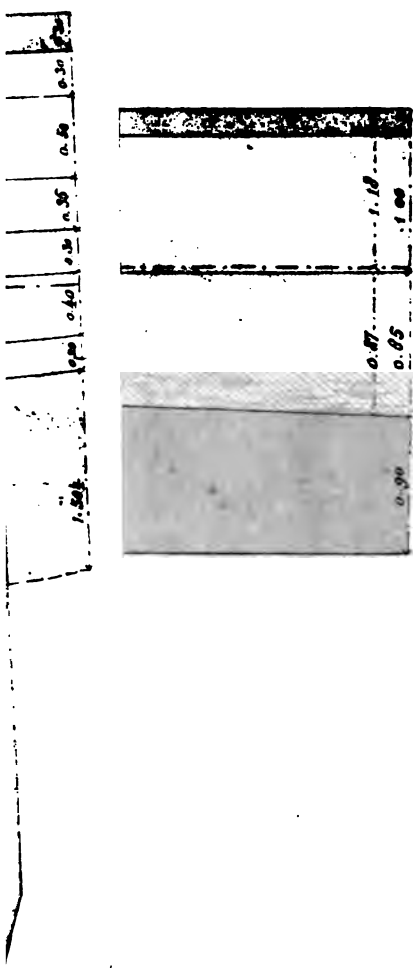


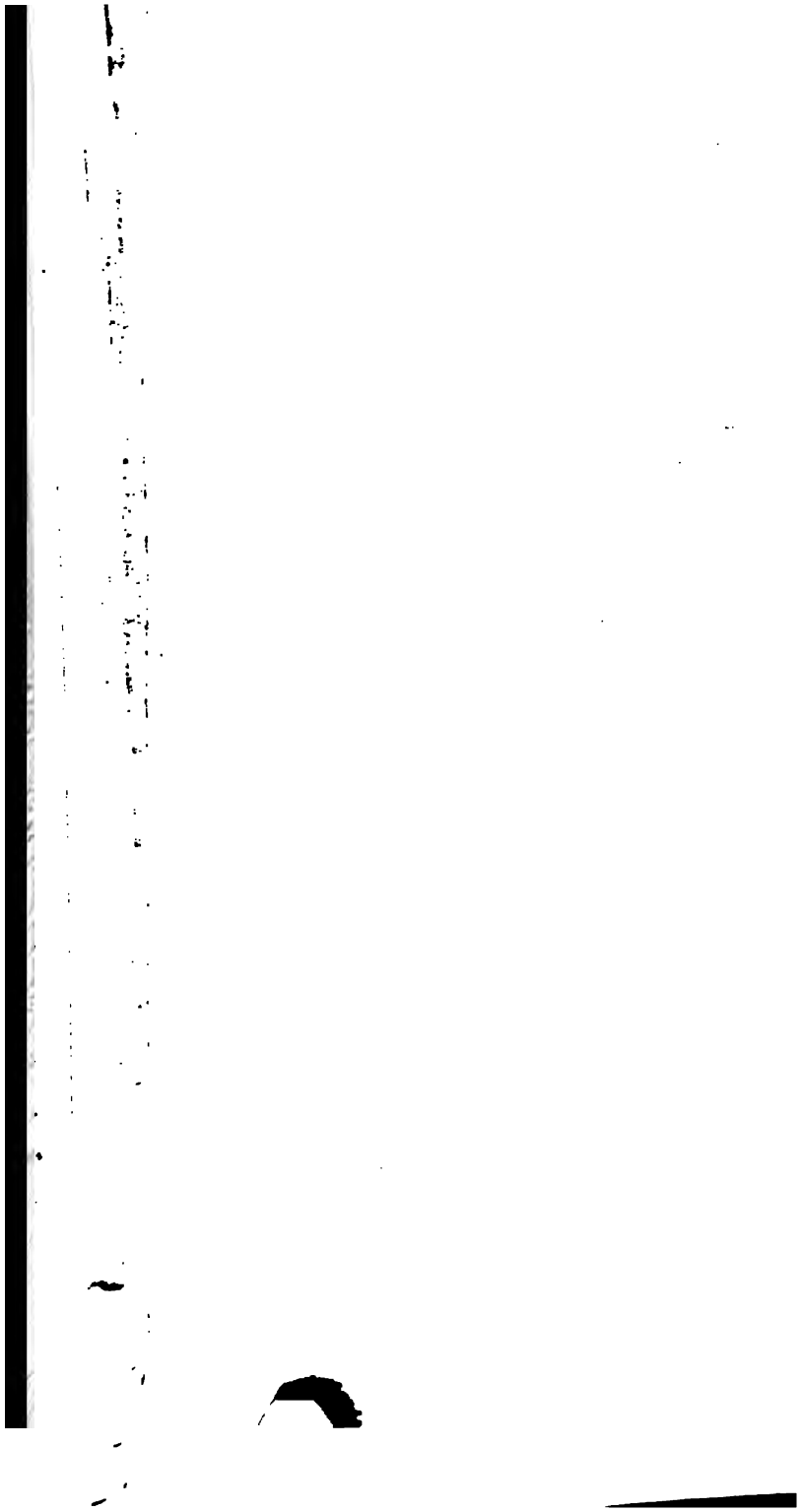
10.000 m

Lith. Ed. Boldoduc . Lille

PLANCHE II

PLANCHE III





E IV

du nive

ui des tc

UNIV. OF MICH.

TROI

PLANCHE VI

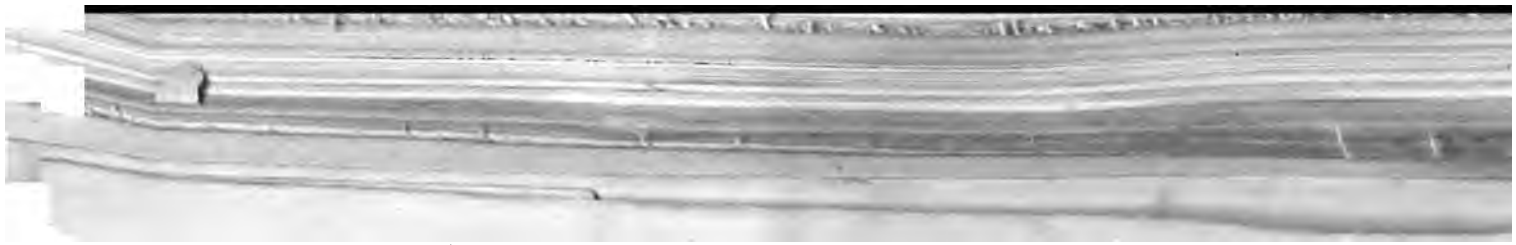
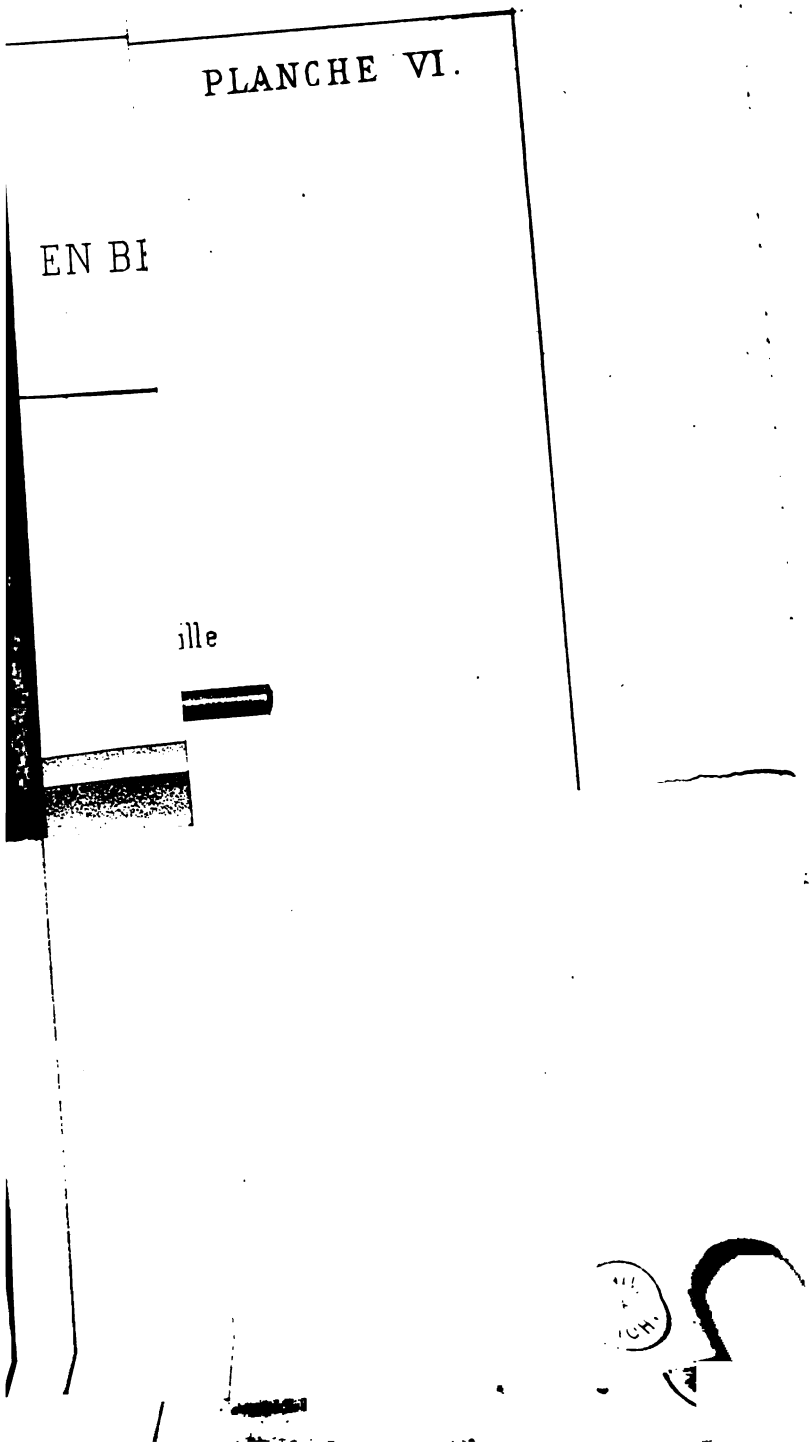
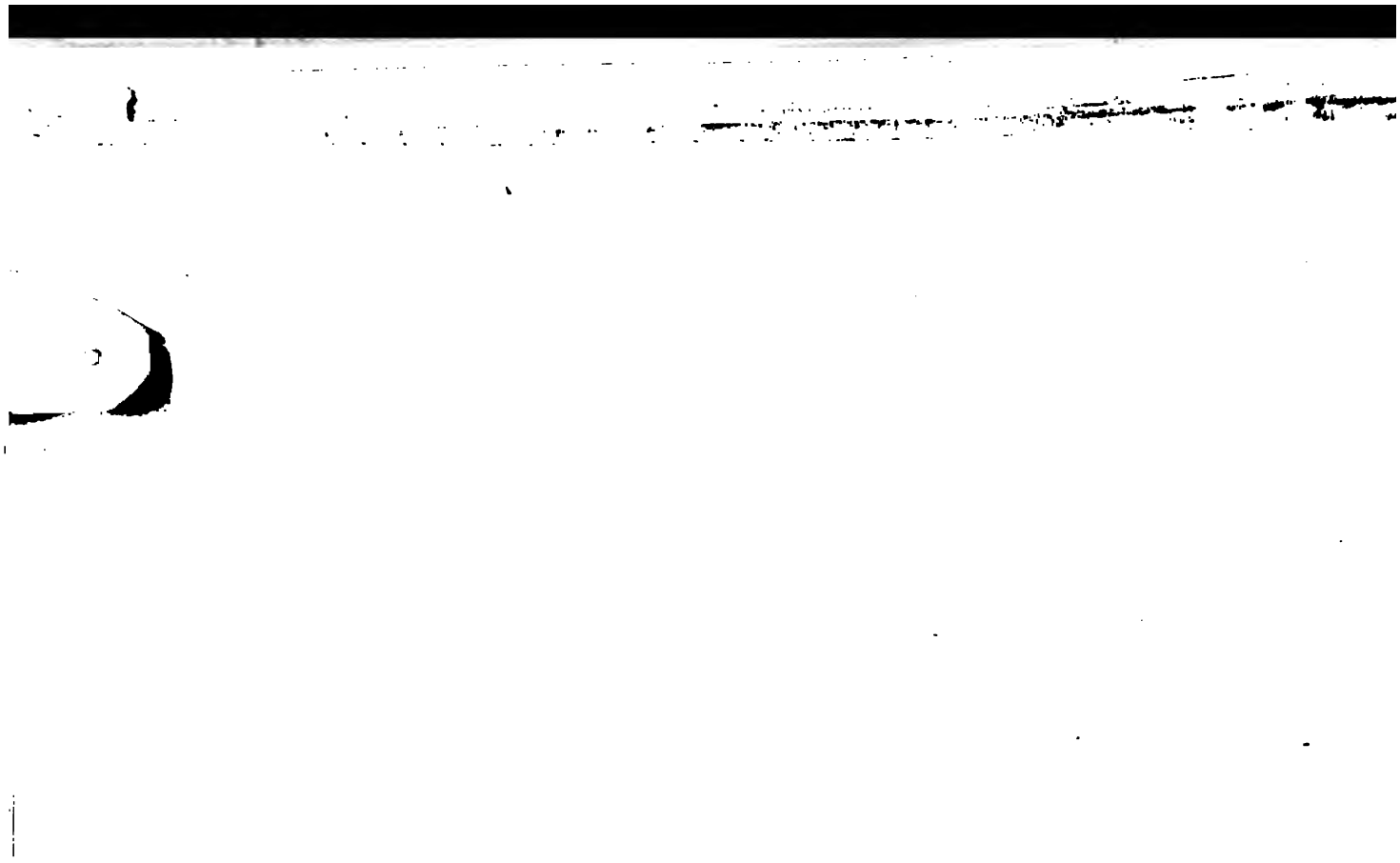


PLANCHE VI.

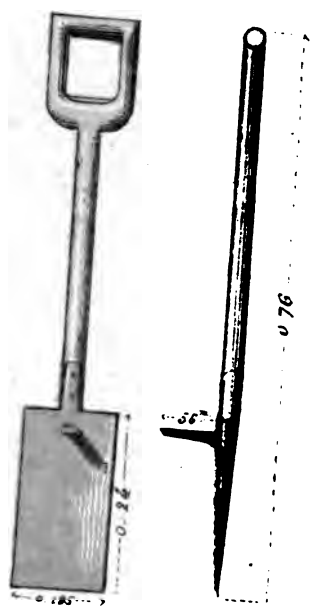




Coupe

nployées

à Looberghe



Coupe

ur me

Lith. Ed. Boldoduc, a Lille

UNIV. OF MICH.

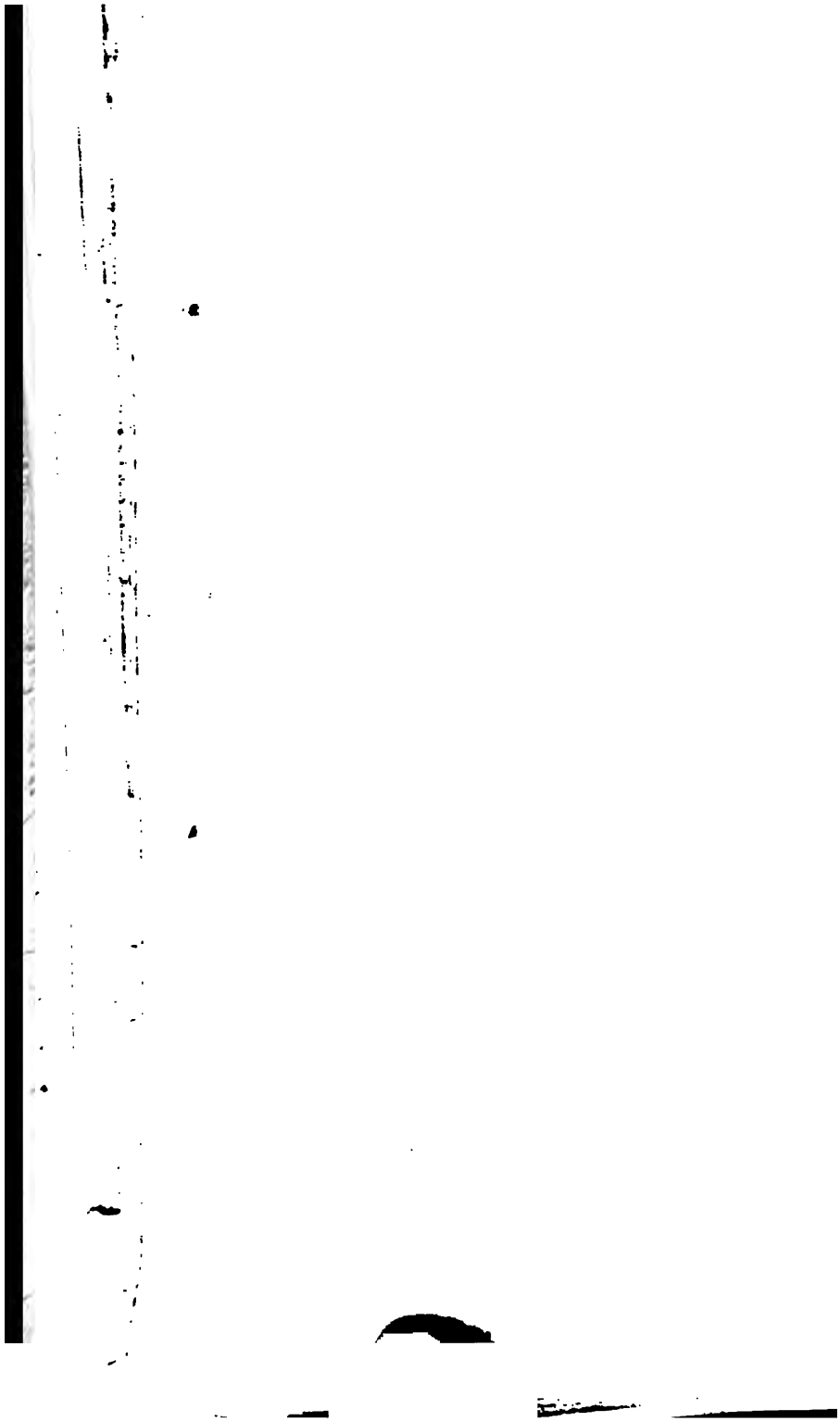
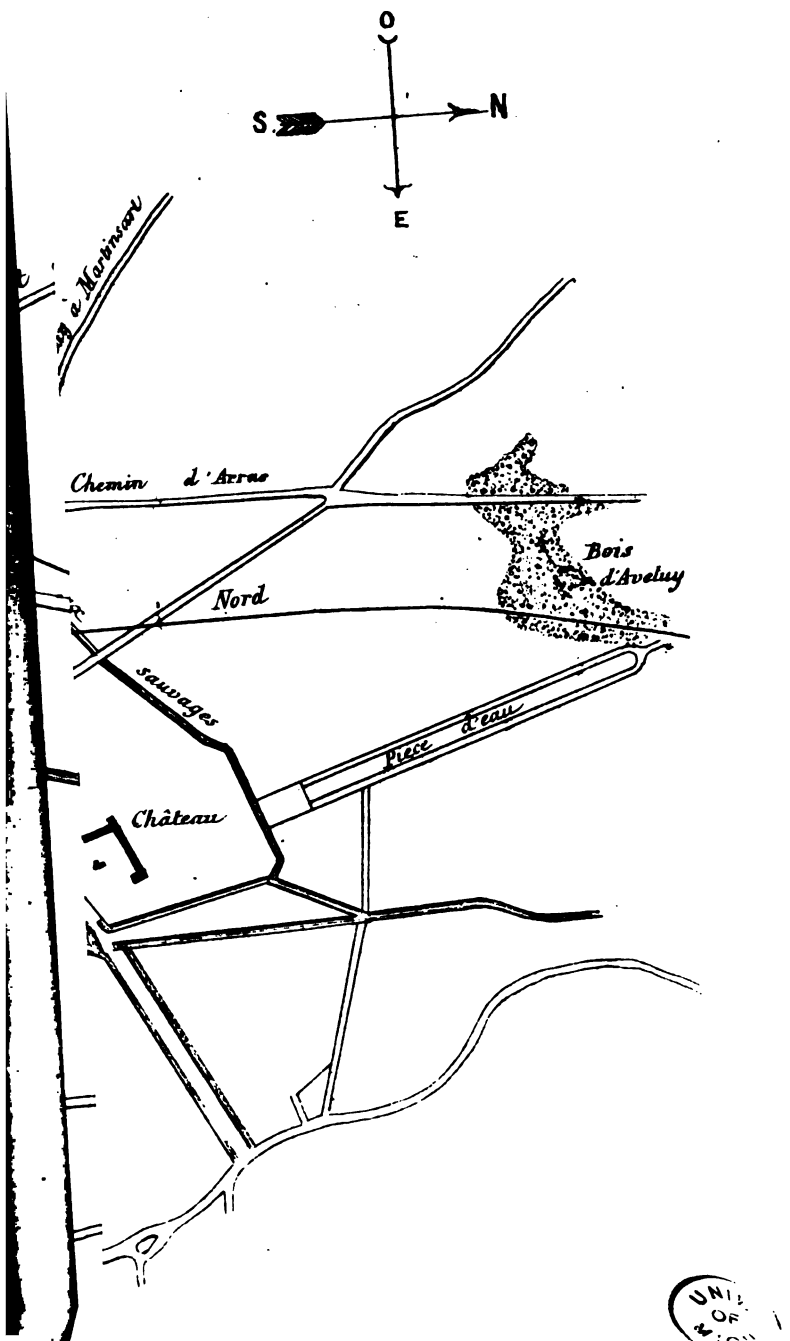
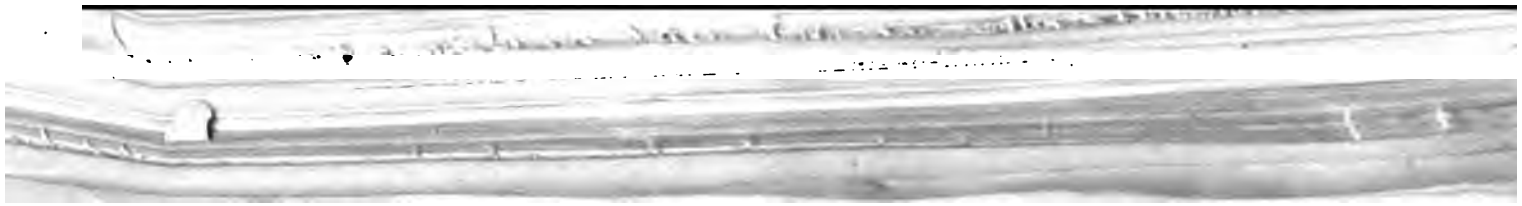


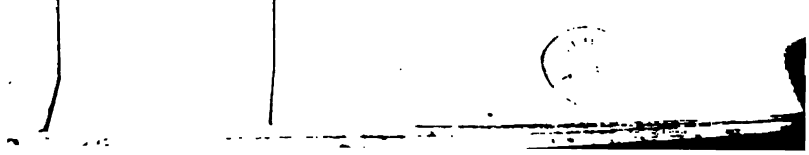
PLANCHE VIII

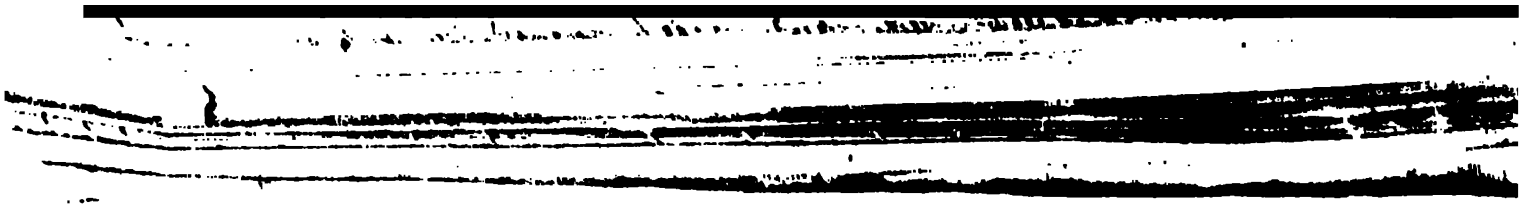


UNIV OF MICH

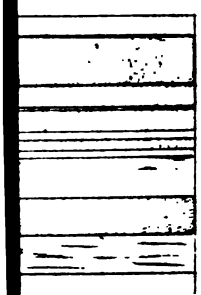
Lith. Ed. Boldoduc, Lille







Tourbier PLANCHE X.



n rouse foncé

ire concrétionné sableux avec coq. d'eau douce

gris perle sableux

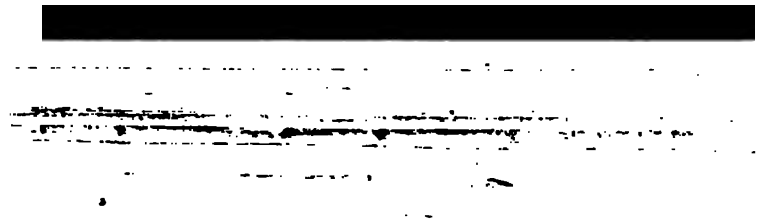
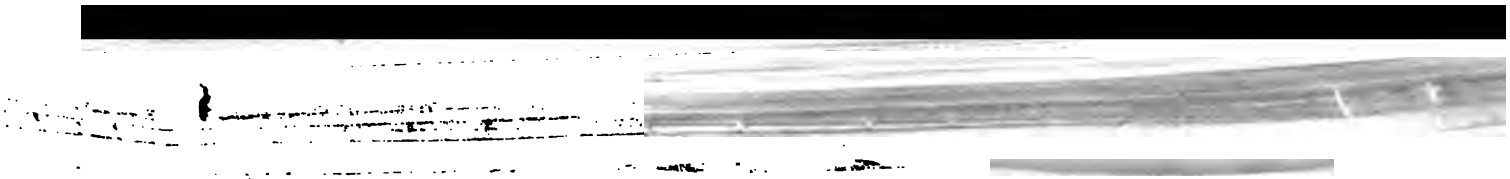
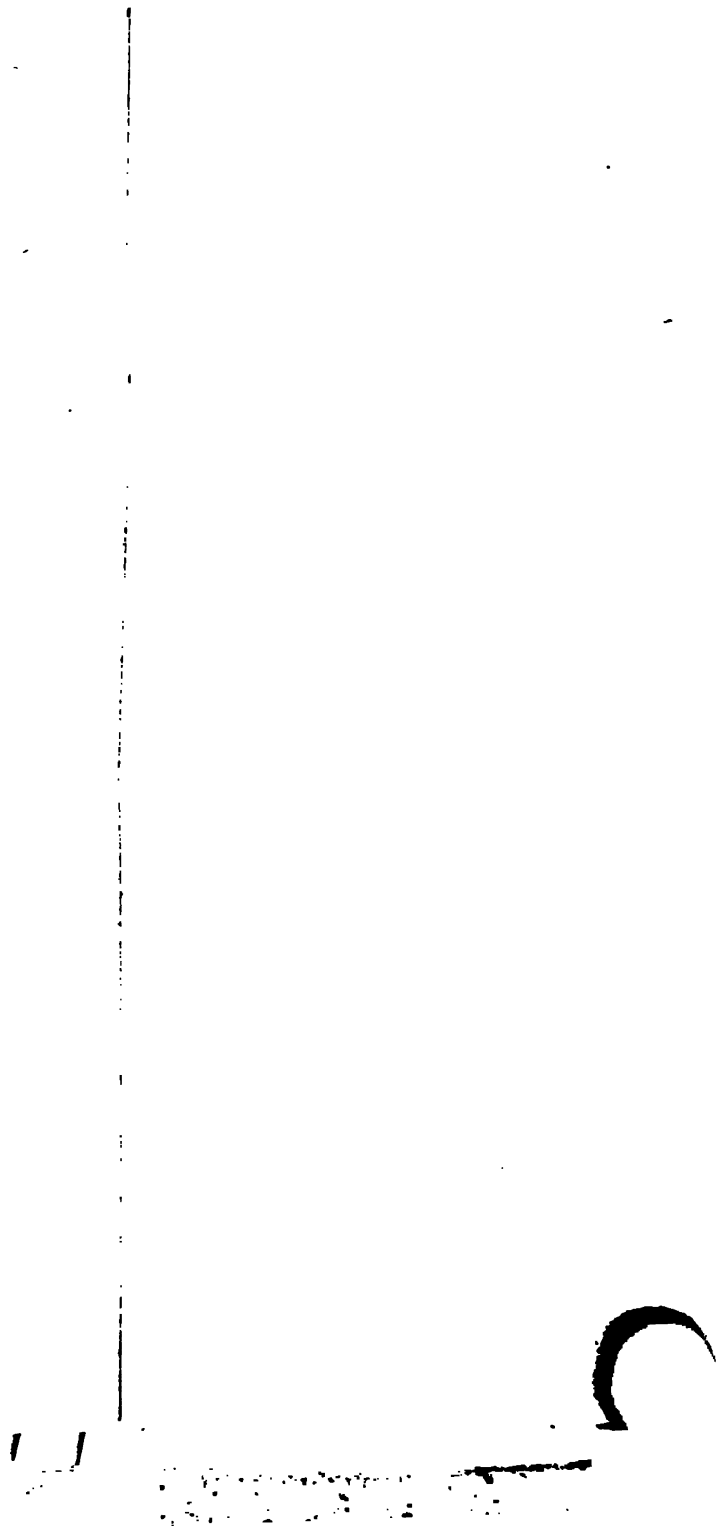
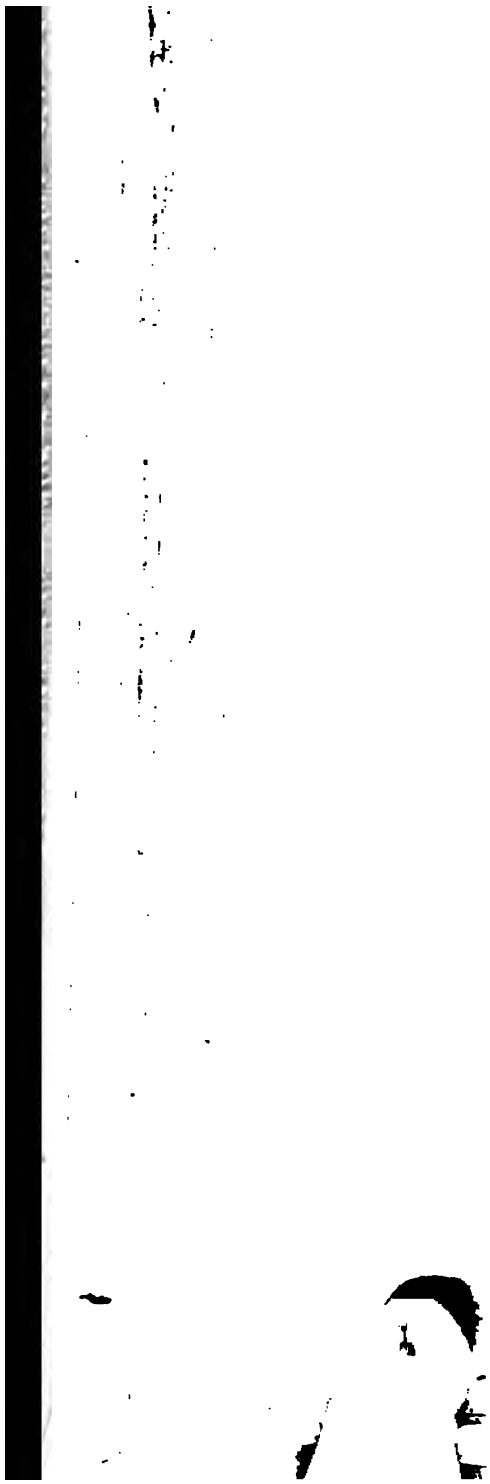


Fig. 8.

UNIV. OF MICH.



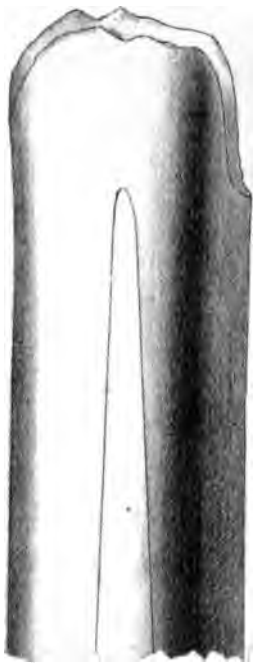




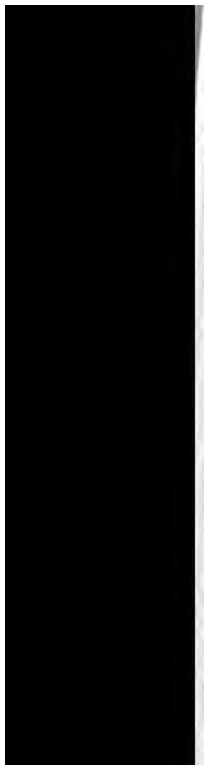
)S trouvé à Emmerin

:R

e



UNIV. OF MICH.



TROISIÈME PARTIE.

TOURBIÈRES DU DÉPARTEMENT DE LA SOMME.

CHAPITRE I^er^ — STRATIGRAPHIE.

Pages.

INTRODUCTION. 469
1° Tourbières d'Aveluy 470
2° Tourbières d'Albert. 476
3° Exploitation des tourbières 480

CHAPITRE II. — PALÉONTOLOGIE.

Tableau des vertébrés trouvés dans les tourbières d'Aveluy et d'Albert. 482

CHAPITRE III. — ARCHÉOLOGIE.

Objets de l'industrie humaine. 483

CHAPITRE IV.

Résumé et conclusions. 484

INDICATION DES PLANCHES.

TOURBIÈRES DU LITTORAL.

N^os^ des planches

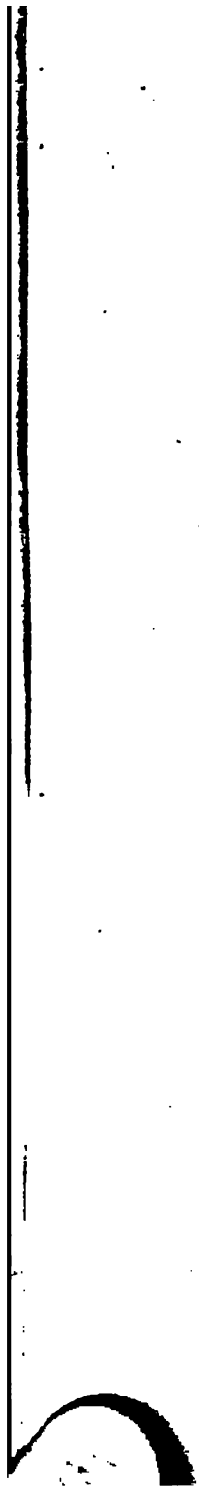
Plan général . . . . . I.
Tourbières d'Ardres. Coupes A à J . . . . . II.
Tourbières de Bois-en-Ardres et de Nortkerque. Coupes P et R. III.
Comparaison du niveau de la mer à Calais avec celui des tourbières d'Ardres et de Nortkerque. . . . . IV.
Vases trouvés à Nortkerque. . . . . V.
Fer de lance en bronze trouvé à Sangatte. . . . . VI.

COUCHES DE TOURBE DANS LE DÉPARTEMENT DU NORD.

Fondation des docks de M. Schotsmans, à Prouvy, et de la maison de M. A. Wallaert, à Lille. Bêches employées à Ardres et à Looberghe. . . . . VII.

TOURBIÈRES DU DÉPARTEMENT DE LA SOMME.

Plan général des tourbières d'Aveluy et d'Albert . . . . . VIII.
Tourbières d'Aveluy. — Coupes . . . . . IX.
Tourbières d'Albert. — Coupes . . . . . X.
Dessin des antiquités trouvées . . . . . XI.
Croquis divers . . . . . XII.
Antiquités diverses . . . . . XIII.
Crâne trouvé à Albert . . . . . XIV.



NOTE

SUR L'EMPLOI, DANS LES LABORATOIRES ET L'INDUSTRIE,

DE LA

LUMIÈRE MONOCHROMATIQUE

PRODUITE PAR LES SELS DE SOUDE,

Par M. Louis D'HENRY,

Membre correspondant.

Lue dans la séance du 7 mars 1873.

Tous les chimistes savent qu'il est à peu près impossible de faire un essai alcalimétrique ou acidimétrique exact, à la lumière ordinaire des lampes ou du gaz, à l'aide de la teinture du tournesol.

En effet, cette teinture, rouge ou bleue à la lumière du jour, paraît toujours plus ou moins rouge à la lumière ordinaire des lampes, et le virement de couleur est alors très-difficile à bien saisir.

Dans les fabriques de sucre de betteraves, on emploie fréquemment la teinture de tournesol convenablement acidifiée, pour déterminer l'alcalinité des jus et régler le travail. Comme c'est pendant l'automne et l'hiver que la fabrication a lieu, c'est

le plus souvent la nuit qui est très-longue que les essais devraient être faits. Mais la nuit, les essais deviennent très-difficiles, et pour ainsi dire impossibles, par la même raison que précédemment.

Contrarié de trouver, tous les matins à mon arrivée à la sucrerie de M. Dantu-Dambricourt, à Stèene, les jus et sirops qui provenaient du travail de la nuit, dans un état moins satisfaisant qu'à mon départ le soir, et en attribuant la cause, non à la négligence, mais au manque d'un procédé efficace pour déterminer pendant la nuit leur alcalinité, je cherchai à trouver un moyen qui rendît cette détermination facile.

J'eus alors l'idée d'essayer d'obtenir le titre alcalimétrique d'un jus déféqué et saturé, en opérant par la méthode ordinaire au tournesol, mais dans une chambre obscure, éclairée par la lumière monochromatique obtenue à l'aide d'un composé du sodium.

Cette lumière était produite par un bec à gaz Bunsen, à flamme non lumineuse, dans laquelle plongeait un fil de platine à crochet et préalablement humecté d'une pâte formée de sel marin pilé et d'eau.

A la lumière orangée-jaune intense, ainsi obtenue, la teinture rouge du tournesol parut *incolore comme de l'eau*, tandis que la teinture bleue sembla *noire et opaque comme de l'encre*. Le succès dépassa mon attente et le point de virement me frappa par sa netteté.

Devant un caractère aussi tranché, je ne crains pas de dire qu'un essai de ce genre est plus facile la nuit que le jour, et que les chimistes, les fabricants de sucre, etc., y trouveront un moyen précieux de pouvoir faire leurs essais à tout moment avec sûreté.

J'ai aussitôt installé à l'usine de Stèene, près de l'ouvrier saturateur chargé de faire les essais, un appareil à flamme monochromatique comme celui dont il vient d'être question et, depuis ce

temps, le travail a été d'une grande régularité la nuit comme le jour.

Ce qui précède a rapport aux liqueurs incolores et aux jus peu colorés. J'ajouterai encore une observation ; elle est relative aux sirops à 25° Baumé, qui, surtout à la fin de la fabrication, sont très-colorés.

La détermination de l'alcalinité de ces sirops, même à la lumière du jour et en les étendant de beaucoup d'eau, peut être très-difficilement faite en se servant de la teinture du tournesol, car la couleur de celui-ci est noyée dans la couleur propre à ces sirops.

On est obligé d'avoir recours au papier de tournesol, et comme il est très-difficile de juger quand on est arrivé au point de neutralisation, le résultat obtenu est très-incertain.

A la lumière monochromatique produite par les sels de soude, au contraire, l'essai des sirops, au moyen de la teinture de tournesol, se fait de la même manière et aussi facilement et sûrement que celui des jus; en outre, il n'est en général nullement besoin d'étendre d'eau ces sirops. La seule différence est que le liquide a moins d'éclat et paraît plus sombre, à cause de l'absorption de lumière due au sirop, mais le point de saturation est toujours très-net et facile à saisir.

Je ne doute pas que dans beaucoup d'autres cas où l'on a affaire à des liquides colorés, on ne puisse, à l'aide de lumières monochromatiques convenablement choisies, arriver à rendre visibles des réactions chimiques qui, sans elles, ne pourraient être aperçues.

Dans le but de venir en aide aux fabricants de sucre qui désireraient employer ce mode d'essai, je vais décrire l'installation que j'ai faite dans ce but à l'usine de Stèene, pour l'essai des jus saturés, et quelles sont les manipulations à effectuer.

Près de l'ouvrier satureur est disposée une tablette convena-

blement abritée, par des morceaux de planches, de la lumière des becs de gaz voisins.

Cette tablette porte les objets suivants :

1° Un bec à gaz Bunsen à flamme non lumineuse ;

2° Plusieurs fils de platine semblables à ceux qui servent pour les observations au spectroscope ; ce sont des fils de platine de 7 à 8 centimètres de longueur, soudés par un bout à un petit tube de verre qui sert de manche pour les prendre, et présentant, à leur autre extrémité, une courbure en crochet ou anneau ;

3° Un support destiné à tenir, dans la flamme du bec Bunsen, quand le moment sera venu, le crochet du fil de platine ;

4° Un petit verre contenant du sel marin fondu au feu, pilé et imprégné d'eau. Le sel fin de cuisine peut également servir, seulement il décrépite un peu plus quand on l'introduit dans la flamme ;

5° Un petit flacon carré d'environ 50 centimètres cubes (flacon à échantillons de sucre, petit modèle du commerce), présentant plusieurs traits ; chaque trait correspondant à une capacité de 10 centimètres cubes. On gradue très-facilement ces flacons, soit à l'aide d'une pipette jaugée de 10 centimètres cubes, soit en tarant l'un deux sur une balance, puis en y introduisant 10 grammes, 20 grammes, 30 grammes, 40 grammes d'eau, et en marquant le niveau de l'eau, après chaque pesée, par une petite bande de papier gommé humide.

Quand le papier est sec et adhère bien au verre, on fait un trait avec une petite lime triangulaire sur le bord de la bande qui correspond au niveau primitivement marqué. On peut alors enlever la bande en l'humectant d'eau.

6° Un flacon de verre de 250 centimètres cubes environ, renfermant une dissolution titrée d'acide sulfurique assez fortement colorée en rouge par de la teinture de tournesol. Dans le col de ce flacon est un bouchon traversé par deux tubes en verre con-

venablement coudés en dehors et dont l'un est étiré à son extrémité. Cette disposition a pour but de pouvoir verser facilement, sans épancher de liquide et d'un petit jet continu, dans le flacon carré ; ce qui dispense d'agitateur quand on procède à l'essai ;

7° Un verre à pied de 200 centimètres cubes environ, destiné à recevoir le jus à essayer ; ce jus, puisé trouble dans la chaudière à saturer, est versé dans le verre et laissé en repos quelques minutes. Aussitôt que la couche supérieure est claire, on en verse par décantation dans le flacon carré.

Cela posé, voici comment on procède à l'essai :

L'ouvrier commence, comme je viens de le dire, par mettre le liquide trouble à essayer dans le verre à pied. Pendant que le dépôt se fait, il allume le bec de gaz Bunsen, s'il n'est déjà pas allumé ; il plonge l'extrémité en crochet du fil de platine dans le sel marin, et place ce fil sur son support, pour n'avoir plus qu'à l'introduire dans la flamme par un léger déplacement latéral du support. Il prend le flacon carré de la main gauche et verse du liquide clair du verre à pied, dans ce flacon, jusqu'au premier trait, c'est-à-dire 10 centimètres cubes. Déposant alors le verre à pied sur la tablette, il pousse le fil de platine dans la flamme, qui se colore aussitôt en jaune orangé intense. Enfin, tenant le flacon carré à la hauteur de l'œil et vis-à-vis de la flamme, il prend le flacon à liqueur rouge acide et verse de cette liqueur à plein jet dans le jus. Celui-ci, qui d'abord paraissait incolore, devient presque aussitôt noir et opaque comme de l'encre ; en continuant à verser, il arrive un moment où la couleur noire disparaît et le liquide redevient incolore.

On cesse alors de verser et l'on regarde sur le flacon carré à quelle hauteur arrive le liquide. Si son niveau affleure au deuxième trait, c'est-à-dire si l'on a versé 10 centimètres cubes de la liqueur acide, c'est que la saturation a été convenablement faite.

Si, au contraire, le niveau se trouve plus haut ou plus bas que ce trait, c'est que le point de saturation nécessaire au jus a été, ou non atteint ou dépassé, et l'on peut juger de combien.

Un pareil essai dure à peine quelques minutes.

La liqueur titrée acide est préparée de manière qu'un volume de cette liqueur neutralise exactement un volume égal de jus saturé au point voulu. On peut rendre cette liqueur plus ou moins forte suivant qu'on le juge à propos, de manière que l'ouvrier n'a jamais rien à changer à sa manipulation, et si l'on a fait varier le titre de la liqueur, il doit même l'ignorer.

Pour la préparer, il est très-commode de se servir de la liqueur normale alcalimétrique ordinaire des laboratoires de chimie, qui, comme on sait, renferme 100 grammes d'acide sulfurique monohydraté par litre, ou 1 décigramme par centimètre cube.

Si l'on veut, par exemple, que le jus saturé conserve une alcalinité équivalente à 1,5 gramme d'acide sulfurique monohydraté par litre, ou en chaux vive à 0,857 grammes; on obtiendra la liqueur acide à employer, en versant, dans un litre jaugé, de l'eau distillée ou de l'eau de pluie filtrée, environ 3/4 de litre, puis à peu près 50 centimètres cubes de teinture bleue concentrée de tournesol. On ajoutera alors une ou plusieurs gouttes de liqueur acide pour faire virer la teinte au rouge faible, puis, à l'aide d'une burette graduée, on versera 15 centimètres cubes de la liqueur normale alcalimétrique, enfin on complètera le volume de 1 litre avec de l'eau.

La liqueur, bien mélangée, sera alors prête à servir.

Comme pour faire un essai, il ne faut guère qu'environ 10 centimètres cubes de liqueur, on voit qu'avec un litre, on pourra effectuer près de cent essais. Pour toute une campagne sucrière, quelques litres de liqueur normale alcalimétrique, préparée avec soin, suffiront pour produire la liqueur d'essai nécessaire, malgré la multiplicité des essais journaliers.

Si l'on voulait obtenir une liqueur d'essai plus forte ou plus faible que la précédente, il n'y aurait qu'à verser, en la préparant, une quantité plus ou moins grande de liqueur normale alcalimétrique, en se rappelant que chaque centimètre cube renferme un décigramme d'acide sulfurique monohydraté.

Si l'on considère que la saturation des jus est une opération capitale en fabrication de sucre, j'ai lieu de croire que l'on m'excusera d'être entré dans les minutieux détails qui précèdent

DEUXIÈME SUPPLÉMENT

AU

CATALOGUE DES COLÉOPTÈRES

DU DÉPARTEMENT DU NORD.

PAR M. A. DE NORGUET

Membre titulaire.

Lu à la séance du 4 avril 1873.

J'ai présenté à la Société des Sciences, en 1863, un Catalogue des Coléoptères du département du Nord ; il fut suivi, en 1868, d'un premier supplément contenant toutes les captures faites dans l'intervalle ; aujourd'hui un second supplément est devenu nécessaire pour tenir notre Faune coléoptérique au courant des plus récentes découvertes. Cette nouvelle liste contient trois cents espèces, réparties dans cent soixante-seize genres ; elles avaient échappé aux recherches précédentes par leur rareté, pour la plupart, et beaucoup d'entre elles n'ont été rencontrées qu'une fois.

Des chasses assidues dans les arrondissements de Valenciennes et d'Avesnes ont produit beaucoup de bonnes captures, telles que *Carabus arvensis*, *Diachromus germanus*, *Aulonium*

sulcatum, *Dorcus parallelipipedus*, *Dictyoptera sanguinea*, *Tetratoma ancora*, *Rhynchites bacchus*, *Prionus coriarius*; une excursion à Gravelines a donné *Aleochara algarum*, *Stenus impressus*, *Omalium riparium* et *oxyacanthæ*, *Anthicus instabilis*, *Ceutorhynchus borraginis*, espèces qui avaient échappé à vingt ans de chasses sur les côtes de Calais et de Dunkerque.

La forêt de Guines qui, bien que dans le Pas-de-Calais, ne peut être séparée de la région entomologique du Nord dont elle forme une des limites méridionales, a fourni : *Homalota notha*, *Anthobium ophthalmicum*, *Telephorus pilosus*, *Apion pallipes* et *elongatum*, *Sciaphilus setulosus*, *Liophlæus pulverulentus*, *Larinus sturnus*, *Balanomorpha Mathewsii*, *Cassida lucida*.

Un autre fait intéressant pour la géographie entomologique, c'est la capture à Carvin, d'un *Hylesinus oleiperda*, insecte propre aux régions de l'olivier dont il est un des parasites les plus nuisibles. On l'avait déjà observé aux environs de Paris, voilà sa présence constatée jusque dans le nord de la France. Il est probable qu'il s'y nourrit dans le frêne, arbre habité par plusieurs autres espèces du même genre et qui appartient comme l'olivier à la famille des *Oleineæ*.

Ces quelques observations mènent tout naturellement à rechercher quelle idée il faut se faire de la rareté en entomologie, et s'il est vrai, comme le prétendent certains naturalistes, qu'il n'y a point d'espèces rares et que le tout est de savoir les rencontrer. Cette proposition est évidemment une erreur, mais elle se répète assez souvent et paraît même séduire un bon nombre de personnes parmi celles qui n'ont pas l'habitude de prendre la nature sur le fait.

La rareté et la fréquence sont absolues ou relatives, selon

qu'on les prend en général, sans acception de lieux, ou en particulier, par rapport à un point donné ; dans ces deux cas elles existent et les nier ce serait nier en même temps toutes les influences qui ont agi sur la nature vivante depuis qu'elle est : cataclismes, immersions ou émersions, changements de température, parasitisme.

Chaque espèce, dans sa forme actuelle, a eu un commencement sur un point de l'espace ; qu'elle ait été créée de toutes pièces, ou qu'elle soit le résultat d'une série de transformations, elle a acquis d'un premier individu l'organisme que nous lui connaissons aujourd'hui, elle est partie d'un centre unique pour se répandre dans son aire de diffusion. Comment admettre que de chacun de ces centres soient sortis, en égale quantité, tous les êtres semblables entre eux qui constituent la collection spécifique ? Et, en supposant même qu'à l'origine tous ces centres aient propagé dans les mêmes proportions, cet équilibre n'a-t-il pas dû être bien vite rompu par la concurrence vitale qui a fait le plus faible victime du plus fort, par les mille circonstances qui ont rendu les milieux ambiants plus ou moins favorables à telle espèce plutôt qu'à telle autre, et par les vicissitudes de la végétation, pour les phytophages ?

Puis, quand chaque centre de création s'est élargi dans l'espace pour s'étendre jusqu'aux limites que son genre de vie lui assigne, la rareté relative est devenue la règle ordinaire, puisqu'à mesure que l'aire s'élargissait, les milieux devenaient moins bien adaptés, et favorisaient moins la fécondité.

Ce fut un rayonnement dont l'intensité s'affaiblit en raison directe de l'éloignement du foyer.

Si, comme il est arrivé souvent, une espèce s'est créé plusieurs

centres distants les uns des autres, le même effet s'est produit séparément pour chacun d'eux; tous ont eu leurs sentinelles avancées, d'autant plus clairsemées qu'elles s'écartaient davantage.

Non seulement, la rareté s'est produite par la diffusion inégale, elle s'est faite encore par refoulement; il est même probable que dans les contrées populeuses et cultivées, où la nature sauvage a dû reculer devant la civilisation, c'est ce dernier cas qui s'est le plus souvent présenté. Une espèce rare et sporadique aujourd'hui sur un point de la France, par exemple, a pu y être très-répandue autrefois. Les individus qui s'y trouvent encore ça et là, ou ne font plus souche ou ne s'y reproduisent que tout juste assez pour éviter l'extinction, parce qu'ils n'y trouvent plus les circonstances favorables à leur multiplication.

On peut donc affirmer sans crainte que partout où une exploration prolongée et bien entendue a fouillé une contrée, les espèces qui s'y rencontrent à l'état unique, ou très-peu fréquentes, sont des raretés; il ne pourrait y avoir d'exception que pour quelques insectes endophytes ou souterrains qui peut-être échapperont longtemps aux recherches.

Il faut encore appeler rare, relativement à une région quelconque, toute espèce qui ne s'y trouve que sur quelques points très-restreints, quoique dans ces endroits elle forme des colonies permanentes et bien peuplées. Ainsi, tel arbre creux est habité par une famille de coléoptères qui n'a jamais été découverte que là, dans notre département, quoique la chasse dans ces sortes de retraites soit facile et ait été fort pratiquée; il sera bien permis de dire cette espèce est rare dans le Nord. De même pour

les sablières, qui sont généralement ici de peu d'étendue, et qui donnent quelques espèces tout à fait étrangères aux autres localités; de même encore pour certaines petites mares où vivent des hydrocanthares, exclusivement à toutes les autres eaux.

Les deux suppléments ajoutés à notre catalogue primitif portent à 2,700 le nombre des coléoptères du Nord ; il n'est pas douteux que dans quelques années un troisième supplément n'arrive au chiffre de 3,000. C'est un résultat très-remarquable quand on considère que notre département n'est, pour ainsi dire, qu'une bande de terrain de moins de six cent mille hectares, placée à la limite méridionale de la région entomologique dont il fait partie.

Cette région elle-même n'est pas très-étendue; M. Fauvel, dans l'introduction de sa *Faune Gallo-Rhenane*, comprend le département du Nord dans une sous-région rhénane dont la limite va du cap Gris-Nez aux Vosges, vers le Ballon d'Alsace, et de là remonte le long des Vosges et du Taunus, jusqu'à l'embouchure de l'Ems, mais ce n'est là qu'une de ces coupes à grands traits, et un peu arbitraires, qui ont besoin pour acquérir leur utilité pratique, d'être subdivisées, à la manière des classes zoologiques.

Nos limites entomologiques, pour rester homogènes, doivent suivre une ligne droite, allant du cap Gris-Nez à la pointe septentrionale du département de l'Aisne, remontant par Trélon vers Namur et Liége et gagnant de là vers l'Ouest l'embouchure de l'Escaut en laissant en dehors la Campine belge.

Il serait intéressant de comparer la liste des coléoptères du département du Nord avec celle de toute cette région ; j'espérais

trouver dans les Annales de la Société entomologique de Belgique les éléments nécessaires à cette comparaison ; mais les matériaux recueillis sur la Faune coléoptérique belge sont dispersés dans les publications de la Société, sans avoir encore été réunis dans un travail d'ensemble, et très-souvent ils n'indiquent pas la localité précise où chaque espèce a été prise. Lorsque nos voisins auront fait paraître un catalogue complet et homogène, il sera facile, en distrayant les espèces de la rive droite de la Meuse et de la Campine, d'établir les points de dissemblance et d'identité entre le Nord et le reste de la section géographique.

Ce second supplément est dû, en grande partie, comme nos listes précédentes, aux obligeantes communications de notre collègue M. Lethierry, qui continue à mettre autant de zèle dans ses chasses que de scrupule dans ses déterminations ; M. A. Lelièvre a aussi beaucoup chassé dans les arrondissements de Valenciennes et les citations les plus intéressantes de ces localités proviennent de ses recherches ; M. Giard nous a fait parvenir de très-bonnes indications. Je suis assuré que l'ardeur de nos collectionneurs ne se ralentira pas, car ils comprennent que plus on avance dans l'énumération des espèces locales, plus les captures deviennent intéressantes, puisque les nouveautés se font de plus en plus rares.

DEUXIÈME SUPPLÉMENT

AU CATALOGUE DES COLÉOPTÈRES DU DÉPARTEMENT DU NORD.

CARABICI.

CARABIDÆ.

CARABUS (p. 23).

C. Arvensis. *Fab.* Rare ; forêt de Raismes, sous la mousse, au pied des arbres (*A. Lelièvre, Lethierry.*)

LEISTUS (p. 24.)

L. Fulvibarbis. *Dej.* Rare ; fortifications de Valenciennes, sous les pierres, en octobre (*A Lelièvre.*)

SCARITIDÆ.

DYSCHIRIUS (p. 25).

D. Intermedius. *Putz.* Rare ; avec *æneus*, fortifications de Lille.

D. Chalceus. *Er.* Pas rare sur la plage de Calais dans les amas de tangue, en mai (*Lethierry*).

BRACHINIDÆ.

BRACHINUS (p. 25).

B. Explodens. *Dufts.* Très-rare ; Roleur (*A. Lelièvre.*)

LEBIADÆ.

ÆTHOPHORUS (à placer avant DEMETRIAS, page 25).

Æ. Imperialis. *Germ.* Très-rare ; un seul exempl fortifications de Lille, en mars (*Lethierry*).

LEBIA (p. 26).

L. Cyanocephala. *Linn.* Très-rare ; un seul ex pris dans les fortifications de Valenciennes par M. Lelièv compagnie de *chlorocephala.*

CHLÆNIIDÆ.

CHLÆNIUS (p. 27).

C. Tibialis. *Dej.* Bois d'Angre, sous les pierres, au l'Honeau (*A. Lelièvre.*)

LICINIDÆ.

LICINUS (p. 27).

L. Depressus. *Payk.* Très-rare ; au pied des murs fortifications de Valenciennes (*A. Lelièvre.*)

HARPALIDÆ.

DIACHROMUS (à placer p. 34 avant ANISODACTYLUS).

D. Germanus. *Linn.* Très-rare ; fortifications de ciennes, bois d'Angre (*A. Lelièvre*).

HARPALUS (p. 34).

H. Punctulatus *Dufts.* Très-rare ; Montigny-s *(Lelièvre)*, Ambleteuse *(Cussac).*

H. Caspius. *Stev.* Rare ; Roleur et Mont-Houi, pierres (*A. Lelièvre*).

TRECHIDÆ.

TRECHUS (p. 37).

T. Obtusus. *Er.* Assez commun sous les mousse débris végétaux, dans les fortifications de Lille et à Roi

BEMBIDIADÆ.

BEMBIDIUM (p. 38).

B. Mannerheimii. *Sahlb.* Assez commun dans les fosses desséchés des bois, sous les feuilles mortes, bois de la Douve, Phalempin, Verlinghem.

B Clarkii. *Dawson.* Assez commun au bord des fossés; fortifications de Lille, Verlinghem.

B. Decorum. *Panz.* Très-rare; environs de Lille (*J. Barrois*).

B. Tibiale. *Dufts.* Pas rare à Anor et au bois d'Angre, au bord des eaux courantes.

PALPICORNIA.

HYDROPHILIDÆ.

HYDROBIUS (p. 48).

H. Bipustulatus. *Marsh.* Rare; Calais, fortifications de Lille, avec *globulus*.

ANACŒNA (p. 48, après HYDROBIUS).

A. Variabilis. *Scharp.* Très-commun dans toutes les eaux; confondu jusqu'à présent avec *Hydrobius globulus*.

PHILHYDRUS (p. 48).

P. Ovalis. *Thoms.* Pas rare; se prend avec ses congénères.

LIMNEBIUS (p. 49).

L. Myrmidon. *Pandellé.* Très-rare; un seul exemplaire des environs de Lille. Forme de l'*atomus*, mais taille une fois plus petite, couleur entièrement testacée. Diffère du *gyrinoides* et du *evanescens*, Kiesenw, par sa forme beaucoup moins convexe, plus parallèle.

HELOPHORIDÆ.

OCHTEBIUS (p. 50).

O. Gibbosus. *Germ.* Très-rare; un seul exemplaire pris en mai 1871 dans l'Honeau, au bois d'Angre *(Lethierry)*.

STAPHYLINIDÆ.

ALEOCHARINI.

BOLITOCHARA (p. 53).

B. Bella. *Mærk.* Rare; forêt de Mormal, dai souches, en septembre *(Lethierry).*

HAPLOGLOSSA (p. 55.)

H. Gentilis. *Mærk.* Rare; avenue du château d à Wambrechies, dans un nid de *Formica fuliginosa*

ALEOCHARA (p. 55).

A. Cuniculorum. *Kraatz.* Un seul exemplair d'Hollebeke, dans un terrier de lapins *(Lethierry).*

A. Algarum. *Fauvel.* Rare; plages de Grav Calais, sous les algues rejetées par la mer.

DINARDA (p. 56).

D. Mærkelii. *Kiesenw.* Rare; Ostricourt, dan *Formica rufa* (*Lethierry*).

ATEMELES (p. 56).

A. Paradoxus. *Grav.* Très-rare; un seul ex Mont des Bruyères, près St-Amand *(Lethierry).*

CALODERA (p. 57).

C. Nigrita. *Mann.* Rare; prise une seule fo nombre au bord d'un fossé près la porte de Roub (*Lethierry*). C'est l'*uliginosa* du catalogue; cette de supprimer.

OXYPODA (p. 58).

O. Forticornis. *Fairm.* Rare; sous la mous tières *(Lethierry).*

HOMALOTA (p. 58).

H. Luridipennis. *Mann.* Rare; au bord d'un bois de la Douve, en septembre *(Lethierry).*

H. Terminalis. *Gyll.* Commune au bord des des fortifications de Lille, Esquermes.

H. Volans. *Scriba*. Assez commune en fauchant au printemps dans les prairies.

H. Occulta. *Er*. Rare; forêt de Mormal, sous les amas de feuilles tombées, en automne (*Lethierry*).

H. Triangulum. *Kraatz*. Pas rare à Dunkerque sous les débris végétaux au bord des mares saumâtres.

H. Validicornis. *Mœrk*. Commune; dans les plaies des ormes, aux environs de Lille.

H. Nigricornis. *Thoms*. Rare; sous les débris végétaux, en mai, Mont-Noir, forêt de Mormal.

H. Cinnamomea. *Grav*. Rare; bois de Phalempin, dans une plaie de chêne (*Lethierry*).

H. Immunda. *Ch. Brisout*. Rare; sous les débris végétaux, dans les bois, Ostricourt, forêt de Mormal.

H. Bolitobia. *Thoms*. Assez rare; dans les agarics; Phalempin, forêt de Mormal.

H. Stercoraria. *Kr*. Rare; forêt de Mormal, dans les bouses (*Lethierry*).

H. Pulchra. *Kr*. Rare; bois de la Douve (*Lethierry*).

H. Clientula. *Grav*. Très-rare; fortifications de Lille, au bord des eaux. L'espèce indiquée *clientula* au catalogue était une variété de *fungi*; cette nouvelle indication se rapporte à la vraie *clientula*.

H. Notha. *Er*. Rare, collines calcaires de la forêt de Guines, sous la mousse.

H. Londinensis. *Scharp*. Très-rare; un exemplaire du bois de la Douve, au bord d'une mare (*Lethierry*).

H. Hodierna. *Scharp*. Assez commune au bord des eaux; fortifications de Lille.

H. Æneicollis *Scharp*. Très-commune sous les débris végétaux; fortifications de Lille

PLACUSA (p. 62).

P. Pumilio. *Grav*. Rare; prise en battant de vieux fagots dans la forêt de Trélon (*Lethierry*).

P. Adscita. *Er.* Très-rare ; bois de Phalempin, dai d'un chêne.

GYROPHÆNA (p. 63).

G. Gentilis. *Er.* Rare ; deux exemplaires dans ur bois d'Aubry, près de Raismes.

G. Polita. *Grav.* Pris abondamment, mais une se au bois d'Aubry, dans un bolet (*Lethierry*).

G. Lævipennis. *Kr.* Pas rare dans les champign forêt de Mormal.

DIGLOSSA (p. 63).

D. Mersa. *Haliday.* Pas commune ; plage de Cal les débris rejetés par la mer.

TACHYPORINI.

HYPOCYPTUS (p. 64).

H. Pygmæus. *Kr.* Très-rare ; dans des fagots à F *seminulum.* (*Lethierry*).

TACHINUS (p. 64).

T. Laticollis. *Grav.* Très-rare ; un seul exemp environs de Lille. Le *T. laticollis* indiqué commun dan logue est *marginellus* Fab. (*laticollis* Lacordaire).

T. Pallidolatus. *Kr.* Très-rare ; dans les agarics e position de la forêt de Mormal (*Lethierry*).

TACHYPORUS.

T. Tersus. *Er.* Dunes de Dunkerque (*Lethierry*).

BOLITOBIUS (p. 66).

B. Intrusus. *Hampe.* Très-rare ; pris dans les ag peuplier creux, à Lambersart.

B. Distigma. *Fairm.* Très-rare ; un seul exemp environs de Lille.

MYCETOPORUS (p. 67).

M. Nanus *Grav.* Rare ; bois d'Ostricourt, sous l au pied des arbres, en mars (*Lethierry*).

M. Bimaculatus. *Lac.* Rare ; bois de Phalempin, dunes de Calais, en avril.

QUEDIIFORMES.

QUEDIUS (p. 67).

Q. Monticola, *Er.* Rare ; dunes de Calais, en avril.

PHILONTHUS (p. 71).

P. Tenuicornis. *Muls.* Rare ; sous les mousses à Lille (*Lethierry*). C'est le *scutatus* du catalogue ; ce dernier doit être supprimé.

XANTHOLINI.

XANTHOLINUS (p. 74).

X. Ochraceus. *Gyll.* Peu commun ; sous les débris végétaux avec *linearis* ; le catalogue en avait fait une variété de ce dernier.

X. Longiventris. *Heer.* Assez rare ; sous les débris végétaux et les mousses ; bois d'Ostricourt.

PÆDERINI.

LITHOCHARIS (p. 76).

L. Ruficollis. *Kr.* Pas rare dans les dunes de Dunkerque, sous les mousses (*Lethierry*).

SUNIUS (p. 77).

S. Filiformis. *Lat.* Très-rare ; pris à Fives par M. Barrois.

PÆDERUS (p. 77).

P. Ruficollis. *Fab.* Etiqueté Calais dans la collection Degland, au musée de Lille.

STENINI.

STENUS (p. 77).

S. Lustrator. *Er.* Très-rare ; bois d'Ostricourt, sous les mousses (*Lethierry*).

S. Vafellus. *Er.* Rare ; nouvelles fortifications de Lille, au bord de l'Arbonnoise (*Lethierry*).

S. Aceris. *Lac.* Bois et bosquets humides, Lambe lempin, Mont-Noir; c'est l'*impressus* du catalogue. est à retrancher.

S. Impressus. *Germ.* Rare; dunes de Graveline vieux fagots d'Hippophae. L'*impressus* du catalogue é c'est ici le véritable *impressus* de Germar.

OXYTELINI.

BLEDIUS (p. 81).

B. Taurus. *Germ.* Calais, dans les amas de t *bicornis.*

B. Spectabilis. *Kr.* Assez commun au bord d Calais, Dunkerque.

B. Unicornis. *Germ.* Rare; terrains salés des e Calais, en juin (*Lethierry*).

B. Bicornis. *Germ.* Rare; dunes de Calais (*O* l'espèce étiquetée *taurus* au catalogue.

B. Ruficpennis. *Er.* Rare; bords de l'Honeau d'Angre.

PLATYSTETHUS (p. 82).

P. Alutaceus. *Thoms.* Rare; plage de Calais débris marins.

OXYTELUS (p. 82).

O. Fairmairei. *Pand.* Très-rare; dunes de Cal Noir. C'est le *pumilus* du catalogue.

O. Clypeonitens. *Pand.* Rare; dunes de Dunke les bouses. C'est le *speculifrons* du premier supplém

TROGOPHLŒUS (p. 83).

T. Memnonius. *Er.* (*obesus* Kies). Rare, au bor courantes à Trelon (*Lethierry*).

T. Halophilus. *Kiesw.* Rare; dunes de Dunk bord des mares, en avril.

T. Fuliginosus. *Er.* Bords de l'Honeau au bois d'Angre (*Lethierry*).

Nota. D'après Fauvel (*Faune G. R.* p. 157) ; le *T. exiguus* du catalogue serait *T. despectus* Baudi.

ANCYROPHORUS (p. 83. avant SYNTOMIUM).

A. Omalinus. *Er.* Rare; bords de l'Honeau au bois d'Angre (*Lethierry*).

OMALINI.

ANTHOPHAGUS (p. 84).

A. Præustus. *Mull.* Très-rare ; un exemplaire pris au bois d'Angre en battant des fleurs.

OMALIUM (p. 85).

O. Riparium. *Thoms.* Rare ; plage de Gravelines, sous les débris marins.

O. Oxyacanthæ. *Grav.* Rare ; plage de Gravelines.

ANTHOBIUM (p. 86).

A. Ophthalmicum *Payk.* Très-rare; sur les buissons dans la forêt de Guines (*Lethierry*).

A. Rectangulum. *Fauvel.* Rare; Lille (*Cussac*), forêt de Saint-Michel (*Lethierry*).

PROTEINI.

MEGARTHRUS (p. 86).

M. Affinis. *Miller* (*Bellevoyei* de Saulcy). Commun sous les végétaux en décomposition, fortifications et tous les environs de Lille.

PSELAPHIDÆ.

BRIAXIS (p. 88).

B. Simplex. *Waterh.* Rare; terrains salés de Calais (*Lethierry*).

EUPLECTUS (p. 89).

E. Punctatus. *Muls.* Très-rare ; un seul exemplaire dans un tronc carié de la forêt de Raismes (*Lethierry*).

SCYDMÆNIDÆ.

SCYDMÆNUS (p. 90).

S. Nanus. *Schaum.* Très-rare ; un seul exemplaire des environs de Lille[1], faisant partie de la collection Cussac ; c'est l'*exilis* du catalogue ; ce dernier doit être retranché.

SILPHALES..

SILPHIDÆ.

CATOPS (p. 91).

C. Alpinus. *Gyll.* Très-rare : un seul exemplaire en fauchant dans la forêt de Mormal (*Lethierry*).

COLON (p. 92).

C. Angularis. *Er.* Très-rare ; pris en battant de vieux fagots dans la forêt de Trélon, en mai (*Lethierry*).

C. Viennense. *Herbs.* Doit remplacer le *Zebei* du catalogue qui n'a pas été pris dans le Nord.

NECROPHORUS (p. 94).

N. Fossor. *Er.* Rare ; Lille (*Barrois*) Valenciennes (*A. Lelièvre*).

N. Sepultor. *Charp.* Rare ; Lille (*Cussac*) ; Valenciennes (*A. Lelièvre*).

ANISOTOMIDÆ

CYRTUSA (p. 95).

C. Minuta. *Arhens*, Rare ; sous les débris végétaux, Emmerin, Lambersart ; c'est la *subtestacea* du catalogue.

AGATHIDIUM (p. 95).

A. Convexum. *Scharp.* Rare ; dans les vieilles souches Lambersart, forêt de Mormal ; c'est le *piceum* du premier supplément.

A. Varians. *Beck.* Rare ; vieilles souches à Lambersart, Marly près Valenciennes.

CLAMBIDÆ.

CLAMBUS (p. 96).

C. Punctulus. *Gyll.* Rare; bois de Marchiennes, sur des fagots de pins, bois d'Ostricourt (*Lethierry*).

TRICHOPTERYGIA.

PTENIDIUM (p. 96).

P. Fuscicorne. *Er.* Rare; fortifications de Lille, au bord de l'Arbonnoise, sous les feuilles mortes (*Lethierry*).

PTINELLA (p. 97.)

P. Aptera. *Guérin.* Pas commun; forêt de Raismes dans un tronc carié, en juillet; forêt de Mormal.

HISTERIDÆ.

HISTER (p. 98).

H. Marginatus. *Er.* Très-rare; un seul exemplaire pris à Lapugnoy, près Béthune, à terre au bord d'un terrier de lapins, en mai (*Lethierry*).

H. Fimetarius. *Herbs.* Très-rare; sous les mousses, à Douvrain (*A. Lelièvre*).

DENDROPHILUS (à placer après HETÆRIUS, p. 99).

D. Punctatus. *Herbs.* Lambersart, dans un peuplier creux (*Lethierry*), Valenciennes (*A. Lelièvre*).

GNATHONCUS (p. 100).

G. Piceus. *Payk.* Un seul exemplaire pris au vol, en mai, dans la forêt de Raismes (*Lethierry*).

ABRÆUS (à placer après ONTHOPHILUS, p. 100.)

A. Globulus. *Creutz.* Très-rare; Lille (*Cussac*), forêt de Mormal, dans un hêtre carié (*Lethierry*).

A. Granulum. *Er.* Un seul exemplaire pris à Lambersart, dans un peuplier creux.

NITIDULARIÆ.

BRACHYPTERINÆ.

BRACHYPTERUS (p. 101.)

B. Linariæ. *Cornelius*. Assez commun dans les fleurs de *Linaria vulgaris*, fortifications de Lille, Landrecies.

NITIDULINÆ.

EPURÆA (p. 104).

E. Neglecta. *Heer*. Forêt de Mormal, en société dans les buches de hêtre, en juin ; c'est la *parvula* du premier supplément, laquelle se trouve aussi dans le Nord, mais n'a encore été rencontrée que dans la forêt de Trélon, sur les vieux fagots.

E. Immunda. *Er*. Un seul exemplaire de la forêt de Mormal (*Lethierry*).

E. Variegata. *Herbs*. Rare ; quatre exemplaires du bois d'Annapes, en juillet, sur les fleurs de *Spiræa ulmaria* (*Lethierry*).

THALYCRA (à placer après OMOSITA, p. 102).

T. Fervida. *Gyll*. Très-rare : un seul exemplaire pris à Lambersart, dans un peuplier creux, en mai.

MELIGETHES (p. 103).

M. Subrugosus. *Gyll*. Rare ; quelques exemplaires des environs de Lille.

M. Brunnicornis. *Sturm*. Rare ; sur les *Lamium*, Marcq-en-Barœul, bois de Phalempin.

M. Solidus. *Ill*. Rare ; forêt de Guines (*Lethierry*).

M. Lugubris. *Sturm*. Très-rare ; dunes de Dunkerque.

M. Difficilis. *Heer*. Commun sur le *Lamium album*, Emmerin, fortifications de Lille, c'est l'*hæmorrhoïdalis* du catalogue, laquelle est à retrancher.

RHIZOPHAGINÆ.

RHIZOPHAGUS (p. 104).

R. Depressus. *Fab*. Rare ; forêt de Raismes, sous les écorces de pins abattus (*Lethierry*).

R. Parvulus. *Payk.* Rare ; forêt de Raismes, sous l'écorce d'un bouleau (*Lethierry*).

TROGOSITIDÆ.

PELTIS (à placer après TROGOSITA, p. 105.)

P. Yvani. *Allibert.* Très-rare ; sous une écorce à Thumerie (*Barrois*).

COLIDIADÆ.

COLYDINI.

AULONIUM (à placer après SYNCHITA, p. 105).

A. Sulcatum. *Olivier.* Très-rare ; un seul exemplaire sur le tronc d'un orme attaqué par les scolytes, sur les glacis de Valenciennes (*Lelièvre*).

CRYPTOPHAGIDÆ.

ATOMARIA (p. 108).

A. Elongatula. *Er.* Pas rare sous les débris végétaux au Mont-Noir.

A. Rhenana. *Kr.* Rare, bords de la Sambre à Landrecies, deux exemplaires.

A. Versicolor. *Er.* Rare ; forêt de Raismes, sous des fagots de pins.

EPHISTEMUS (p. 108.)

E. Exiguus. *Er.* Rare ; Lille, sous les pierres ; forêt de Nieppe, dans les agarics décomposés.

LATHRIDIADÆ.

LATHRIDIUS (p. 109).

L. Angulatus. *Mann.* Rare ; forêt de Marchiennes, dans un saule creux (*Lethierry*).

L. Rugosus. *Herbst.* Rare ; forêt de Mormal, dans un hêtre carié ; bois de Marchiennes.

L. Consimilis. *Mann.* Rare ; forêt de Mormal et bois de Marchiennes.

L. Chlatratus. *Mann.* Rare ; bois d'Ostricourt

L. Filiformis. *Gyll.* Assez rare; dans le bois pourri, da les bûchers; c'est le *tantillus* du catalogue qui est à retranche

CORTICARIA (p. 110).

C. Cylindrica. *Mann.* Rare; forêt de Clairmarais en fau chant sur les herbes, en juillet (*Lethierry*), Raismes.

C. Distinguenda. *Villa* Rare; bois de Phalempin, fore de Raismes, en mai, forêt de Saint-Michel.

C. Brevicollis *Villa.* Rare; bois de Marchiennes, dans d vieux fagots de pins.

DESMESTIDÆ.

HADROTOMA (à placer après MEGATOMA, p. 111).

H. Marginata. *Payk.* Très-rare; bois d'Ostricourt (*J. Ber rois*).

DERMESTES (p. 111).

D. Undulatus *Brahm.* Commun dans les magasins d peaux, dans les cadavres; c'est le *mustelinus* du catalogue.

BYRRHIDÆ.

SYNCALYPTA (p. 112).

S. Palcata. *Er.* Très-rare; un seul exemplaire de la forê de Raismes (*Lethierry*).

BYRRHUS (p. 112).

B. Murinus. *Ill.* Très-rare; forêt de Mormal sous les mousses, en avril.

B. Alternans. *Muls.* Très-rare; Mont-des-Bruyères (*A. Le lièvre*).

PARNIDÆ.

POTAMINUS (à placer après PARNUS, p. 113.)

P. Substriatus. *Mull.* Pas rare dans l'Honeau, au bois d'Angre, sous les pierres submergées (*Lelièvre*).

ELMIS (p. 114).

E. Cupreus. *Mull.* Pas rare dans l'Honeau à Angre.

E. Volkmari *Mull.* Rare; avec l'espèce précédente.

HETEROCERIDÆ.

HETEROCERUS (p. 114).

H. Femoralis. *Kiesenw.* Rare ; Dunkerque, sur les plage vaseuses où croît la *Salicornia herbacea,* recouvertes par les hautes marées.

H. Hispidulus. *Kiesw.* Rare ; dans la terre humide au bord de l'Honeau, au bois d'Angre *(Lethierry).*

LUCANIDÆ.

LUCANUS (à placer p. 114 avant PLATYCERUS).

L. Cervus. *Linn.* L'*Annuaire statistique* du département du Nord pour l'an XII le mentionne comme *rare, excepté dans les grandes forêts.* Quelques individus ont été recueillis au bois d'Aubry sur le tronc d'un chêne.

DORCUS (à placer avant PLATYCERUS p. 114).

D. Parallelipipedus. *Linn.* Très-rare ; Angreau sur le tronc d'un vieux frêne (*Lelièvre*).

SCARABÆIDÆ.

APHODIINI.

ÆGIALIA (p. 118).

Æ. Rufa. *Fab.* Cette espèce, qui n'est pas indiquée au catalogue de Grenier, a été prise dans les dunes de la Somme par M. Lartigue. Les Annales de la Société entomologique de Belgique la mentionnent comme prise dans les dunes de la Flandre occidentale, assez loin du bord de la mer ; elle doit exister dans les environs de Dunkerque.

GEOTRUPIDÆ.

GEOTRUPES (p. 118).

G. Putridarius. *Er.* Commun avec le *stercorarius* dont il diffère à peine.

MELOLONTHIDÆ.

RHIZOTROGUS (p. 119).

R. Ruficornis. *Fab.* Pas rare aux environs de Valenciennes, Saméon et Marly sur les berges sablonneuses (*A. Lelièvre.*)

R. Æstivus. *Oliv.* Rare ; remparts de Douai (*Giard*), Anor.

CETONINI.

CETONIA (p. 120).

C. Floricola. *Herbst.* Très-rare, bois de Saint-Macaire sur une fleur de *Cornus sanguinea* (*A. Lelièvre*); Mont des Cattes sur des ombelles de sorbier (*Lethierry*).

EUCNEMIDÆ.

THROSCINI.

THROSCUS (p. 121.)

T. Brevicollis. *Bonvouloir.* Très-rare ; bois de Libercourt, en fauchant, en juin (*Lethierry*).

ELATERIDÆ.

LUDIINI.

CORYMBITES (p. 122.)

C. Æneus. *Linn.* Rare ; pris aux environs de Valenciennes par M. Lelièvre.

ADRASTUS (p. 125).

A. Pallens. *Fab.* Commun sur les arbustes et les haies ; c'est le *limbatus* du catalogue, lequel est à supprimer.

ELATERINI.

CRYPTOHYPNUS (à placer après ELATER, p. 126).

C. Pulchellus. *Lin.* Un exemplaire pris à Marly, près Valenciennes, en fauchant sur des crêtes (*Lelièvre*).

MALACODERMATA.

LYCIDÆ.

DICTYOPTERA (à placer p. 127 avant LAMPYRIS).

D. Sanguinea. *Lin.* Un seul exemplaire de la forêt de Raismes *(A. Lelièvre)*.

TELEPHORIDÆ.

TELEPHORUS (p. 128).

T. Pilosus. *Payk.* Très-rare; un exemplaire pris en juin dans la forêt de Guines *(Lethierry)*.

MALTHINUS (p. 129).

M. Seriepunctatus. *Kiesenw.* Commun dans tous nos bois.

M. Frontalis. *Marsh.* Très-rare; en fauchant dans une allée humide du bois d'Aubry, près Raismes (*Lethierry*).

MALTHODES (p. 129).

M. Maurus. *Casteln.* Très-rare; bois de Sains, bois d'Angre, en juin.

M. Flavoguttatus. *Kies.* Rare; sur les buissons, Esquermes, Emmerin.

M. Dispar. *Germ.* Assez rare; sur les arbustes; c'est le *flavoguttatus* du catalogue.

NOTA. La synonymie de *M. brevicollis* du catalogue doit être établie ainsi : *M. atomus*, Thoms; *brevicollis*, Kiesenw.

DASYTIDÆ.

DASYTES (p. 131).

D. Niger. *Lin.* Pas commun; forêt de Raismes, bois d'Angre, en fauchant, en juillet. Le *D. niger* du catalogue est le *plombeus* Ill.

D. Coxalis. *Muls.* Commun dans les bois et les bosquets, sur les fleurs des ronces; Phalempin, Quesnoy, fortifications de Lille; c'est le *flavipes* du catalogue; ce dernier est à retrancher.

HAPLOCNEMUS (p. 131.)

H. Pini, *Redt.* Très-rare ; forêt de Trélon en battant des pins, en mai (*Lethierry*).

TELMATHOPHILIDÆ.

TELMATHOPHILUS (p. 131).

T. Brevicollis. *Aubé.* Pas rare ; sur les roseaux et les plantes marécageuses, fortifications de Lille ; c'est le *typhæ* du catalogue.

CLERIDÆ.

TILLINI.

TILLUS (p. 132).

T. Unifasciatus. *Fab.* Très-rare ; forêt de Raismes (*A. Lelièvre*).

PTINIORES.

PTINIDÆ.

PTINUS (p. 133).

P. Sexpunctatus. *Panz.* Rare ; forêt de Raismes, dans un vieux chêne (*A. Lelièvre*).

P. Dubius. *Sturm.* Rare ; bois de Libercourt, sur les pins sylvestres, en mai.

P. Rufipes. *Fab.* Rare ; bois d'Aubry, forêt de Raismes (*A. Lelièvre*).

P. Subpilosus. *Sturm.* Rare ; forêt de Trélon, sur de vieux fagots.

ANOBIADÆ.

DRYOPHILUS (à placer p. 135 avant ANOBIUM).

D. Castaneus. *Oliv.* Très-rare ; Lambersart, dans l'intérieur d'un saule creux ; c'est l'*Anobium crenatum* du catalogue.

NOTA. L'*Ochina hederæ* Mull indiqué d'Arras dans le catalogue, a été pris dans les fortifications de Lille, et, en très-grand nombre, sur de vieux lierres à Racquinghem.

CISIDÆ.

CIS (p. 135).

C. Micans. *Herbs.* Rare; pris dans un bolet, au bois d'Hollebeke.

ENNEARTHRON (p. 135).

E. Wagæ. *Jankowicz.* Très-rare: un exemplaire femelle, pris en mai dans un bolet, sur une souche de hêtre, dans la forêt de Mormal (*Lethierry*).

TENEBRIONIDÆ.

ULOMIDÆ.

TRIBOLIUM (p. 136 après PHALERIA).

T. Confusum. Très-rare ; un exemplaire dans une boîte d'insectes (*Lethierry*).

TENEBRIO (p. 137).

T. Obscurus. *Fab.* Très-rare ; un seul exemplaire des environs de Valenciennes (*A. Lelièvre*).

PYTHIDÆ.

LISSODEMA (p. 137).

L. Cursor. *Gyll.* Très-rare ; deux exemplaires pris en fauchant, en juillet, au bois d'Annappes (*Lethierry*), Saméon (*Lelièvre*).

MELANDRYADÆ.

TETRATOMIDÆ.

TETRATOMA (à placer p. 138 avant MELANDRYA)

T. Ancora. *Fab.* Rare ; forêt de Trélon, dans un tas de vieux fagots couverts de champignons, en mai.

ANTHICIDÆ.

ANTHICUS (p. 139).

A. Instabilis. *Laferté* Commun sur la plage de Gravelines sous les débris marins.

PYROCHROIDÆ.

PYROCHROA (p. 139).

P. Coccinea. *Lin.* Très-rare ; bois d'Angre, un exemplaire sur une feuille de chêne (*A. Lelièvre*).

MORDELLONÆ.

MORDELLISTENA (p. 139).

M. Minima. *Costa.* Pas rare dans la forêt de Clairmarais, en juillet.

ANASPIS (p. 140).

A. Monilicornis. *Muls.* Rare ; fortifications de Lille sur les fleurs des Cornouillers.

RHIPIPHORIDÆ.

RHIPIPHORUS (à placer p. 140 après SILARIA.)

R. Paradoxus. *Lin.* Très-rare ; trois exemplaires pris dans la forêt de Raismes par M. A. Lelièvre, dont un sortant d'un nid de *Vespa vulgaris*.

MELOIDÆ.

MELOE (p. 140).

M. Brevicollis. *Panz.* Très-rare, Mont-Noir, en avril (*Lethierry*).

OEDEMERIDÆ.

OEDEMERA (p. 141.)

OE. Virescens. *Linn.* Pas rare dans la forêt de Mormal et dans la forêt de Nieppe, avec *OE. tristis*.

BRUCHIDÆ.

BRUCHUS (p. 141).

B. Cisti. *Fab.* Commun dans les dunes de Dunkerque sur les papilionacees, en juin.

CURCULIONIDÆ.

ANTHRIBIDÆ.

CHORAGUS (à placer p. 142, après ANTHRIBUS).

C. Piceus. *Sch.* Très-rare ; un exemplaire pris en août, sous l'écorce d'un orme mort dans un verger, à Marcq-en-Barœul (*Lethierry*).

ATTELABIDÆ.

RHYNCHITES (p. 143).

R. Bacchus. *Lin.* Très-rare ; un exemplaire de la forêt de Raismes, sur une haie d'aubépine (*A. Lelièvre*).

R. Planirostris. *Fab,* Commun sur le bouleau ; bois de Phalempin, Mont-Noir.

R. Tristis. *Fab.* Pas rare au bois d'Aubry, en juin, sur l'*Acer pseudoplatanus* dont il roule les feuilles en cornet.

APION (p. 144).

A. Subulatum. *Kirby*. Très-rare ; un seul exemplaire pris au bord du canal, à Steenbecke (*Lethierry*).

A. Confluens. *Kirby*. Rare ; forêt de Guines.

A. Caullei. *Wenk*. Rare ; forêt de Guines,

A. Pallipes. *Kriby*. Pas rare sur la *Mercurialis perennis* au bois d'Angre et dans la forêt de Guines.

A. Semivittatum. *Gyll.* Rare ; bois d'Angre sur la *Mercurialis perennis*.

A. Difforme. *Kirby*. Rare ; fortifications de Lille.

A. Cruentatum. *Walton*. Rare ; Lambersart.

A. Elongatum. *Germ*. Rare, forêt de Guines, Marcq-en-Barœul.

A. Simile. *Kirby*. Pas rare ; Mont des Récollets, près Cassel, Guines, Raismes, Lambersart. Emmerin.

A. Platalea. *Germ*. Rare, bois d'Aubry.

A. Melilloti. *Kirby.* Marais de l'Epais, près Valenciennes (*A. Lelièvre*); lisière de la forêt de Nieppe, en août, sur le *Melilotus microrhiza.*

A. Gracilicolle. *Sch.* Très-rare; un seul exemplaire des environs de Lille.

A. Juniperi. *Boheman.* Pas rare sur les genevriers dans la forêt de Guines.

BRACHYDERIDÆ.

SCIAPHILUS (p. 148).

S. Setulosus. *Germ.* Rare: forêt de Guines, sous les mousses, en avril.

POLYDROSUS (p. 149).

P. Confluens. *Steph.* Mont-des-Cattes, commun sur les genets, en juin (*J. Barrois*).

P. Salsicola. *Fairm.* Commun à Calais, dans les terrains salés, en juin, sur la *Spergularia marginata*

CLEONIDÆ.

CLEONUS (p. 150).

C. Nebulosus. *Lin.* Rare; sous les bruyères, dans les parties arides du Mont-Noir exposées au midi.

C. Turbatus. *Fabr.* Très-rare; un seul individu errant sur le sol au Mont des Bruyères, près St-Amand (*Lethierry*).

C. Alternans. *Olic.* Rare; butte de Roleur près Valenciennes (*A. Lelièvre*).

LIOPHLŒUS (p. 150).

L. Pulverulentus. *Bohm.* Très-rare; un exemplaire de la forêt de Guines (*Lethierry*).

BARYNOTUS (p. 150).

B. Mœrens. *Fab.* Rare; un exemplaire de Lille; forêt de Guines; c'est le *Schonnerri* du Catalogue, ce dernier doit être retranché.

LIOSOMUS (p. 151.)

L. Oblongulus. *Bohem.* Rare ; forêt de Mormal ; forêt de Saint-Michel (*Lethierry*).

PHYTONOMUS (p. 151).

P. Plagiatus. *Redt.* Commun ; dans les prés et les champs, Quesnoy, fortifications de Lille, c'est le *constans* du Catalogue.

BYRSOPIDÆ.

GRONOPS (à placer p. 153, après LIMOBIUS).

G. Lunatus. *Fab.* Rare ; Calais, dans les terrains salés, au pied des touffes de *Spergularia marginata*, en juin.

OTIORYNCHIDÆ.

TRACHYPHLŒUS (p. 153).

T. Digitalis. *Gyll.* Rare ; fortifications de Lille, avec ses congénères.

T. Aristatus. *Gyll.* Commun ; au pied des murs des fortifications de Lille, et sous la mousse au bois d'Ostricourt.

OTIORHYNCHUS (p. 154).

O. Porcatus. *Herb.* Assez commun dans les fortifications de Valenciennes et à Marly (*A. Lelièvre*).

ERIRHINIDÆ.

LARINUS (p. 155.)

L. Sturnus. *Sch.* Rare ; collines calcaires des environs de Guines, au pied des touffes de centaurées.

ERIRHINUS (p. 156.)

E. Infirmus. *Herbs.* Rare ; marais d'Emmerin (*Lethierry*).

E. Salicis. *Walton.* Rare ; sur le saule marceau, Lille (*Cussac*), forêt de Trélon (*Lethierry*).

E. Majalis *Payk.* Rare ; Armentières, en avril (*Lethierry*).

E. Agnathus. *Sch.* Rare ; sur le saule marceau, marais d'Emmerin

BRADYBATUS (p. 157 après ERIRHINUS.)

B. Creutzeri. *Germ.* Très-rare; bois d'Angre, sur une feuille de merisier, en mai (*Lethierry*).

ANTHONOMUS (p. 158).

A. Elongatulus. *Sch.* Très-rare; un seul exemplaire en fauchant, en mai, dans le bois de Phalempin.

A. Varians. *Payk.* Forêt de Raismes, sur les pins sylvestres, en mai.

BALANINUS (p. 158).

B. Pellitus. *Bohem.* Rare; bois de Phalempin.

B. Cerasorum. *Herbst.* Rare; marais d'Emmerin, sur l'aulne.

SIBYNES (p. 160).

S. Arenariæ. *Steph.* Rare; Calais, terrains salés, au pied des *Spergularia marginata*, en juin.

PHYTOBIUS (p. 160).

P. Waltoni. *Bohm.* Très-rare; immergé dans l'eau, sur les tiges des plantes aquatiques, marais d'Emmerin.

CRYPTORHYNCHIDÆ.

BARIDIUS (p. 62).

B. Analis. *Olic.* Très-rare, Saméon (*A. Lelièvre*).

MONONYCHUS (à placer p. 165 après COELIODES).

M. Pseudoacori. *Fab.* Pas rare dans les fleurs de l'*Iris pseudoacorus*, fortifications de Lille, forêt de Nieppe.

ACALLES (p. 163.)

A. Ptinoïdes. *Marsh.* Très-rare; Mont-des-Bruyères, près Saint-Amand (*A. Lelièvre*).

CEUTHORHYNCHUS (p. 161).

C. Setosus. *Sch.* Très-rare; Mont des Bruyères, un seul exemplaire.

C. Pumilio. *Gyll.* Très-rare ; Lambersart (*Lethierry*) c'est le *cochleariæ* du catalogue.

C. Versicolor. *Ch. Brisout.* Assez rare ; en fauchant sur les plantes basses, marais d'Esquermes ; sous de vieux fagots dans un jardin de Lille ; c'est le *quercicola* du catalogue.

C. Scapularis. *Sch.* Rare, Lille (*Cussac*), Calais (*Bonard*); c'est le *cyanipennis* du catalogue.

C. Borraginis, *Fab.* Pas rare dans les dunes de Gravelines sur le *Cynoglossum officinale.*

C. Molitor. *Sch.* Rare ; forêt de Clairmarais ; c'est le *campestris* du catalogue.

C. Euphorbiæ. *Ch. Br.* Assez commun ; forêt de Nieppe, bois de Libercourt, forêt de Mormal.

C. Hirtulus. *Germ.* Rare, dunes de Calais, dans les endroits herbus (*Lethierry*).

CIONIDÆ.

CIONUS (p. 468.)

C. Olens. *Fab.* Rare ; fortifications de Valenciennes (*A. Lelièvre*).

GYMNETRON (p. 469).

G. Melanarius. *Germ.* Très-rare ; forêt de Guines, en fauchant (*Lethierry*).

G. Linariæ. *Panz.* Pas rare dans le bois de Raismes, sur la *Linaria vulgaris.*

G. Plantarum. *Sch.* Pas rare ; bois de Libercourt, en mai ; Tournay, marais d'Arleux sur la *Stellaria holostea.*

G. Campanulæ. *Lin.* Rare ; carrières abandonnées des environs de Tournay, en fauchant sur les plantes basses.

G. Graminis. *Herbs.* Rare ; bois d'Angre.

G. Janthinus. *Germ.* Rare ; prairies de Marly, sur la *Linaria vulgaris* (*A. Lelièvre*)

NANOPHYES (p. 469).

N. Brevis. *Boh.* Très-rare ; un seul exemplaire des fortifications de Lille.

XYLOPHAGI.

HYLESINUS (p. 471.)

H. Oleiperda. *Fab.* Très-rare ; un exemplaire en fauchan dans le bois de Carvin, en mai (*Lethierry*).

SCOLYTUS (p. 471).

S. Pruni. *Ratz.* Très-rare, Lambersart, en août.

CRYPHALUS (à placer p. 471 avant CRYPTURGUS).

C. Tiliæ. *Fab.* Rare ; bois d'Ostricourt, en battant de fagots.

C. Fagi. *Nordl.* Rare ; forêt de Mormal.

BOSTRYCHUS (p. 471).

B. Saxesenii. *Ratz.* Rare ; Fives (*Lethierry*) ; c'est le *dryographus* du catalogue.

B. Ramulorum. *Perris.* Rare ; Mont-Noir, forêt de Marchiennes, bois de Raismes, sur le pin silvestre, en mai.

B. Bidens. *Fab.* Rare ; Mont-Noir, sur le pin sylvestre en mai.

B. Bispinus. *Ratz.* Rare ; Tournay.

B. Stenographus. *Dufts.* Rare ; forêt de Raismes, sur le pin sylvestre.

CERAMBYCIDÆ.

PRIONIDÆ.

PRIONUS (à placer p. 472, après TROGOSOMA).

P. Coriarius. *Lin.* Très-rare, bois de Wallers et de Raismes (*A. Lelièvre*).

CERAMBYCIDÆ.

CLYTUS (p. 473).

C. Quadripunctatus. *Fab.* Très-rare ; un exemplaire pris au vol à Marly, près Valenciennes (*A. Lelièvre.*)

LAMIADÆ.

POGONOCHERUS (p. 474).

P. Scutellaris. *Muls.* Rare ; bois de Phalempin (*Lethierry*); c'est le *ovalis* du Catalogue.

LEPTURIDÆ.

RHAGIUM (p. 475).

R. Bifasciatum. *Fab.* Rare ; bois de Baudour, pres Valenciennes, sur un tronc de pin sylvestre (*A. Lelièvre*).

STRANGALIA (p. 475).

S. Bifasciata. *Mull.* Très-rare ; Montigny-sur-Roc, un seul exemplaire (*A. Lelièvre*).

GRAMMOPTERA (p. 476).

G. Præusta. *Fab.* Rare, forêt de Raismes, sur le tronc abattu d'un chêne fraîchement écorcé (*A. Lelièvre.*)

CHRYSOMELINÆ.

DONACIDÆ.

DONACIA (p. 476).

D. Brevicornis. *Ahr.* Très-rare ; fortifications de Lille (*Lethierry*).

CLYTHRIDÆ.

CLYTHRA (p. 479).

C. Aurita. *Lin.* Rare ; bois de Saint-Macaire.

CRYPTOCEPHALIDÆ.

CRYPTOCEPHALUS (p. 479).

C. Variabilis. *Schneid.* Très-rare ; un seul exemplaire du bois d'Angre, sur un *Salix triandra* (*A. Lelièvre*).

C. Hypochœridis. *Lin.* Très-rare ; environs de Valencienne (*A. Lelièvre*).

C. Nitens. *Lin.* Rare; environs de Valenciennes

C. Flavipes. *Fab.* Rare; environs de Valenci
lière.

C. Lgrammus. *Suff.* Commun; sur le chêne
Phalempin, Emmerin, fortifications de Lille.

CHRYSOMELIDÆ.

CHRYSOMELA (p. 181).

C. Duplicata. *Zenk.* Pas rare; Emmerin, L
les saules, plus commune dans les dunes de C
purpurascens du catalogue.

C. Molluginis. *Suff.* Assez commune sur
nigra dans les fortifications de Valenciennes (*A. Le*

C. Menthastri. *Suff.* Pas rare aux environ
ciennes sur la *Mentha rotundifolia*; Maing, Artres

C. Cerealis. *Lin.* Rare; Lille (*Cussac*), Mont
A. Lelièvre.

GASTROPHYSA (p. 182).

G. Raphani. *Fab.* Très-commune à Mons-en-
un champ d'oseille. Voir *Archives de l'Agricultur*
la France année 1869 *p.* 409. Valenciennes sur le
drolapathum et *Friesii*; et sur le *Polygonum amph*
lière.

PHRATORA (p. 183).

P. Laticollis. *Suff.* Très-rare; bois d'Ostrico
individu (*Lethierry*).

HALTICIDÆ.

HERMÆOPHAGA (HALTICA) (p. 185).

H. Mercurialis. *Fab.* Pris en abondance, en
Mercurialis perennis, dans la forêt de Guines.

CREPIDODERA (HALTICA) (p. 185).

C. Nitidula. *Lin.* Rare, forêts de Nieppe et le
saule marceau (*Lethierry*).

PODAGRICA (HALTICA) (p 186).

P. Fuscipes. *Fab.* Pas rare ; fortifications de Valenciennes sur le *Symphytum officinale*, Marly, sur les mauves (*A. Lelièvre*).

PHYLLOTRETA (HALLICA) (p. 186).

P. Punctulata. *Marsh.* Sur les crucifères, dans les lieux humides, Lambersart.

BALANOMORPHA (p. 187).

B. Mathewsii. *Curtis.* Rare ; forêt de Guines (*Lethierry*).

LONGITARSUS (p. 187).

L. Ochroleucus. *Marsh.* Pas rare ; sur les plantes basses, dans les endroits humides, Calais, Hénin-Liétard.

L. Brunneus. *Dufts.* Très-commun ; prairies humides, fortifications de Lille.

L. Gravidulus. *Kutch.* Rare, environs de Lille.

L. Lycopi. *Foudras.* Pas rare ; sur le *Lycopus europœus*, fortifications de Lille, Emmerin.

PSYLLIODES (p. 190).

P. Attenuata. *Hoffm.* Commune ; sur le houblon, Mont-des-Cattes, Busigny, c'est la *cuprea* du catalogue.

DIBOLIA (p. 190).

D. Forsteri. *Bach.* Rare ; plusieurs exemplaires en fauchant sur la *Betonica officinalis*, au bois d'Ostricourt (*Lethierry*).

CASSIDARIÆ.

CASSIDA (p. 194).

C. Denticollis. *Suff* Rare ; sablière d'Ostricourt (*Lethierry*).

C. Margaritacea. *Schall.* Très-rare ; forêt de Raismes, en septembre.

C. Lucida. *Suff.* Rare ; collines calcaires des environs de Guines, à la lisière méridionale de la forêt.

COCCINELLIDÆ.

COCCINELLA (p. 193).

C. Labilis *Muls.* Rare ; forêt de Raismes, sur le pin sylvestre, en mai.

HALYZIA (p. 194).

H. Duodecimguttata. *Poda.* Rare; Mont-Noir (*Lethierry*).

MICRASPIS (à placer après HALYZIA p. 194).

M. Duodecimpunctata. *Lin.* Rare ; bois d'Ostricourt (*Lethierry*).

SCYMNUS (p. 195).

S. Ater. *Kug.* Rare ; Calais, Ostricourt, sur les lichens des troncs de chênes.

ALEXIA (p. 196).

A. Pilosa. *Panz.* Rare ; bois d'Ostricourt, sous les débris végétaux.

CORYLOPHIDÆ.

ORTHOPERUS (p. 197).

O. Atomus. *Gyll.* Pas commun ; dans les vieux fagots, Raismes, Phalempin.

O. Anxius. *Muls.* Rare ; forêt de Marchiennes, sous de vieux fagots de branches de pins.

ENDOMYCHIDÆ.

LYCOPERDINA (à placer p. 197, après ORTHOPERUS).

L. Bovistæ. *Fab.* Très-rare ; forêt de Raismes, en août sur un agaric (*J. Parrois*).

TABLE DES GENRES.

Abræus..... 513
Acalles.. 526
Adrastus..... 518
Ægialta..... 517
Æthophorus..... 504
Agathidium 512
Aleochara..... 506
Alexia 532
Anacœna..... 505
Anaspis..... 522
Ancyrophorus..... 511
Anthicus..... 521
Anthobium. 511
Anthonomus..... 526
Anthophagus..... 511
Apion..... 523
Atomaria..... 515
Atemeles..... 506
Aulonium 515

Balaninus..... 526
Balanomorpha 531
Baridius 526
Barynotus..... 524
Bembidium..... 505
Bledius 510
Bolitobius 508
Bolitochara..... 506
Bostrichus..... 528
Brachinus..... 503
Brachypterus..... 514
Bradybatus..... 526
Briaxis..... 511
Bruchus..... 522
Byrrhus... 516

Calodera 506
Carabus..... 503
Cassida. 531
Catops..... 512
Cetonia 518
Ceuthorynchus..... 526
Chlænius..... 504
Choragus..... 523
Chrysomela 530
Clonus..... 527
Cis 524
Clambus 513
Cleonus..... 524
Clythra 529
Clytus 528
Coccinella..... 532
Colon 512
Corticaria..... 516
Corymbites..... 518
Crepidodera 530

Cryphalus 528
Cryptocephalus. 529
Cryptohypnus 518
Cyrtusa..... 542

Dasytes 549
Dendrophilus..... 543
Dermestes..... 546
Diachromus. 504
Dibolia..... 534
Dictyoptera 529
Diglossa 509
Dinarda..... 506
Donacia..... 529
Dorcus..... 517
Dryophilus 520
Dyschirius..... 503

Elmis..... 546
Eucnemis..... 534
Ephistemus. 515
Epuræa..... 514
Erirhinus 525
Eupiectus. 514

Gastrophysa..... 530
Geotrupes..... 517
Gnathoncus..... 513
Grammoptera 529
Gronops..... 525
Gymnetron..... 527
Gyrophæna..... 508

Hadrotoma 546
Halyzia 532
Haplocnemus 520
Haploglossa 506
Harpalus..... 504
Hermeophaga..... 530
Heterocerus 517
Hister 513
Homalota..... 506
Hydrobius..... 505
Hylesinus 528
Hypocyptus..... 508

Larinus..... 535
Lathridius..... 515
Lebia..... 504
Leistus..... 503
Licinus..... 504
Limnebius..... 505
Liophlœus..... 534
Liosomus..... 525
Lissodema..... 521
Lithocharis..... 509
Longitarsus 534
Lucanus..... 517
Lycoperdina..... 532

Malthinus 549
Malthodes 549
Megarthrus..... 544
Meligethes 514
Meloe..... 522
Micraspis..... 532
Mononychus 526
Mordellistena 522
Mycetoporus..... 508

Nanophyes 527
Necrophorus..... 512

Ochtebius. 505
Œdemera..... 522
Omalium..... 511
Orthoperus..... 532
Otiorynchus 525
Oxypoda 506
Oxytelus..... 510

Pæderus 509
Peltis 515
Philonthus..... 509
Philhydrus 505

Phratora..... 530
Phyllotreta 531
Phytobius 526
Phytonomus..... 525
Placusa 507
Platystethus..... 510
Podagrica 531
Pogonocherus..... 529
Polydrosus 524
Potaminus..... 516
Prionus..... 528
Psyllodes 531
Ptenidium 513
Ptinella 513
Ptinus 520
Pyrochroa..... 522

Quedius..... 509

Rhagium..... 529
Rhipiphorus 522
Rhizophagus 514
Rhizotrogus 518
Rhynchites..... 523

Scolytus 528
Scydmænus 512
Scymnus..... 532
Sciaphilus..... 524
Sibynes..... 526
Stenus..... 509
Strangalia..... 529
Sunius..... 509
Syncalypta. 516

Tachinus..... 508
Tachyporus... 508
Telmatophilus..... 520
Telephorus..... 519
Tenebrio..... 521
Tetratoma..... 521
Thalycra 514
Throscus..... 518
Tillus..... 520
Trachyphlœus 525
Trechus..... 504
Tribolium..... 521
Trogophlæus 510

Xantholinus..... 509

TABLE DES MATIÈRES

CONTENUES DANS LE ONZIÈME VOLUME DE LA TROISIÈME SÉRIE.

ANNÉE 1872. — DEUXIÈME PARTIE.

Mémoire sur la constitution des sucres bruts de 3e jet. — Appréciation de la méthode commerciale d'incinération de ces produits, par M. Charles VIOLLETTE. M. T.[1] . 1

1870, poésie, par M. Jules DUTILLEUL, M. T. 29

Voyage d'un Hollandais en France, 1713-1714, par M. de GODEFROY MÉNILGLAISE, M. C.[2]. 33

Notice sur le terrain crétacé de la vallée de l'Hogneau et sur les souterrains connus sous le nom de Trous des Sarrasins des environs de Bavay, par MM. F. L. CORNET, M. C. et A. BRIART. (Planches).. 49

Comparaison des assises crétacées mises au jour dans les tranchées du chemin de fer de Saint-Omer à Boulogne avec celles du Blanc-Nez, par M. Charles BARROIS 63

Note sur un Pyromètre fondé sur la dilatation des gaz, par M. LAMY, M. C.. 77

[1] M. T. signifie membre titulaire.

[2] M. C. signifie membre correspondant.

Étude analytique de la Développable circonscrite à deux surfaces du second ordre, par M. PAINVIN, M. C. (2e partie) 81

Capsulerie départementale du Nord, du 1er janvier au 1er juin 1871. — Fabrication des capsules Chassepot, par par M. E. SAVOYE, lauréat de la Société. (Planches). . 241

Mémoire sur la préparation de l'acide chromique par le chromate de baryte et l'acide nitrique, par M. E. DUVILLIER. 261

La Nouvelle Chanson, paroles et musique de M. Gustave NADAUD, M. C. 269

La Thermométrie clinique, par M. le docteur BILLET, lauréat de la Société. (Planches). 273

Étude géologique du Sud de la concession de Dourges, par M. BRETON, lauréat de la Société 355

Coup-d'œil sur les musées de Madrid et notamment sur le musée du Fomento, par M. Charles CASATI, M. T . . 423

Note sur les faïences de Talavera la Reyna, par M. Charles CASATI, M. T. (Planches) 429

Étude géologique et archéologique de quelques Tourbières du du littoral flamand et du département de la Somme, par M. L. DEBRAY, lauréat de la Société. (Planches). . . . 433

Note sur l'emploi, dans les laboratoires et l'industrie, de la lumière monochromatique produite par les sels de soude, par M. Louis D'HENRY, M. C.. 489

Catalogue des Coléoptères du département du Nord (2e supplement), par M. A. DE NORGUET, M. T. 497

LILLE. — IMPRIMERIE L. DANEL.